

文章编号:1004-4213(2011)03-0354-4

# 一种新的光学角度测量与补偿\*

宋继东,张万祯,林斌

(浙江大学 现代光学仪器国家重点实验室;国家光学仪器工程技术研究中心;浙江大学台州研究院,杭州 310027)

**摘 要:**石英晶体在切片过程中由于加工误差会引起两表面的不平行,从而影响对其晶向的判断.为了弥补这种缺陷,需要对上下两表面的倾角进行测量.本文对全自动 X 射线分选仪的晶体倾角测量问题进行了研究,用位置灵敏探测器探测被晶体反射的激光光斑,推导出了位置灵敏探测器探测到的坐标点随上下晶面夹角的关系式,并进一步分析了不同入射角,不同晶体厚度情况下位置灵敏探测器上的光斑形状.最后得出位置灵敏探测器纵坐标轴上的高度差和上下晶面夹角的近似线性的关系,发现当入射角为  $20^\circ$  时误差最小,为  $5.3062 \times 10^{-6}$  mm,选用这一入射角时的系统分辨率和测量范围分别为  $1.033''$  和  $15'$ .

**关键词:**X 射线分选仪;角度补偿;位置灵敏探测器;分辨率;测量范围

**中图分类号:**TH712

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114003.0354

## 0 引言

石英( $\text{SiO}_2$ )是生产晶体振荡器的主要材料.加工时将石英晶体按一定的方位角切成薄片并在其对应面上涂覆银层作为电极,再加上封装外壳就构成了石英振荡器.由于其振荡频率与晶体方位角及形状有关,加工前需要将石英晶体通过 X 射线衍射(X-Ray Diffraction, XRD)测出其方位角,而切割误差导致的上下两表面不平行会导致方位角的测量结果与实际情况并不相符,从而使晶振频率发生相应的偏离.因此有必要通过一定的方式将两表面的夹角测量出来,从而补偿这种加工误差引起的方位角的变化.

利用  $\phi$  旋转法<sup>[1]</sup>测量两个不同晶面的衍射线可以同时测量出倾角和 AT 切角,但效率不高.本文提出了一种由 He-Ne 激光器、转盘、灵敏探测器(Position Sensitive Detector, PSD)和终端处理系统构成的角度补偿系统,可以和 X 射线测量同时进行,实时性好,测量精度高.

## 1 补偿系统的组成

如图 1 所示,补偿系统由 He-Ne 激光器、转盘、位置 PSD 和终端处理系统四部分组成. He-Ne 激光器准直性好、光斑直径小,因此引入的误差也小,是比较理想的光源,用来产生系统所需的光束;转盘的

作用是将晶片进行全角度扫描以获得所需要的数据;PSD 用来读取反射光斑的位置数据,为后面的分析做准备;数据处理系统根据 PSD 探测到的数据并结合系统参数计算出晶体表面夹角并对方位角进行补偿.

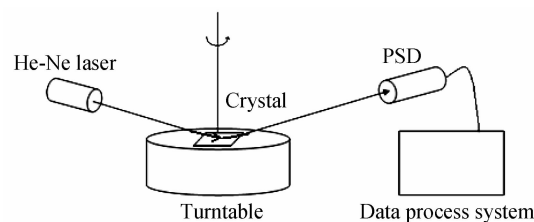


图 1 补偿系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the compensation system

系统的工作原理为:He-Ne 激光器发出的光束以一定角度照射到晶片上(光斑的中心在转轴上),经晶片的上表面反射后被 PSD 探测到,然后 PSD 将记录的坐标值送到数据处理系统分析和计算,从而进行角度补偿.

## 2 测量原理

假设入射光束在 YOZ 平面内且与水平面的夹角为  $\beta$ ,标准片上下表面平行且厚度为  $h$ ,待测晶片上下表面的夹角为  $\alpha$ ,与标准片的厚度差为  $\Delta h$ , $\gamma$  定义为晶片法向量投影到 XOY 面上与 X 轴正向的夹角.

基金项目:台州市与浙江大学科技合作专项资金(No. 07zju025)资助

第一作者:宋继东(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为光电测量. Email: jidongsong\_163@yahoo.com.cn

导师:林斌(1964-),男,教授,博导,主要研究方向为光电子器件、图像传感及光电测量技术等. Email: wjlin@zju.edu.cn

收稿日期:2010-10-11;修回日期:2010-12-06

PSD 探测到的坐标位置与两个因素有关,一个是测试片与标准片的高度差,另一个是测试片上下表面的夹角.因为由高度差引起的坐标位置的变化反映到 PSD 上只是坐标的平移,PSD 探测到的形状变化只与晶片上下表面的夹角有关,故在分析的时候可将两者分离开来.

$$X = X_h + X_a \quad (1)$$

$$Y = Y_h + Y_a \quad (2)$$

$$Z = Z_h + Z_a \quad (3)$$

式中  $X_h, Y_h, Z_h$  是由高度差引起的坐标位置的变化,  $X_a, Y_a, Z_a$  是由上下表面的夹角引起的坐标位置的变化.

### 2.1 角度引起的坐标位置变化

图 2 为晶面与坐标系的关系示意图.

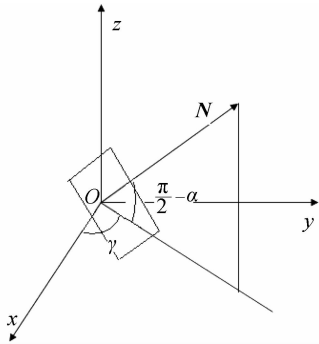


图 2 晶面与坐标系的关系

Fig. 2 Schematic diagram of the relationship between crystal surface and coordination

晶片上表面的法线为

$$\mathbf{N} = (\sin \alpha \cdot \cos \gamma, \sin \alpha \cdot \sin \gamma, \cos \alpha) \quad (4)$$

入射光线方程为

$$\frac{y}{\cos \beta} = \frac{z}{-\sin \beta} \quad (5)$$

上表面的方程为( $\Delta h = 0$ )

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{S} = 0 \quad (6)$$

式中  $\mathbf{S}$  为晶片上表面的任意点,  $\mathbf{S} = (x, y, z)$ .

反射定律的矢量形式可以表示为

$$\mathbf{A}'' = \mathbf{A} - 2\mathbf{N} \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}) \quad (7)$$

式中  $\mathbf{A}$  为入射矢量,  $\mathbf{A}''$  为反射矢量,  $\mathbf{N}$  为反射面的法线.

设反射光线与 PSD 探测面垂直,则探测面的法向量为

$$\mathbf{N}_s = (0, \cos \beta, \sin \beta) \quad (8)$$

探测面的方程为

$$\cos \beta \cdot y + \sin \beta \cdot z = L \quad (9)$$

式中  $L$  为坐标原点到探测面中心的距离.

经推导,反射到 PSD 面上的坐标可以表示为

$$x(\alpha) = \frac{2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}) \sin \alpha \cos \gamma}{\cos 2\beta - 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A})(\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma)} \cdot L \quad (10)$$

$$y(\alpha) = \frac{\cos \beta - 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}) \sin \alpha \cos \gamma}{\cos 2\beta - 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A})(\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma)} \cdot L \quad (11)$$

$$z(\alpha) = \frac{-\sin \beta - 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}) \cos \alpha}{\cos 2\beta - 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A})(\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma)} \cdot L \quad (12)$$

式中  $\mathbf{N} \cdot \mathbf{A} = \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta$ ,  $x(\alpha) = X_a$ ,  $y(\alpha) = Y_a$ ,  $z(\alpha) = Z_a$ .

### 2.2 高度差引起的坐标位置变化

由高度差引起的入射点变化为

$$\Delta x = 0; \Delta y = \Delta h \cdot \tan \beta; \Delta z = \Delta h \quad (13)$$

反射光线变为

$$\frac{y + \Delta h \cdot \tan \beta}{\cos \beta} = \frac{z - \Delta h}{\sin \beta} \quad (14)$$

结合式(6)、(13)可得

$$x(\Delta h) = 0 \quad (15)$$

$$y(\Delta h) = \frac{L}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} - \frac{\sin \beta (1 + \tan^2 \beta)}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} \cdot \Delta h \quad (16)$$

$$z(\Delta h) = \frac{L \cdot \tan^2 \beta}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} + \frac{(\sin \beta \tan \beta + \cos \beta - \sin \beta)(1 + \tan^2 \beta)}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} \cdot \Delta h \quad (17)$$

$$\Delta y(\Delta h) = -\frac{\sin \beta (1 + \tan^2 \beta)}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} \cdot \Delta h \quad (18)$$

$$\Delta z(\Delta h) = \frac{(\sin \beta \tan \beta + \cos \beta - \sin \beta)(1 + \tan^2 \beta)}{\tan \beta \sin \beta + \cos \beta} \cdot \Delta h \quad (19)$$

式中  $\Delta x(\Delta h) = X_h = 0$ ,  $\Delta y(\Delta h) = Y_h$ ,  $\Delta z(\Delta h) = Z_h$ .

另建立一套坐标系  $O'(x', y', z')$ , 是由原来的坐标系绕  $X$  轴旋转  $\frac{\pi}{2} - \beta$  而成, 就能得到 PSD 坐标系下的坐标, 旋转方程为

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (20)$$

## 3 模拟分析

PSD 面积为  $(8 \times 8) \text{ mm}^2$ , 图 3 为晶体上下表面角度分别为  $4', 6', 8'$  和  $10'$ ,  $L = 500 \text{ mm}$ ,  $\beta = 30^\circ$  时 PSD 面上的光斑形状. 可以看出随着角度的变大, 光斑的范围也变大, 但形状并没有变化. 图 4 为光线入射角不同时, PSD 探测到的光斑形状, 当入射角从  $10^\circ$  变到  $40^\circ$  的过程中, 光斑的倾斜越来越严重.

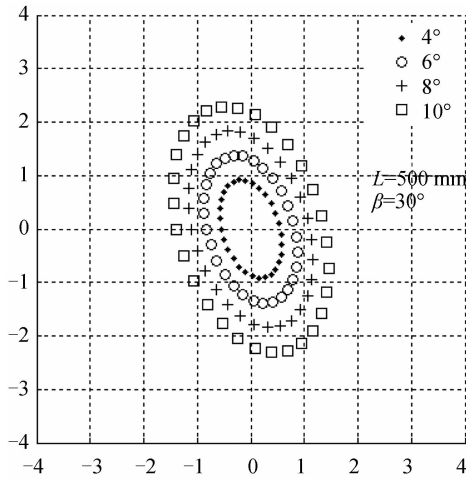


图3 晶体上下表面不同角度时 PSD 上的光斑  
Fig. 3 Light spots on PSD according to different angles between top and bottom of the crystal

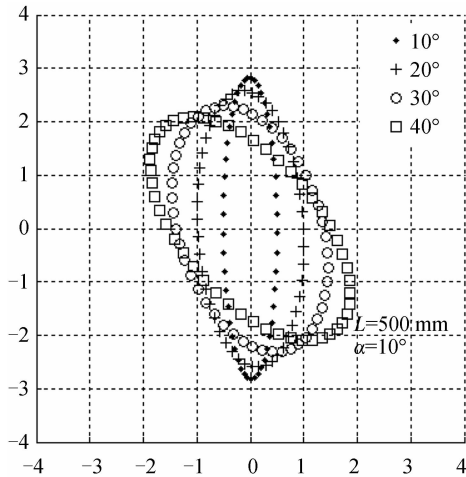


图4 不同光束入射角时 PSD 上的光斑  
Fig. 4 Light spots on PSD according to different incident angles

综上所述可以得出,光斑的形状只与光线的入射角有关。

图5反映的是测试片与标准片不同的高度误差时 PSD 探测到的光斑形状,由图可以看出,高度误差只是引起坐标的上下平移,并不影响光斑的外形。

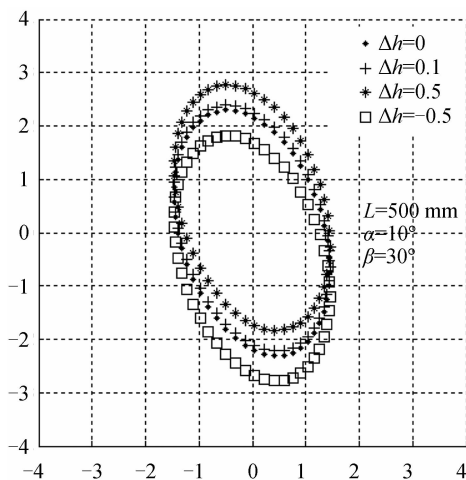


图5 不同高度误差时 PSD 上的光斑  
Fig. 5 Light spots on PSD according to different height errors

因为光斑的外形由晶片上下表面的倾斜角和晶片厚度共同决定,由式(3)及上面的分析可看出,如果在 PSD 探测得到的坐标中取两个特殊点便可将厚度因素引起的误差消除。

为计算方便取  $\frac{\pi}{2}$  和  $\frac{3\pi}{2}$ , 得出  $z_1$  和  $z_2$  并令  $\Delta z(\alpha) = z_1 - z_2$ . 并作出不同入射角时晶片上下表面倾角  $\alpha$  与  $\Delta z$  的关系,如图6。

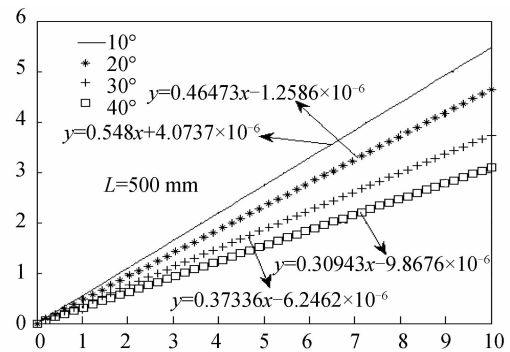


图6 不同入射角时  $\alpha$  与  $\Delta z$  的关系  
Fig. 6 The relationship between  $\alpha$  and  $\Delta z$  at different incident angles

通过图6反映的信息, $\alpha$  与  $\Delta z$  基本上呈现线性关系,由此用得到的数据对入射角分别为  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$  和  $40^\circ$  进行线性拟合,并对其进行误差分析,可以得出:通过表1可以看出,当取入射角为  $20^\circ$  时,标准差最小,  $8 \times 8 \text{ mm}^2$  的 PSD 分辨率为  $8 \mu\text{m}$ ,由此得到该系统的角度分辨率为  $1.033''$ . 当  $\alpha > 15'$  时,光斑落在了 PSD 探测器之外,所以探测器的测量范围为  $\alpha \leq 15'$ .

当  $L$  变大时,补偿系统的精度提高,但同时其测量范围会减小,具体参数设置要在测量精度和测量范围之间进行权衡。

表1 不同入射角时  $\alpha$  与  $\Delta z$  的线性关系

Table 1 Linear relationship between  $\alpha$  and  $\Delta z$  at different incident angles

Incident angle/( $^\circ$ )	Fitting formula	Standard error/mm
10	$y=0.548x+4.0737 \times 10^{-6}$	$1.7175 \times 10^{-5}$
20	$y=0.46473x-1.2586 \times 10^{-6}$	$5.3062 \times 10^{-6}$
30	$y=0.46473x-1.2586 \times 10^{-6}$	$2.6335 \times 10^{-5}$
40	$y=0.30943x-9.8676 \times 10^{-6}$	$4.1603 \times 10^{-5}$

### 4 误差分析

在测量装置安装的过程中由于位置的偏离或者对角不准确会造成一定的误差,因此有必要对整个装置进行误差分析,以估计其对结果的影响。

假设 PSD 法向量与基准平面不是呈严格的  $20^\circ$ ,而是在此基础上有一个微小的偏移,这里定义为  $\Delta\theta$ ,图7反映了在不同  $\Delta\theta$  的影响下  $\alpha$  和  $\Delta z$  的关系,当  $\Delta\theta=3'$  时, $z$  坐标的最大误差为  $0.11 \text{ mm}$ ,根

据其线性拟合结果,这将引起的角度误差为

$$\Delta\alpha = \frac{0.11}{0.46473} = 0.2367' \quad (21)$$

如果保持装置的误差在  $1''$  以内,测量范围  $\alpha \leq 1'$ ,则角度的安装误差应该小于  $2^\circ$ 。

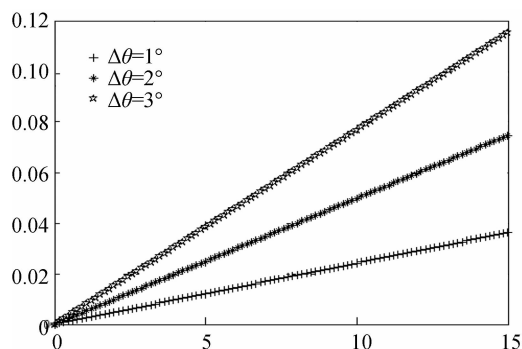


图7 不同  $\Delta\theta$  下  $\alpha$  和  $\Delta z$  的关系

Fig. 7 The relationship between  $\alpha$  and  $\Delta z$  at different  $\Delta\theta$

## 5 结论

本文从分析石英晶体上下表面夹角与 PSD 位置坐标的关系着手,对全自动石英晶向分选仪的角度补偿问题进行了研究.通过捕捉由激光发出的并经石英晶体发射的光线在 PSD 上形成的光斑,选取光斑中的两个特殊点,消除了由于高度误差引起的测量结果的不准确,解决了角度补偿的问题.此方案可大大提高石英晶向分选仪的分选精度,从而在生产上能够更准确地控制石英晶体的晶振频率。

## A New Optical Angle Measurement and Compensation

SONG Ji-dong, ZHANG Wan-zhen, LIN Bin

(National Key Lab for Modern Optical Instrument; CNERC for Optical Instrument;  
Research Institute of Zhejiang University-Taizhou, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** In the process of cutting quartz, machining errors often cause two surfaces unparallel, which will influence on the judgment to its crystal orientation. The angle measurement of full-automated x-ray sorting machine was analyzed. The light spots deflected by quartz were detected by position sensitive detector, and relational expression between points position sensitive detector detected in the coordination and angles between top and bottom surfaces was deduced. And, the shapes of the light spots on the position sensitive detector in different incident angles and thicknesses were studied. It was found that similar linear relationship exists between height differences at coordination axis on position sensitive detector. When the incident angle is  $20^\circ$ , the norm of residual has the smallest value of  $5.3062 \times 10^{-6}$  mm. The system resolution and measurement range are  $1.033''$  and  $15'$  respectively.

**Key words:** X-ray sorting machine; Angle compensation; Position sensitive detector; Resolution; Measurement range

与干涉法小角度测量相比,该方法具有测角范围广,不容易受外界干扰,稳定性好等优点.此方法经过改进还可以进行转盘的水平面调整,也为今后相关领域的研究提供了理论指导。

### 参考文献

- [1] DENG Jun-jing, TAN Wei-shi, WU Xiao-shan. Theoretically design for automatic quartz-sorting machine [J]. *Physical Testing and Chemical Analysis Part A: Physical Testing*, 2008, **44**(11): 595-599.  
邓俊静,谭伟石,吴小山.石英晶片 X 射线自动分选仪的理论设计[J].理化检验(物理分册),2008, **44**(11): 595-599.
- [2] BERGER H, BRADACZEK H A, BRADACZEK H, et al. X-ray angle sorting of small-size quartz blanks using the scan-state and perspective [C]. *Proceedings of the 2003 IEEE international frequency control symposium and PDA exhibition jointly with the 17th European frequency and time forum*, 2001: 761-764.
- [3] HIDEBRANDT G, BRADACZEK H. Approaching real X-ray optics[J]. *The Rigaku Journal*, 2000, **17**(10): 13-21.
- [4] BERGER H, BRADACZEK H A, PIANOWSKI H, et al. A new quartz-blank sorting machine including optical and extended X-ray inspection[C]. *Proceedings of the 2000 IEEE International Frequency Control Symposium and Exhibition*, 2000: 247-249.
- [5] FAN H, READING I, Fang Z P. Novel optical sensor for precise tilt angle measurement [C]. *9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, 2006: 1-4.
- [6] ZHONG Jin-qiang, ZHANG Xian-hua, JU Zhi-xiang. Absolute small-angle measurement based on optical feedback interferometry[J]. *Chinese Optics Letters*, 2008, **6**(11): 830-832.