

文章编号:1004-4213(2011)03-0458-8

原子运动与场频率变化操控下的 场熵演化及量子态制备*

刘小娟¹, 刘一曼¹, 刘敏²

(1 湖南科技大学 物理学院, 湖南 湘潭 411201)

(2 徐州师范大学 物理与电子工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘 要:在旋波近似下,同时考虑原子运动和光场频率随时间作正弦函数变化,研究了二能级原子与单模辐射场相互作用系统中场的量子约化熵的演化规律.运用数值计算的方法分别给出了在不考虑原子的运动和考虑原子的运动的情况下场熵随时间的演化曲线,讨论了原子运动、场模结构、场频率的幅值和角频率变化对场熵的影响.根据 Schmidt 分解定理,解析制备了光场与原子的纠缠态、光场偶数态及原子相干叠加态,获得了调控和制备上述量子态的系统参量.研究表明:场熵的演化受场频率变化的调制,场频率变化的幅值增大则会削弱场与原子的相互作用,场熵演化的周期性与场频率变化一致;原子的运动导致了场熵演化周期加倍;在场频率变化的角频率一定的情形下,场熵演化规律与场模结构参量的奇偶性有关;无论原子运动与否,都可周期性制备场-原子的近似 EPR 态.

关键词:J-C 模型;原子运动;频率变化场;场熵

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20114003.0458

0 引言

量子态是量子信息的载体.量子信息的加工处理归根到底是一种量子态的操纵过程^[1].近年来,随着量子计算和量子通信的迅速发展,对量子态的调控和制备变得越来越重要,人们期望按照自己的意愿实现对量子态的操控和制备,以达到特定的目的,这就是所谓的量子态工程.

在光场与原子相互作用的时间演化中,光场与原子量子纠缠态、光场的数态、二能级原子(qubit)态是量子信息处理中的重要量子态,它们的制备成为人们关注的焦点.目前对单、多光子 J-C 模型^[2-4],非线性 J-C 模型^[5],附加克尔介质的 J-C 模型^[6]中原子与光场的纠缠演化有大量研究;在光场和原子量子态的制备上,目前主要是利用原子与光场通过相互作用发生纠缠,在么正演化过程中对其中一个子系统(原子)进行探测,可使另一个子系统(光场)坍缩到一个特定的量子态^[7],反之亦然.这些研究中所用的单模光场都假设其频率是常量,实际中是难实现的,通常就激光器产生的光场都是在某

个频率范围内,即光场的频率将围绕某个固定的频率在一定范围内进行调制.目前,已有涉及原子与频率随时间变化光场相互作用系统中量子特性研究,如场频率变化时原子与场的相互作用系统的场熵演化和光场的压缩效应^[8-9]等,但却忽略了原子运动和场模结构的影响.随着激光制冷和原子囚禁级数的发展,冷原子和超冷原子的获得必须考虑原子的空间运动.因此在研究原子-场相互作用动力学时,应考虑原子沿腔轴的运动和不同的场模结构的影响.文献[10-11]分别研究了具有原子运动的双光子 J-C 模型中量子力学通道与量子互熵,运动原子与光场依赖强度纠缠,但是这些研究都把场的频率看做常量.既考虑原子运动又考虑场频率随时间变化系统的量子特性研究至今未见报道.

本文在旋波近似下对标准 J-C 模型进行推广,同时考虑二能级原子的运动、光场的频率随时间以正弦函数作变化的情形,通过调节原子运动、场结构参量、场频率变化的幅值和角频率、原子与场相互作用时间等参量,实现对该系统的中场约化熵时间演化的操控.根据 Schmidt 分解定理^[12],制备原子与

基金项目:国家自然科学基金(No.10374025)、湖南省自然科学基金(No.09JJ3012、10JJ002)和湖南省教育厅重点项目(No.10A032)资助

第一作者:刘小娟(1959-),女,教授,主要研究方向为量子光学与量子通信. Email:lxjdx@163.net

收稿日期:2010-08-15;修回日期:2010-11-01

光场的纠缠态、光场的偶数态以及原子相干叠加态. 本文结果对于实验实现量子信息处理是有价值的.

1 理论模型及其解

考虑一个运动的二能级原子与单模辐射场相互作用的量子系统,在旋波近似下,系统的哈密顿量为^[13]
 $H = \omega a^+ a + \omega_0 S_z + g f(z)(S_+ a + a^+ S_-)$, ($\hbar = 1$) (1)
 式中, a^+ 、 a 是频率为 ω 的场模的产生和湮灭算符, S_z 和 S_{\pm} 分别为原子的反转和跃迁算符, ω_0 为原子的跃迁频率, g 为原子和辐射场的耦合系数, 设场的频率 $\omega = \omega_{01} + f(t)$, ω_{01} 是共振情况下的场频率, 即 $\omega_{01} = \omega_0$, $f(t)$ 为频率随时间变化的函数. 原子与辐射场的耦合系数可写为^[14]

$$g = g_0 \sqrt{1 + f(t)/\omega_{01}} \quad (2)$$

$$U(t) = U_0(t)U_1(t) = \begin{bmatrix} e^{-i(a^+ a + \frac{1}{2})\omega t} \left[\cos A - i \frac{\Delta}{2} t \frac{\sin A}{A} \right] & -ig\theta(t) e^{-i(a^+ a + \frac{1}{2})\omega t} a \frac{\sin B}{B} \\ -ig\theta(t) e^{-i(a^+ a - \frac{1}{2})\omega t} a^+ \frac{\sin A}{A} & e^{-i(a^+ a - \frac{1}{2})\omega t} \left[\cos B + i \frac{\Delta}{2} t \frac{\sin B}{B} \right] \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,

$$U_0(t) = \exp(-iH_0 t) \quad (7)$$

$$U_1(t) = \exp\left(-i \int_0^t H_1(t) dt\right) \quad (8)$$

选择原子的速度: $v = g_0 L / \pi$

可得 $\theta(t) = \int_0^t f(vt') dt' =$

$$\frac{L}{p\pi v} \left[1 - \cos\left(\frac{p\pi v t}{L}\right) \right] = \frac{1}{pg_0} [1 - \cos(pg_0 t)] \quad (9)$$

而 $\Delta = \omega_0 - \omega = -f(t)$

$$A = \left[\left(\frac{\Delta}{2} t\right)^2 + g^2 \theta^2(t) a a^+ \right]^{1/2},$$

$$B = \left[\left(\frac{\Delta}{2} t\right)^2 + g^2 \theta^2(t) a^+ a \right]^{1/2} \quad (10)$$

设初始时刻($t=0$), 原子处于基态和激发态的叠加态

式中 g_0 为共振情况的耦合常量, $f(z)$ 为腔场模的形状函数. 设原子沿腔的 z 轴方向运动, 因此只需考虑模的形状函数对 z 的依赖关系. 原子运动可具体化为

$$f(z) \rightarrow f(vt) = \sin(p\pi vt/L) \quad (3)$$

式中, v 表示原子的运动速度, p 表示长度为 L 的腔中场模的半波数.

系统的哈密顿量可分解为

$$H = H_0 + H_1, H_0 = \omega(a^+ a + S_z)$$

$$H_1 = (\omega_0 - \omega) S_z + g f(z)(S_+ a + a^+ S_-) \quad (4)$$

有对易关系

$$[H_0, H_1] = 0 \quad (5)$$

系统的演化算符为

$$|\varphi_a(0)\rangle = \cos \frac{\vartheta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\vartheta}{2} \exp(-i\varphi) |-\rangle \quad (11)$$

初始光场处于相干态

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n |n\rangle \quad f_n = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \quad (12)$$

式中 ϑ 是原子分布角, φ 是原子偶极位相, \bar{n} 为光场平均光子数, β 是光场的位相因子. 本文计算中取 $0 \leq \vartheta \leq \pi, 0 \leq \phi \leq \pi, \alpha = \sqrt{\bar{n}} \exp(i\beta)$.

设全系统的初态为

$$|\varphi(0)\rangle = |\varphi_a(0)\rangle \otimes |\alpha\rangle \quad (13)$$

则演化到任意 t 时刻的状态为

$$|\varphi(t)\rangle = U(t) |\varphi(0)\rangle = |\varphi_1\rangle |+\rangle + |\varphi_2\rangle |-\rangle \quad (14)$$

式中,

$$|\varphi_1\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{\vartheta}{2} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \exp\left[-i\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega t\right] \left(\cos \Omega^+ - i \frac{\Delta}{2} t \frac{\sin \Omega^+}{\Omega^+}\right) |n\rangle -$$

$$i \sum_{n=1}^{\infty} g\theta(t) \sin \frac{\vartheta}{2} \exp(-i\phi) \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{(n-1)!}} \exp\left[-i\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega t\right] \frac{\sin \Omega^-}{\Omega^-} |n-1\rangle \quad (15)$$

$$|\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sin \frac{\vartheta}{2} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \exp\left[-i\left(n - \frac{1}{2}\right)\omega t - i\phi\right] \left(\cos \Omega^- + i \frac{\Delta}{2} t \frac{\sin \Omega^-}{\Omega^-}\right) |n\rangle -$$

$$i \sum_{n=1}^{\infty} g\theta(t) \cos \frac{\vartheta}{2} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \exp\left[-i\left(n - \frac{1}{2}\right)\omega t\right] \sqrt{n+1} \cdot \frac{\sin \Omega^+}{\Omega^+} |n+1\rangle \quad (16)$$

式中,

$$\Omega^+ = \left[\left(\frac{\Delta}{2} t\right)^2 + (n+1)g^2 \theta^2(t) \right]^{1/2} \quad \Omega^- = \left[\left(\frac{\Delta}{2} t\right)^2 + n \cdot g^2 \theta^2(t) \right]^{1/2} \quad (17)$$

由式(14)~(16), 可得光场的约化密度矩阵为

$$\rho_i(t) = \text{Tr}_a \{ |\varphi(t)\rangle\langle\varphi(t)| \} = |\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + |\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| \quad (18)$$

其本征值和本征态可分别表达为^[11]

$$\lambda_i^\pm = \frac{1}{2} (\langle\varphi_1|\varphi_1\rangle + \langle\varphi_2|\varphi_2\rangle) \pm \frac{1}{2} [(\langle\varphi_1|\varphi_1\rangle - \langle\varphi_2|\varphi_2\rangle)^2 + 4|\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle|^2]^{1/2} \quad (19)$$

$$|\varphi_i^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\lambda_i^\pm \cosh \delta}} \{ \exp [1/2(i\alpha \pm \delta)] |\varphi_1\rangle \pm \exp [-1/2(i\alpha \pm \delta)] |\varphi_2\rangle \} \quad (20)$$

式中

$$\delta = \sinh^{-1} \left[\frac{\langle\varphi_1|\varphi_1\rangle - \langle\varphi_2|\varphi_2\rangle}{2\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle} \right] \quad (21)$$

$$\alpha = \tanh^{-1} \left[\frac{\text{Im}\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle}{\text{Re}\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle} \right] \quad (22)$$

同理可得原子的约化密度矩阵

$$\rho_a(t) = \begin{bmatrix} \langle\varphi_1|\varphi_1\rangle & \langle\varphi_1|\varphi_2\rangle \\ \langle\varphi_2|\varphi_1\rangle & \langle\varphi_2|\varphi_2\rangle \end{bmatrix} \quad (23)$$

可以证明原子的约化密度矩阵的本征值等于光场约化密度矩阵本征值,即

$$\lambda_a^\pm = \lambda_i^\pm = \lambda^\pm \quad (24)$$

相应的原子约化算符本征矢为

$$|\varphi_a^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\lambda_a^\pm \cosh \delta}} \{ \exp [-1/2(i\alpha \mp \delta)] |+\rangle \pm \exp [1/2(i\alpha \mp \delta)] |-\rangle \} \quad (25)$$

根据 Schmidt 分解定理^[12],把系统的态矢表示为

$$|\varphi(t)\rangle = \sqrt{\lambda^+} |\varphi_a^+\rangle |\varphi_i^+\rangle + \sqrt{\lambda^-} |\varphi_a^-\rangle |\varphi_i^-\rangle \quad (26)$$

Phoenix 和 Knight^[7]已经证明,量子约化熵是原子与场之间纠缠程度好的量度,可以依据式(19)中场或原子的本征值来表示场(原子)约化熵(简称场熵)

$$S_i(t) = S_a(t) = -\lambda^+ \log_2 \lambda^+ - \lambda^- \log_2 \lambda^- \quad (27)$$

$S_i(t)$ (或 $S_a(t)$)的演化行为反映了光场与原子的纠缠度演化特性,纠缠度的最大值和最小值分别对应于 $S_i=1$ 和 $S_i=0$,分别意味着光场与原子之间最大纠缠和解纠缠。

2 场与原子纠缠的调控

首先,通过调节光场频率中的幅值、角频率及原子运动参量,采用数值计算方法,实现对场熵演化的控制,以达到调控场与原子的纠缠演化。

设原子初始时刻处于激发态,即 $\vartheta=0$,光场的平均光子数 $\bar{n}=20$,位相角 $\beta=0$ 。设 $f(t) = u \sin(\omega t)$, u 为场频率变化的幅值, ω 为变化的角频率,则 $\Delta = -u \sin(\omega t)$, $g = g_0(1 + u \sin(\omega t)/\omega_{01})^{1/2}$ 。 $\langle\varphi_1|\varphi_1\rangle$, $\langle\varphi_2|\varphi_2\rangle$, $\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle$ 由式(15)、(16)确定,场熵由式(19)、(27)确定。

2.1 场频率的幅值 u 的调节

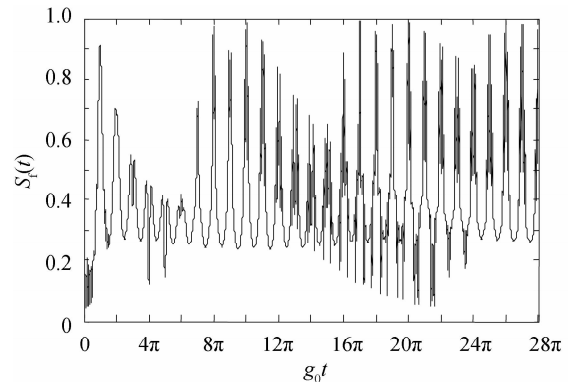
选定平均光子数 $\bar{n}=20$, $\omega = g_0$, $\omega_{01} = 1000g_0$, 调节场频率的幅值 u ,考察场熵演化规律。

1) 不考虑原子运动

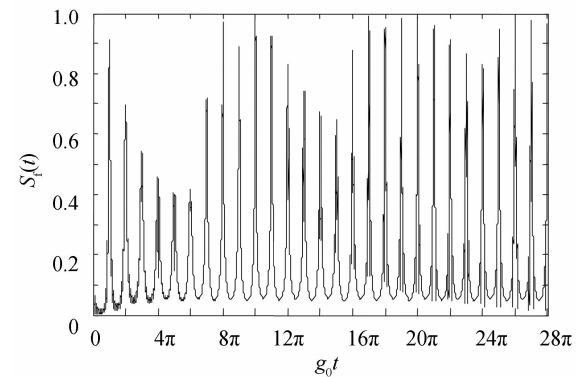
图 1(a)和(b)表明了不考虑原子运动,将 u 值分别调节为 $u=20g_0$ 和 $u=60g_0$ 值时的场熵演化曲线。从图中可以看出:场熵作周期振荡,随着场频变化的幅值的增大,演化周期不变,但振幅增大,极小值变小,且场和原子纠缠的持续时间变短;在大失谐量 $u \gg g_0$ 的情况下, $g_0 t = n\pi$ 附近区域之外的绝大部分区域里,随着 u 增大,熵曲线的平均值减小, u 越大,这一部分熵平均值越接近于 0,说明场频率变化的幅值(即失谐量)的增大会削弱场与原子的相互作用,减弱场与原子的关联程度,直至场与原子出现完全退纠缠。这与文献[8]的结论一致,场频的幅值调节,可控制场与原子的纠缠最小值。

2) 考虑原子运动

图 1(c)~(f)是考虑原子运动($v = g_0 L/\pi$, $p=1$),将 u 分别调节为 $u=0$ 、 $u=5g_0$ 、 $u=20g_0$ 和 $u=$



(a) $u=20g_0$ when the atomic motion is neglected



(b) $u=60g_0$ when the atomic motion is neglected

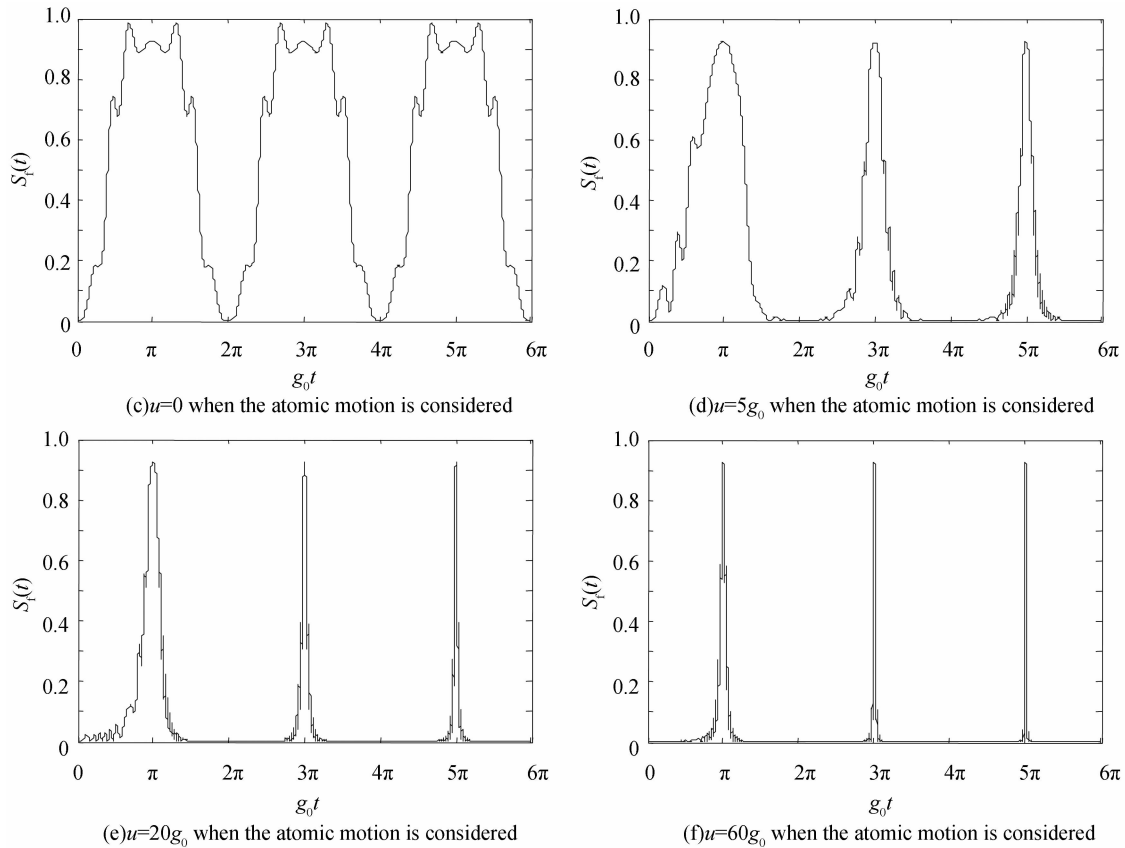


图1 场熵随时间的演化

Fig. 1 Time evolution of the field entropy with different values of u

$60g_0$ 值时的场熵随演化曲线. 即呈现了同时考虑场的频率随时间变化和原子运动的场熵演化规律. 图中表明: 场熵变化幅值的增大, 并不改变场熵的演化周期和极大值, 但原子和场解纠缠的持续时间变长; 在大失谐量 $u \gg g_0$ 的情况下, 在除 $g_0 t = (2n+1)\pi$ 附近区域之外的绝大部分区域里, 场熵为 0. 说明在有原子运动时场频率变化的幅值(即失谐量)的增大也会削弱场与原子的相互作用, 减弱场与原子的关联程度.

但是, 比较图 1(a)、(b) 和 (c)~(f) 可以看出原子的运动和场模结构将场熵的演化周期扩大一倍, 且导致单光子过程场和原子长时间的持续退解纠缠. 可以推测在 u 很大时, 随着时间的推移, 对于不考虑原子运动和考虑原子运动两种情况, 在除 $g_0 t = 2n\pi$ 时刻之外, 场熵的演化规律越来越趋于一致.

2.2 场的角频率 ω 的调节

选定 $\bar{n} = 20$, $u = 20g_0$, $\omega_{01} = 1000g_0$, 调节场的角频率 ω , 考察场熵的演化.

1) 不考虑原子运动

图 2(a) 和 (b) 展示了不考虑原子运动, 将 ω 分别调节为 $\omega = 2g_0$ 、 $\omega = 4g_0$ 值时的场熵随演化曲线.

比较两幅图形可知: 场的角频率增大一倍, 场熵周期性演化频率也增大一倍; 当角频率 $\omega = 2g_0$ 在 $g_0 t = (n/2)\pi$ 时刻, 和 $\omega = 4g_0$ 在 $g_0 t = (n/4)\pi$ 时刻, 场熵到达它的最大值 1, 可以周期性地制备场与原子的 EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) 态; 而在大失谐量 $u \gg g_0$ 的情况下, 在 $g_0 t = [(2n+1)/2k]\pi$ 时刻及其附近区域原子与场解纠缠.

2) 考虑原子运动

比较图 1(e) 和图 2(c)、(d) 中可以看出: 场熵变化的角频率增大, 场熵演化的振荡特性越明显, 振荡频率变快; 场和原子退纠缠的持续时间变短; 当场频率变化的角频率增大一倍, 场熵周期性演化频率实际上也是增大一倍的, 但在越靠近 $g_0 t = (2n+1)\pi$ 的纠缠时刻, 原子与场的纠缠度越大, 越靠近 $g_0 t = 2n\pi$ 时刻, 原子与场的纠缠度越趋向于 0. 这说明原子的运动并不影响场熵演化的周期性, 频率变化场的周期的一致性.

然而, 无论场频率变化的角频率 ω 如何变化, 在 $g_0 t = (2n+1)\pi$ 时刻, 原子与场几乎最大纠缠, 可能制备近似 EPR 态. 对于 $\omega \geq 2g_0$, 在 $g_0 t = [(2n+1)/2]\pi$ 时刻, 原子与场呈现一般纠缠.

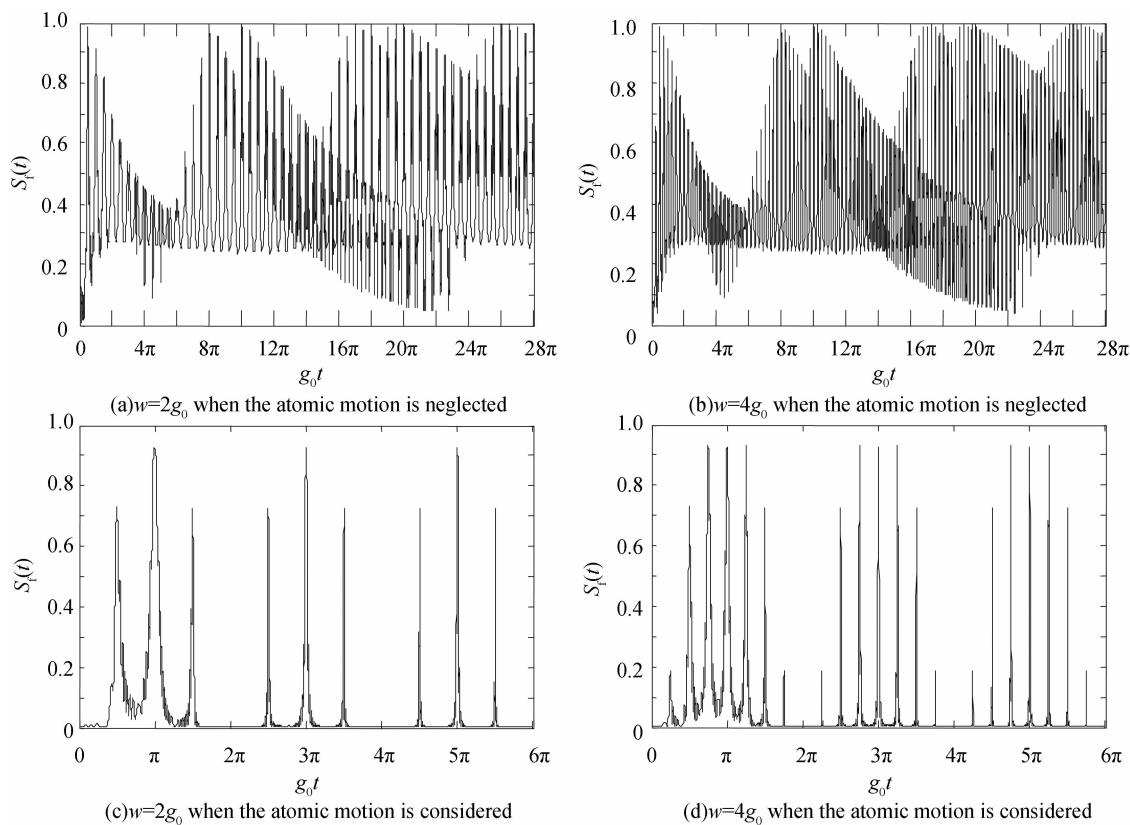


图 2 场熵随时间的演化

Fig. 2 Time evolution of the field entropy with different values of w

2.3 原子运动和场模结构参量 p 的调节

选定 $\bar{n}=20, \omega=g_0, \omega_{01}=1000g_0, u=20g_0, v=g_0 L/\pi$ 场模结构参量 p , 考察场熵的演化.

图 3 显示了场频率变化参量一定的情况下, 调节原子运动和场模结构参量 p 对场熵演化的控制. 图 3(a) 和 (c) 表明了调节场模结构参量 p 为奇数时,

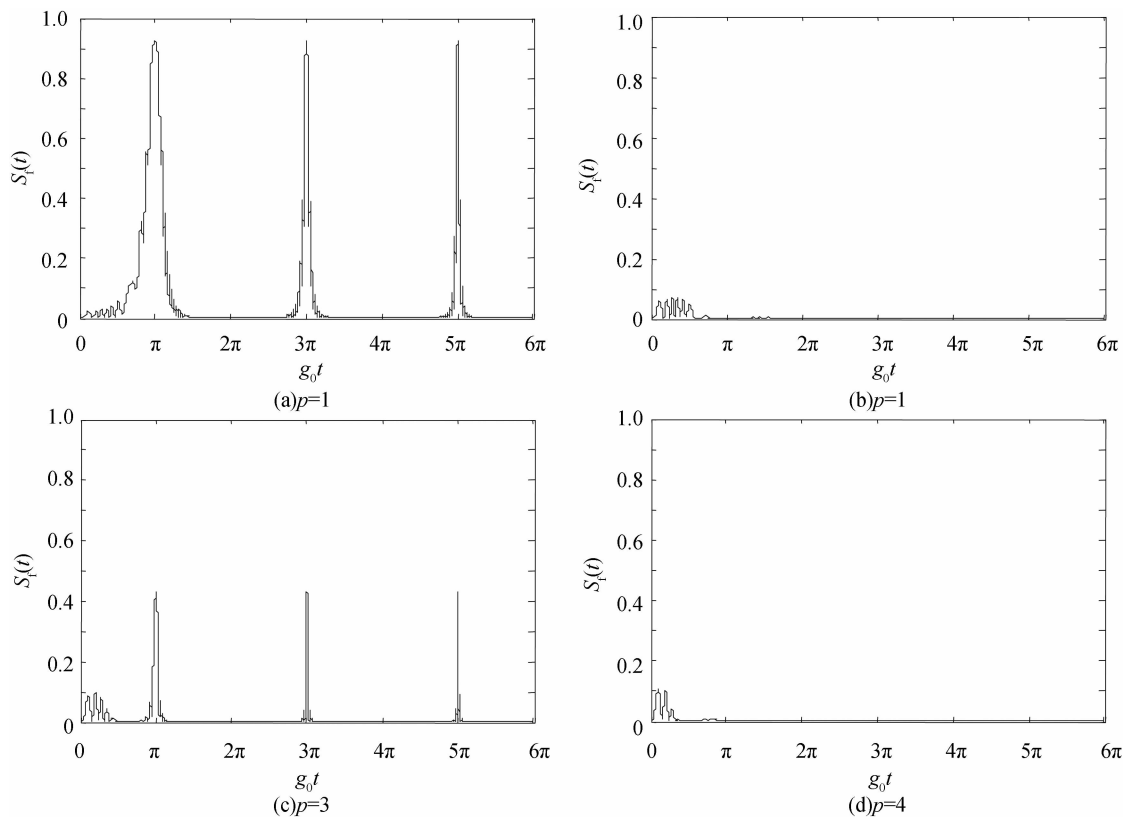


图 3 不同的场模结构下场熵随时间的演化

Fig. 3 Time evolution of the field entropy with different values of p

场熵随时间以 $T=2\pi/g_0$ 作周期性演化且周期不变,但随着 p 的增大,场熵的极大值减小,光场与原子完全退纠缠的持续时间增加;而从图 3(b)和(d)中可以看出:调节场模结构参量 p 为偶数时,经过一小段时间后,场熵变为 0,光场与原子完全退纠缠,且随着 p 的增大,场熵更快地趋于 0.

由关系式 $f(z)=\sin(p\pi vt/L)$ 可知,场模结构参量 p 一定,而原子运动的速度 v 取不同值的情况,与原子运动速度 v 取一定值,场模参量 p 取不同值时的场熵的演化情形相同.即在场模 p 确定时,原子运动速度增大,并不改变场熵演化的周期性,但场熵的极大值减小,光场与原子完全退纠缠的持续时间变长.

图中场模结构对场熵演化规律的影响可以用腔场模的形状函数来解释.由式(9)可知,当 p 为偶数时,在 $t=(2n+1)\pi/g_0$ 附近, $\theta(t)=0$,由式(19)得 $\lambda_i^+=1, \lambda_i^-=0$,代入到式(27)可知, $S_f=0$;当 p 为奇数时,在 $t=(2n+1)\pi/g_0$ 时, $\theta(t)\neq 0$,在式(9)中由于 p 作为分母,当 $p=1$ 时有 $\theta(t)$ 最大值,此时 S_f 可取到极大值 1.随着 p 的增大, $\theta(t)$ 变为较小的分数, S_f 的极大值变小, p 大到一定值时,由式(15)、(16)、(19)可知 λ_i^+ 趋近于 1, λ_i^- 趋近于 0,所以 S_f 极大值趋近于 0,原子与场整个演化过程完全退纠缠.比较图 1(a)和图 3(a)还可以看出,原子的运动影响光场与原子的纠缠特性,导致它们完全退纠缠.

3 量子态制备

根据 Schmidt 分解定理^[12],任意时刻系统的态矢总可以表示为 $|\varphi(t)\rangle=\sqrt{\lambda^+}|\varphi_a^+\rangle|\varphi_i^+\rangle+\sqrt{\lambda^-}|\varphi_a^-\rangle|\varphi_i^-\rangle$. 本文对上述动力学行为作解析讨论.

1) 不考虑原子的运动

无论 u 的大小如何,原子与场不产生完全纠缠,但随着时间的推移,在原子与场作用时间 $g_0t=n\pi$ 较大($n=26,27,28,\dots$)时,原子与场几乎最大纠缠,代入式(19)可知, $\lambda^+\approx 1/2, \lambda^-\approx 1/2$,因此 $S_f(t)\approx 1$. 根据式(26)得到系统的态矢

$$|\varphi(t)\rangle\approx[|\varphi_a^+\rangle|\varphi_i^+\rangle+|\varphi_a^-\rangle|\varphi_i^-\rangle]/2^{1/2}, \quad g_0t=n\pi \quad (28)$$

即制备了系统的态近似为 EPR 态,它在量子信息中有广泛的应用.

在大失谐量 $u\gg g_0$ 的情况下(若 $\omega=g_0$),在 $g_0t=[(2n+1)/2]\pi$ ($n=0,1,2,3,\dots$)时刻及其附近区域, $\lambda^+=1, \lambda^-=0$,根据式(26)可写成两子系的直积形式

$$|\varphi(t)\rangle=|\varphi_a^+\rangle\otimes|\varphi_i^+\rangle, \quad g_0t=[(2n+1)/2]\pi \quad (29)$$

故 $S_f(t)=0$,可见原子与光场完全退纠缠.根据式

(20)、(25),并由文献[8]可得光场和原子的态矢

$$|\varphi_i^+\rangle=\frac{1+i}{\sqrt{2}}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{\frac{un}{g_0}}f(2n)P|2n\rangle, \quad g_0t=\frac{2m+1}{2}\pi \quad (30)$$

式中系数,

$$p=\left[\cos\left(\frac{\omega(2m+1)\pi}{4g_0}\right)-i\sin\left(\frac{\omega(2m+1)\pi}{4g_0}\right)\right]\cdot\left[\cos\left(\sqrt{\left(\frac{u}{2g_0}\right)^2+\left(1-\frac{\Delta}{\omega_0}\right)}(2n+1)\frac{(2m+1)\pi}{2}\right)-i\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\left(\sqrt{\left(\frac{u}{2g_0}\right)^2+\left(1-\frac{\Delta}{\omega_0}\right)}(2n+1)\frac{(2m+1)\pi}{2}\right)}{\sqrt{(\Delta/2)^2+(2n+1)g_0^2}}\right]$$

光场的态矢由场频率变化的函数决定.适当选择有关参量,使得 $p=1$,其中 $\omega=\omega_0-\Delta, \omega_0=u=4jg_0, j$ 为整数且 $j\gg 1$.则光场制备在偶 fock 态上

$$|\varphi_i^+\rangle=\frac{1+i}{\sqrt{2}}\sum_{n=0}^{\infty}f(2n)|2n\rangle \quad (31)$$

而原子制备在相干叠加态上

$$|\varphi_a^+\rangle=\frac{1-i}{2}\{|+\rangle+|-\rangle\} \quad (32)$$

式(31)和(32)在量子信息处理中得到广泛应用.

2) 考虑原子运动,无论 u 的大小如何,在 $g_0t=(2n+1)\pi$ ($n=0,1,2,3,\dots$)时刻,代入式(19)可得 $\lambda^+\approx 1/2, \lambda^-\approx 1/2$,故 $S_f(t)\approx 1$.根据式(26)得到系统的态矢

$$|\varphi(t)\rangle\approx[|\varphi_a^+\rangle|\varphi_i^+\rangle+|\varphi_a^-\rangle|\varphi_i^-\rangle]/2^{1/2}, \quad g_0t=(2n+1)\pi \quad (33)$$

同样可周期性制备场-原子的近似 EPR 态,但制备周期较不考虑原子的运动时增大一倍.

在 $g_0t=2n\pi$ ($n=1,2,3,\dots$)时刻及其附近一段区域内(且随着场频率变化的幅值的增大,这段区域加大),由式(19)可得 $\lambda^+=1, \lambda^-=0$,同样把两子系写成退纠缠形式

$$|\varphi(t)\rangle=|\varphi_a^+\rangle\otimes|\varphi_i^+\rangle, \quad g_0t=2n\pi \quad (34)$$

原子和光场同样退纠缠,但子系的态矢与式(30)、(32)不同,根据式(20)、(25)可得它表示为

$$|\varphi_i^+\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}f(n)(-1)^n|n\rangle, \quad g_0t=2n\pi \quad (35)$$

$$|\varphi_a^+\rangle=|+\rangle, \quad g_0t=2n\pi \quad (36)$$

可见光场的态矢与场频率变化无关,并与初态相比仅改变了参与叠加的量子态的相对位相,而原子保持原来的态矢不变,原子制备在量子保真态.

4 结论

本文研究了运动二能级原子与场频率变化操控下的场熵演化,分别讨论了原子运动、场频率变化的

幅值及角频率对场与原子的调控,根据 Schmidt 定理分析和制备了场与原子的 EPR 态、光场偶 fock 态、原子相干态和保真态. 结果表明: 1) 无论原子是否运动, 调节场频的幅值, 可控制(即失谐量)场与原子的退纠缠时间; 调节场频的角频率, 可控制场熵演化周期的频率. 2) 无论场频的幅值如何, 原子运动导致场熵演化周期加倍, 使场与原子的 EPR 态、光场数态、原子相干态或保真态的制备时间产生平移. 3) 在 $\omega = g_0$ 情形, 场熵的演化规律跟场模结构参量 p 的奇偶性有关. 本文结果对于实验实现量子信息处理是有价值的.

参考文献

- [1] ZHANG Xiao-dong, YU Xiang-yang. Two-qubit quantum state controlled by ultra-short pulse [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(2): 418-421.
张小冬, 余向阳. 超短激光脉冲操控双量子比特的量子态[J]. 光子学报, 2009, **38**(2): 418-421.
- [2] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cummings model[J]. *Physical Review A*, 1991, **44**(9): 6023-6029.
- [3] LIU Wang-yun, AN Yu-ying, YANG Zhi-yong. Influence of frequency detuning on evolution of quantum field entropy in multimode nondegenerate multi-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(5): 1057-1062.
- [4] LU Dao-ming. Evolution of field entropy in the multiphoton Jaynes-Cummings model [J]. *High Energy Physics and Nuclear Physics*, 2005, **29**(4): 435-438.
卢道明. 多光子 J-C 模型的场熵的演化[J]. 高能物理与核物理, 2005, **29**(4): 435-438.
- [5] HUANG Yan-xia, WANG Yi, ZHAN Ming-sheng. The dynamical properties in the nonlinear Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(10): 2249-2255.
黄燕霞, 汪毅, 詹明生. 非线性 Jaynes-Cummings 模型的动力学特性[J]. 物理学报, 2002, **51**(10): 2249-2255.
- [6] HUANG Yan-xia, HAO Dong-shan, WANG Yi. Influence of kerr effect on field entropy and entanglement in the intensity-dependent coupling Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1448-1452.
黄燕霞, 郝东山, 汪毅. Kerr 效应对非线性 Jaynes-Cummings 模型场熵和纠缠的影响[J]. 光子学报, 2002, **31**(12): 1448-1452.
- [7] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance[J]. *Annals of Physics*, 1988, **186**(2): 381-407.
- [8] LU Dao-ming. Evolution of field entropy with a time-varying frequency in the multiphoton Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11): 2142-2147.
卢道明. 原子与频率随时间变化场相互作用系统中场熵的演化[J]. 光子学报, 2007, **36**(11): 2142-2147.
- [9] LU Dao-ming. Squeezing effects of field with a time-varying frequency in the multiphoton Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7): 1840-1845.
卢道明. 多光子 J-C 模型中频率随时间变化场的压缩效应[J]. 光子学报, 2009, **38**(7): 1840-1845.
- [10] LIU Xiao-juan, FANG Mao-fa, ZHOU Qing-ping. Quantum mechanical channel and quantum mutual entropy in the two-photon Jaynes-Cummings model with atomic motion[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(2): 703-709.
刘小娟, 方卯发, 周清平. 具有原子运动的双光子 J-C 模型中量子力学通道与量子互熵[J]. 物理学报, 2005, **54**(2): 703-709.
- [11] LIU Xiao-juan, ZHAO Ming-zhuo, LIU Yi-man, et al. Preparation and control of optimal entropy squeezing states for the moving atom entanglement with the field under the intensity dependent coupling[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(5): 3227-3235.
刘小娟, 赵明卓, 刘一曼, 等. 运动原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制[J]. 物理学报, 2010, **59**(5): 3227-3235.
- [12] SCHMIDT E. Zur theorie der linearen und nicht linearen integralgleichungen[J]. *Mathematische Annalen*, 1907, **6**(2): 161-174.
- [13] LIU Tang-kun, WANG Ji-suo, ZHAN Ming-sheng. The fidelities of quantum states of system in Jaynes-Cummings model containing atomic motion[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2001, **18**(1): 58-63.
刘堂昆, 王继锁, 詹明生. 含原子运动的 Jaynes-Cummings 模型中的量子态保真度[J]. 原子与分子物理学报, 2001, **18**(1): 58-63.
- [14] XU Jing-ping, YANG Ya-ping. The interactions between an atom and a field with a time-varying frequency [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(7): 2139-2144.
许静平, 羊亚平. 场频率变化时原子与场的相互作用[J]. 物理学报, 2004, **53**(7): 2139-2144.

Evolution of the Field Entropy and Preparation of Quantum States in the Control of Atomic Motion and Field-frequency Variation

LIU Xiao-juan¹, LIU Yi-man¹, LIU Min²

(1 *Department of Physics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201 China*)

(2 *Department of Physics and Electronic Engineering, Xuzhou Normal University, Xuzhou, Shandong 221116 China*)

Abstract: In the rotating-wave approximation, the evolution of the field quantum entropy in the system that consists of a two-level atom interacting with a single-mode field was studied, considering the atomic motion and the field frequency varying with the time in the form of sine-function at the same time. In two cases of neglecting atomic motion and considering atomic motion, figures of the time evolutions of the field entropy were plotted respectively using numerical calculations. Influences of the atomic motion, the field-mode structure parameter, amplitude and angular frequency of the field-frequency variation on the field entropy were also discussed. The atom-field entangled states, field fock states and atomic high fidelity states were prepared by analytic method according to the decomposition theorem of Schmidt, and the related system parameters of these quantum states operation were acquired. The results show that: the time evolution behavior of the field entropy is modulated by the frequency variation of field; the interaction between the field and atom will weaken with the increase of the amplitude of variation of the field frequency; the period of the field entropy agrees with the period of field-frequency variation; the atomic motion will result in the period of the field entropy doubled; the evolution of the field entropy is related to the parity of field-mode structure parameter; the approximate EPR states of field-atom can be prepared periodically whether the atom moves or not.

Key words: J-C model; Atomic motion; Field-frequency variation; Field entropy