

文章编号:1004-4213(2011)02-0272-5

# 延迟光反馈 VCSEL 的混沌动力学特性\*

谭建锋<sup>1</sup>, 张胜海<sup>1</sup>, 王伟<sup>2</sup>, 赵振华<sup>1</sup>

(1 解放军信息工程大学 理学院 数理系, 郑州 450001)

(2 第二炮兵士官学校, 山东 青州 262500)

**摘 要:**根据延迟光反馈垂直腔面发射半导体激光器动力学模型,数值模拟了激光器的混沌动力学特性,分析了外腔长度和光反馈强度对激光器混沌动力学特性的影响.结果表明:外腔较短的激光器,经过混沌区后仍会回到锁频状态;外腔较长的激光器,经过混沌区后不是进入锁频状态而是回到周期 1.取定激光器外腔长度为 3.0 cm,使反馈强度由小增大,得到激光器由倍周期分岔进入混沌的过程,并在混沌区中出现周期 12 窗口.本文对混沌保密通信的实际应用具有一定的理论参考价值.

**关键词:**延迟光反馈;垂直腔面发射半导体激光器;混沌动力学特性;锁频;倍周期分岔

**中图分类号:**TN248.4;O415.5

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114002.0272

## 0 引言

近年来对混沌保密通信的研究越来越受到人们的关注,而激光混沌具有高带宽、低损耗、动力学行为复杂、对参量高度敏感等特性,因而更适合于高速远程保密通信.垂直腔面发射半导体激光器(Vertical Cavity Surface Emitting Laser, VCSEL)是近年来广受关注的一种新型激光器.与传统半导体激光器相比,它具有体积小、阈值电流低、效率高、发散角小、可单模输出、易于和光纤耦合等优异特性<sup>[1-2]</sup>,在光通信、光互联、光储存光学器件集成等方面具有广阔的应用前景.因此关于 VCSEL 混沌动力学特性的研究对基于 VCSEL 的混沌保密通信的实际应用具有重要的意义.光反馈作为一个自由度附加到激光器中,可以引起激光器复杂的非线性光学效应,这种光反馈法越来越受到众多学者的关注.Spencer P 和 Mirrasso C 等研究了强光反馈对 VCSEL 混沌动力学特性的影响<sup>[3]</sup>.Li Xiao-feng 和 Pan Wei 等研究了延迟光电负反馈对外腔 VCSEL 的非线性动力学特性控制<sup>[4]</sup>.但这些研究对光反馈 VCSEL 由倍周期分岔进入混沌过程分析不太深入.

本文主要研究外腔长度和反馈强度对延迟光反馈 VCSEL 混沌动力学特性的影响,通过延迟光反馈 VCSEL 动力学方程,数值模拟并分析了外腔长度为 1.5 cm、2.0 cm、3.0 cm 和 6.0 cm 时的标准化

光子数密度分岔图.然后取定外腔长度为 3.0 cm,给出了随着反馈强度变化,激光器由倍周期分岔进入混沌的具体演化过程.

## 1 VCSEL 的动力学模型

延迟光反馈 VCSEL 系统的简单结构如图 1, VCSEL 出射的部分光,被距出光端面  $L$  (即为外腔长度)处的透射镜面  $M$  反射回谐振腔,从而形成光反馈.

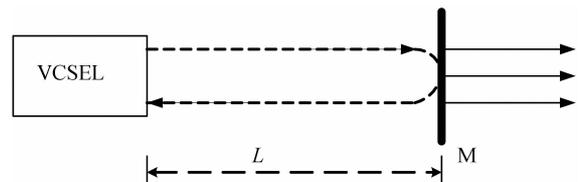


图 1 延迟光反馈 VCSEL 系统的结构  
Fig. 1 Structural drawing of the VCSEL with delayed optical feedback

具有延迟光反馈的 VCSEL 动力学方程可以由标准的 VCSEL 动力学方程加一个延迟反馈项来进行描述<sup>[4-7]</sup>

$$dP(t)/dt = v_g(G(t) - \alpha)P(t) + \beta B_{sp}N^2(t) + 2(k/\tau_{in})\sqrt{P(t)P(t-\tau)}\cos(\theta(t)) \quad (1)$$

$$d\Phi(t)/dt = \beta_c v_g(G(t) - \alpha)/2 - (k/\tau_{in})\sqrt{P(t-\tau)/P(t)}\sin(\theta(t)) \quad (2)$$

$$dN(t)/dt = I/qV - N(t)/\tau_e - G(t)P(t) \quad (3)$$

基金项目:国家自然科学基金(No. 10975047)资助

第一作者:谭建锋(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为激光混沌及其保密通信. Email:tommy23tjf@163.com

导师:张胜海(1971-),男,副教授,博士,主要研究方向为光学混沌及其应用. Email:ccstshz@163.com

收稿日期:2010-07-23;修回日期:2010-11-03

式中,  $v_g$  为群速度,  $\alpha$  为等效内腔损耗,  $\beta$  为自发辐射因子,  $B_{sp}$  为辐射复合系数,  $k$  为光反馈强度,  $\tau_m$  为腔内光子往返时间,  $\tau = 2L/C$  为延迟时间,  $\beta_c$  为线宽展宽因子,  $I$  为注入电流,  $q$  为电子电荷,  $V = \pi\omega^2 d$  为有源区体积,  $\omega$  为电流孔径,  $d$  为有源层厚度,  $\tau_c$  为载流子寿命,  $\theta(t) = \omega_0 \tau + \Phi(t) - \Phi(t - \tau)$  表示由反馈光引起的相位延迟,  $\omega_0$  为模式频率. VCSEL 具有量子阱结构, 光增益  $G(t)$  可以用光子数密度  $P(t)$  和载流子密度  $N(t)$  的广义对数形式表示<sup>[6]</sup>

$$G(t) = \Gamma_z \Gamma_y a_N \frac{\ln [N(t)/N_0]}{1 + \epsilon P(t)} \quad (4)$$

式(4)中:  $\Gamma_z$  为纵向光限制因子,  $\Gamma_y$  为横向光限制因子,  $a_N$  为光增益系数,  $N_0$  为透明载流子密度,  $\epsilon$  为增益压缩因子.

利用四阶龙格-库塔法对光反馈 VCSEL 动力学方程组(1)~(3)进行数值求解, 可分别对延迟光反馈 VCSEL 在不同的外腔长度、反馈强度下的动态特性进行分析. 数值计算过程中, VCSEL 典型参量<sup>[4,6]</sup>:  $v_g = 8.1 \times 10^9$  cm/s,  $\Gamma_z = 0.07$ ,  $\Gamma_y = 1$ ,  $a_N = 1.4 \times 10^3$  cm<sup>-3</sup>,  $N_0 = 1.3 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup>,  $\epsilon = 1 \times 10^{-17}$  cm<sup>3</sup>,  $\alpha = 50$ ,  $\beta = 1 \times 10^{-4}$ ,  $B_{sp} = 1 \times 10^{-10}$  cm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>,  $\beta_c = 4.8$ ,  $\tau_{in} = 0.04$  ps,  $\omega = 5$   $\mu$ m,  $d = 0.4$   $\mu$ m,  $\tau_c = 2.7$  ns,  $I = 6$  mA,  $\lambda_0 = 850$  nm.

## 2 模拟结果与分析

### 2.1 外腔长度对 VCSEL 动力学特性的影响

延迟时间  $\tau$  与外腔长度  $L$  密切相关, 本文取  $L$  为可调参量, 以光反馈强度  $k$  为控制参量, 激光器的其他参量取为典型参量, 数值模拟  $L$  对 VCSEL 动力学特性的影响. 图 2 为  $L$  为 1.5 cm、2.0 cm、3.0 cm 和 6.0 cm 时, 标准化光子数密度的分岔图.

图 2(a)中可以看到  $k < 5.4 \times 10^{-4}$  时激光器处于锁频状态, 具有稳定输出;  $k$  在  $[5.4 \times 10^{-4}, 7.7 \times 10^{-4}]$ , 激光器由周期 1 进入倍周期分岔, 继续改变反馈参量, 发现激光器经过周期 3 进入混沌; 在混沌区后激光器不是经过逆分岔回到周期 1, 而是直接回到锁频状态. 图 2(b)中激光器的状态可以通过三个区域来描述: 第一区域  $k$  在  $[0.6 \times 10^{-4}, 1.6 \times 10^{-4}]$ , 激光器由周期 1 倍周期分岔到周期 4; 第二区域  $k$  在  $[4.7 \times 10^{-4}, 7.0 \times 10^{-4}]$ , 激光器由周期 1 进入倍周期分岔, 在周期 3 后进入混沌态; 第三区域  $k$  在  $[9.7 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-3}]$ , 激光器由周期 1 直接进入到多周期态再到混沌. 其它参量区间内, 激光器均处于锁频状态. 图 2(c)可以看出  $k < 1.2 \times 10^{-4}$  时激光器处于锁频状态, 然后激光器经倍周期分岔进入混沌, 在参量范围内重复此过程; 但

图 2(a)和(b)比较, 图 2(c)中激光器经过混沌区后不是进入锁频区而是回到周期 1 态, 而且其混沌区的范围也较图 2(a)和(b)更宽更密, 两个混沌区之间的间隔也更短. 图 2(d)可以看出  $k < 0.4 \times 10^{-4}$  时激光器处于锁频状态, 经过锁频区后, 激光器经倍周期分岔、逆分岔, 然后周期 1 快速进入阵发混沌, 而且在很大的反馈区域(即  $k > 1.0 \times 10^{-4}$ )内, 激光器都处于混沌状态.

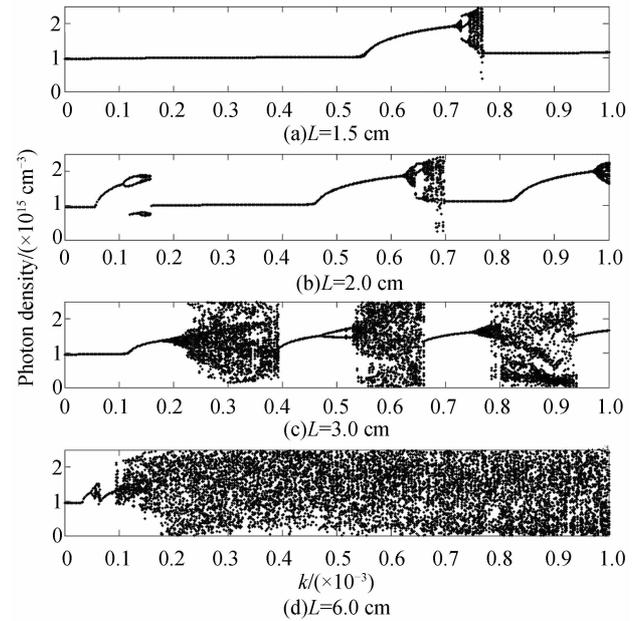


图 2 在不同外腔长度下的标准化光子数密度分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagram of standardized photon densities

当外腔较短时, 反馈强度在一个较大区域内, 激光器处于锁频状态, 具有稳定的输出, 只有反馈强度足够大时, 系统才会进入混沌状态. 当外腔较长时, 只有反馈强度很小时, 系统才会处于锁频状态, 而稍微增加反馈强度, 系统的锁频状态会被打破而进入混沌态. 进入混沌区后, 外腔较短的系统混沌区较窄, 经过混沌区后会回到锁频状态. 而外腔较长的系统混沌区会变宽, 两个混沌区之间的间隔也会变短, 经过混沌区后不是进入锁频状态而是回到周期 1.

### 2.2 光反馈强度对 VCSEL 动力学特性的影响

图 3(a)为  $\tau = 0.2$  ns(即  $L = 3.0$  cm)时, 标准化光子数密度随光反馈强度  $k$  变化的分岔图. 从图 3(a)中可以看到当  $k < 1.180 \times 10^{-4}$  时激光器处于锁频区, 激光器在这一区域内具有稳定输出; 经过锁频区后, 在参量区间  $[1.180 \times 10^{-4}, 1.765 \times 10^{-4}]$  激光器的光子数密度随着  $k$  的增大而增大, 且系统处于周期 1 态; 随着  $k$  的进一步增加, 激光器从倍周期分岔进入混沌. 为了更清楚地反映激光器的倍周期分岔过程, 对光子数密度分岔过程进行局部放大模拟. 结合图 3(a)和(b)可以清楚地看到, 当  $k$  在参量区间  $[1.770 \times 10^{-4}, 1.915 \times 10^{-4}]$ 、 $[1.916 \times 10^{-4}$ ,

$1.950 \times 10^{-4}$ ]和 $[1.951 \times 10^{-4}, 1.960 \times 10^{-4}]$ 取值时激光器分别处于周期 2 态、周期 4 态和周期 8 态; 经过周期 8 后, 激光器明显地进入混沌区, 在混沌区的 $[2.020 \times 10^{-4}, 2.080 \times 10^{-4}]$ 区间中存在周期 12

窗口(即  $2^2 \times 3$ ), 这与周期 3 意味着混沌的结论相吻合; 由图 3(b)可以清楚地看到当  $k > 2.090 \times 10^{-4}$  后激光器明显地处于混沌态.

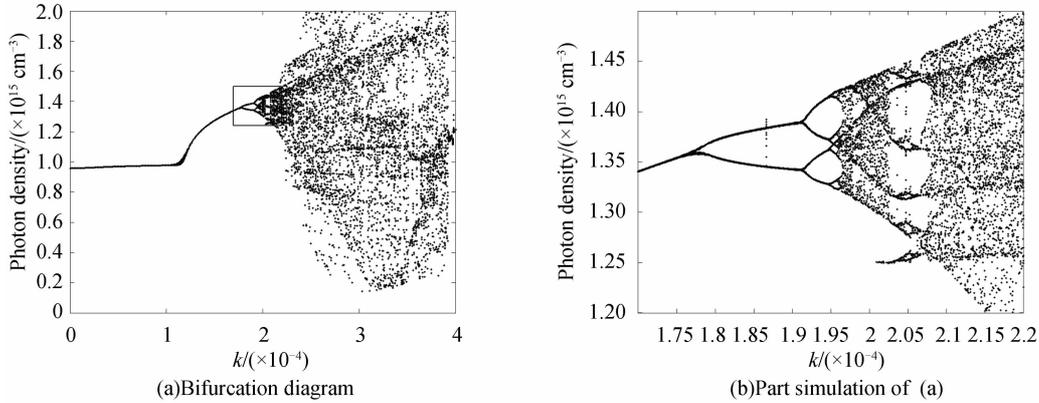
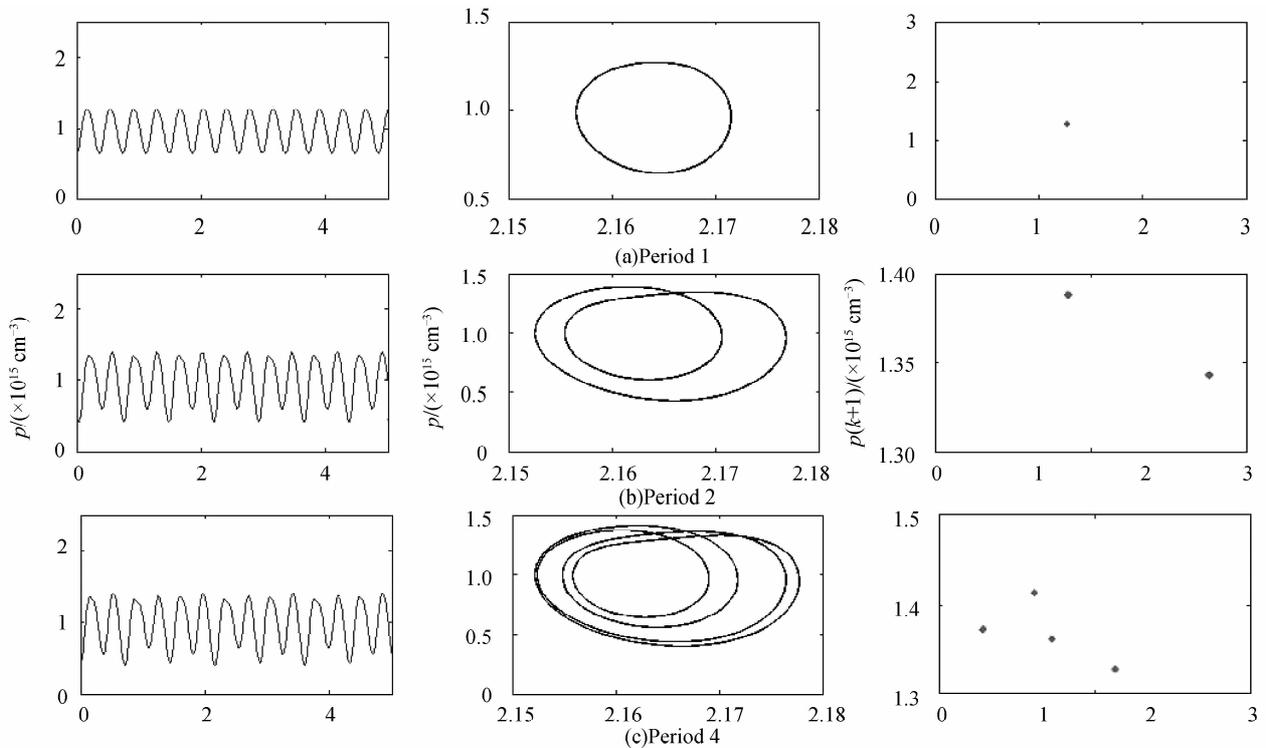


图 3  $\tau=0.2$  ns 时标准化光子数密度的分岔图及其局部放大模拟  
Fig. 3 Bifurcation diagram of standardized photon density( $\tau=0.2$  ns)and its part simulation

图 4 为倍周期分岔过程的时间序列、吸引子和庞卡莱截面图. 图 4(a)显示了当  $k = 1.500 \times 10^{-4}$  时, 激光器处于周期 1 态, 可以看到它的时间序列是具有同一峰值强度, 在庞卡莱截面图中对应的只有一个极大值点. 图 4(b)和(c)显示了当  $k = 1.900 \times 10^{-4}$  和  $k = 1.945 \times 10^{-4}$  时系统处于周期 2 和周期 4 态, 在吸引子图中对应的运动轨迹不断地

向外分离, 呈现出两、四个圆环状, 在庞卡莱截面图中对应两个和四个极大值点. 图 4(d)显示了当  $k = 1.955 \times 10^{-4}$  时, 在吸引子图中由前周期 4 态的运动轨迹继续向外分离, 观察到八个圆环, 在庞卡莱截面上观察到八个极大值点, 这表明激光器处于周期 8 态.



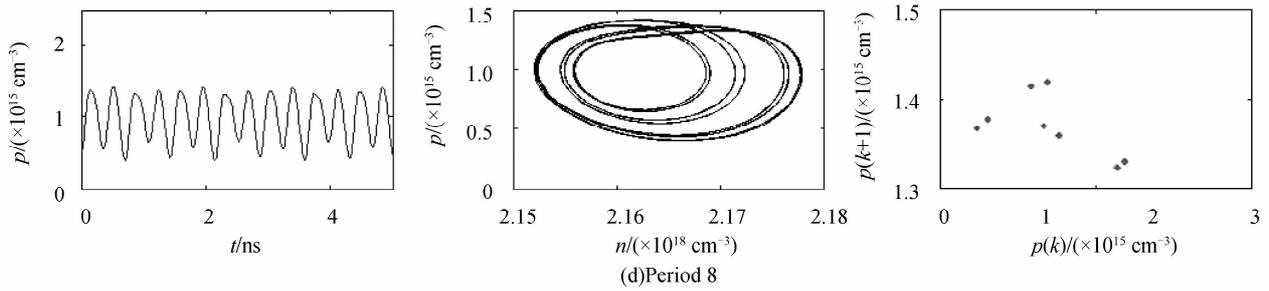


图4 倍周期分岔过程的时间序列、吸引子和庞卡莱截面图

Fig. 4 Time series, attractors and Poincaré sections for period 1, 2, 4, 8

当继续增加光反馈强度  $k=2.050 \times 10^{-4}$  和  $k=2.250 \times 10^{-4}$  时得到图 5。图 5(a) 和 (b) 分别对应周期 12 和混沌态的时间序列图、吸引子图和庞卡莱截面图。可以清楚地看到, 图 5(a) 时间序列是周期有序的, 在庞卡莱截面可以找到十二个极大值点; 而图 5(b) 中, 时间序列为无序状态, 庞卡莱截面上得到的一些成片的密集点。

通过研究得出: 取定  $L=3.0$  cm 时, 在较小的光反馈(即  $k < 1.180 \times 10^{-4}$ ) 下激光器会处于锁频区, 具有稳定状态; 经过锁频区后, 增加光反馈强度, 能清晰地观察到激光器从倍周期分岔进入混沌的现象; 进一步增加反馈强度, 在混沌区中出现周期 12 窗口, 经过周期 12 激光器再次进入混沌。

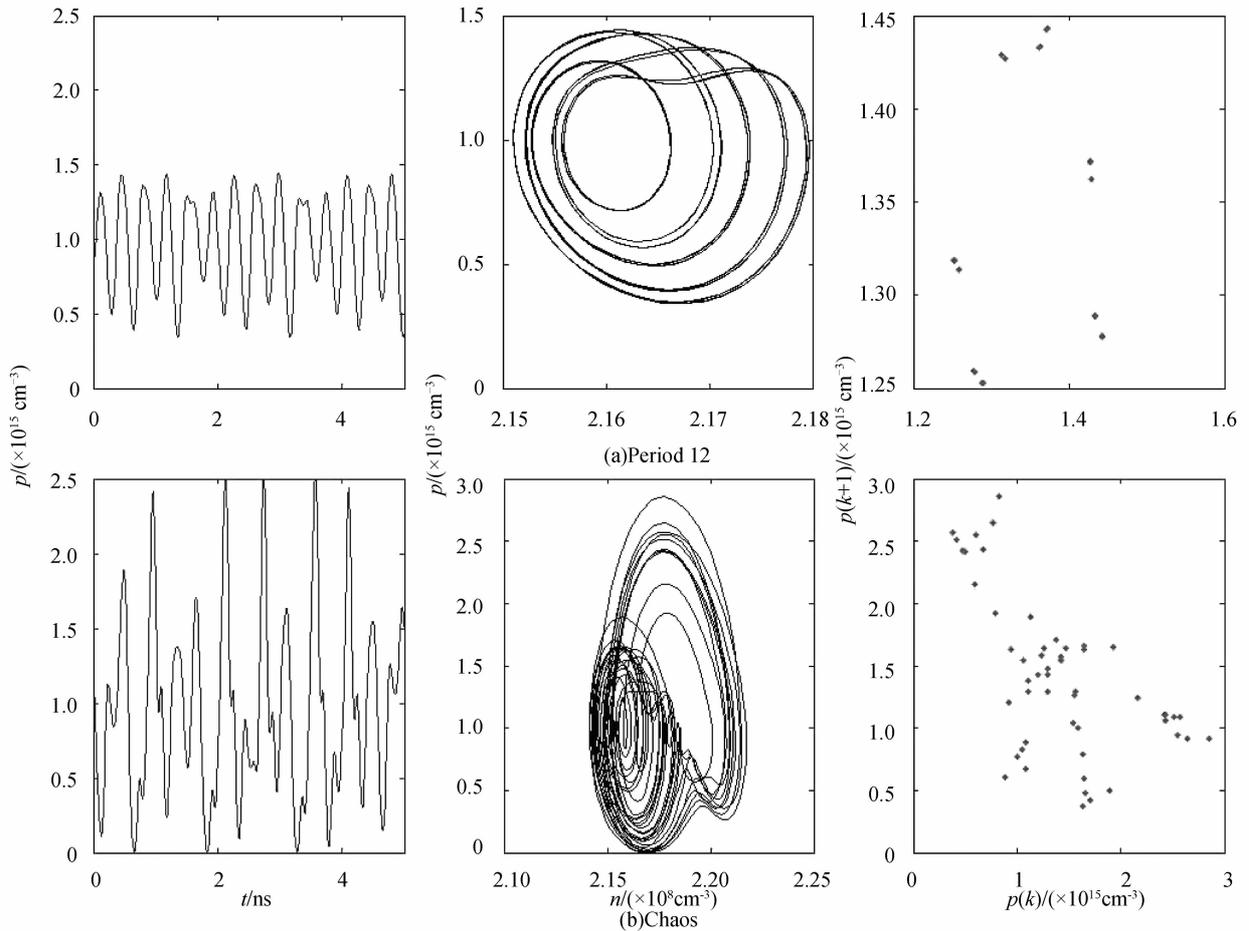


图5 周期 12、混沌态的时间序列、吸引子和庞卡莱截面图

Fig. 5 Time series, attractors and Poincaré sections for period 12 and chaos

### 3 结论

本文利用数值模拟的方法, 对外腔长度  $L$  和光反馈强度  $k$  对延迟光反馈 VCSEL 混沌动力学特性的影响进行了研究, 本文得到外腔较短的激光器, 在

较大的参量区域内都处于锁频状态, 经过混沌区后激光器仍会回到锁频状态; 外腔较长的激光器, 在初始的很小参量区域内才处于锁频状态, 经过混沌区后激光器不是进入锁频状态而是回到周期 1。取定激光器外腔长度为 3.0 cm, 使反馈强度由小增大, 在

激光器会从锁频状态进入周期 1,再经倍周期分岔进入混沌,并在其混沌区内出现周期 12 窗口。

#### 参考文献

- [1] LI Lin, ZHONG Jing-chang, SU Wei, *et al.* Vertical cavity surface emitting lasers[J]. *Journal of Changchun University of Science and Technology*, 2003, **26**(2):68-72.  
李林, 钟景昌, 苏伟, 等. 垂直腔面发射半导体激光器[J]. 长春理工大学学报, 2003, **26**(2):68-72.
- [2] HAN Li-ying, JIA Chun-hui, LIU Lei. Characteristics of vertical cavity surface emitting lasers[J]. *Photon Technology*, 2006, **14**(4):181-184.  
韩力英, 贾春辉, 刘磊. 垂直腔面发射半导体激光器特性分析[J]. 光子技术, 2006, **14**(4):181-184.
- [3] SPENCER P S, MIRASSO C R, SHORE K A. Effect of strong optical feedback on vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1998, **10**(2):191-193.
- [4] LI Xiao-feng, PAN Wei, LUO Bin, *et al.* Control of nonlinear dynamics in external-cavity VCSELs with delayed negative optoelectronic feedback [J]. *Chaos, Soliton and Fractals*, 2006, **30**(4):1004-1011.
- [5] PAN Wei, ZHANG Xiao-xia, LUO Bin, *et al.* Analysis expression of rate equation for vertical cavity lasers [J]. *Semiconductor Photonics and Technology*, 2000, **6**(1):40-42.
- [6] YU S F. Dynamic behavior of vertical Cavity surface-emitting lasers[J]. *IEEE Journal of Quatum Electronics*, 1996, **32**(7):1168-1179.
- [7] LI Xiao-feng, PAN Wei, LUO Bin, *et al.* Nonlinear dynamic behaviors of an optically injected vertical-cavity surface-emitting laser[J]. *Chaos, Soliton and Fractals*, 2006, **27**(5):1387-1394.
- [8] LIU Yu-Jin, ZHANG Sheng-hai, QIAN Xing-zhong. Chaos synchronization in injection-locked semiconductor laser with optical feedback[J]. *Chinese Physics*, 2007, **16**(2):463-465.
- [9] OHTSUBO J. Chaos synchronization and chaotic signal masking in semiconductor laser with optical feedback [J]. *IEEE Journal of Quatum Electronics*, 2002, **38**(9):1141-1154.
- [10] LI Xiao-feng. Study on nonlinear dynamics of vertical-cavity surface-emitting lasers with external optical feedback [D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University, 2006.  
李孝峰. 垂直腔面激光器外光反馈非线性动态特性的研究 [D]. 成都:西南交通大学, 2006.
- [11] LI Feng. Synchronization and communication in cascade and multichannel system with chaotic VCSELs [D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University, 2008.  
李丰. 基于 VCSELs 的级联及多信道系统的混沌同步与通信 [D]. 成都:西南交通大学, 2008.
- [12] VALLE A, PESQUERA L, TUROVETS S I, *et al.* Nonlinear dynamics of current-modulated vertical-cavity surface-emitting laser[J]. *Optics Communications*, 2002, **208**(1-3):173-182.

## Chaotic Dynamic Behaviors of Vertical Cavity Surface Emitting Laser with Delayed Optical Feedback

TAN Jian-feng<sup>1</sup>, ZHANG Sheng-hai<sup>1</sup>, WANG Wei<sup>2</sup>, ZHAO Zhen-hua<sup>1</sup>

(1 Department of Mathematics and Physics, Institute of Science,

PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

(2 Sergeant College of the Second Artillery, Qingzhou, Shandong 262500, China)

**Abstract:** According to the dynamic model of Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL) with delay optical feedback, its chaotic dynamic behaviors were discussed by numerical simulation. And the influence of the external cavity length and optical feedback strength on the dynamic was analyzed. The results show that laser with short external cavity will come back to frequency-locked state after chaos. Laser with long external cavity will come back to period 1 instead of the locked state after chaos. When the external cavity is 3.0 cm, with optical feedback strength increasing, laser turns into chaos by bifurcation, and it can also get period 12 window in chaos. The research results have some theoretical reference value on practical applications.

**Key words:** Delayed optical feedback; Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL); Chaotic dynamic behaviors; Frequency-locked; Bifurcation