

文章编号: 1004-4213(2011)02-0237-5

# 零折射率手征包层光纤中导模的奇异特性

董建峰, 李杰, 杨方清

(宁波大学 光纤通信与网络技术研究所, 浙江 宁波 315211)

**摘要:**对零折射率手征介质(介电常量和磁导率同时等于零的手征介质)作为包层的光纤中模式的奇异特性进行了理论研究. 给出了导模的电磁场分布公式, 推导出导模色散方程和功率的数学表达式, 通过数值计算, 给出了不同手征参量情形下的色散曲线, 讨论了手征参量对归一化功率的影响, 发现了导模的一些奇异特性, 如存在表面波模、基模单模区, 出现传播常量双值、模式交叉、功率储存现象等, 特别是出现了纤芯和包层中的功率都为负值的完全后向波奇异模式.

**关键词:**零折射率手征介质; 光纤; 色散方程; 导模; 功率

中图分类号: TN252

文献标识码: A

doi: 10. 3788/gzxb20114002. 0237

## 0 引言

近几年来, 用手征介质来实现负折射率引起了人们极大的研究兴趣, 目前已成为负折射率研究领域的一个新热点<sup>[1-6]</sup>. 理论研究表明, 只要手征参量大于介质的折射率, 在手征介质中就可以传播后向波<sup>[3]</sup>, 手征负折射率平板可以用来对圆极化波实现亚波长聚焦<sup>[4-5]</sup>. 最近, 研究人员已经用人工手征介质结构从实验上实现了微波频段<sup>[7-8]</sup>和太赫兹频段<sup>[9]</sup>的手征负折射率, 红外波段的手征负折射率介质的结构设计也已有文献报道<sup>[10-11]</sup>. 目前已有文献从理论上研究了包含手征负折射率介质的各种波导如平板波导<sup>[12-13]</sup>、平行板波导<sup>[14]</sup>、金属衬底平板波导<sup>[15]</sup>等的模式特性. 介电常量和磁导率同时等于零的手征介质是手征负折射率介质的一种特殊情形, 称为零折射率手征介质<sup>[1]</sup>, Cheng 等人<sup>[16]</sup>研究了电磁波在包含零折射率手征介质的三层平面波导中的传播, 我们也研究了零折射率手征介质光纤中模式的奇异特性<sup>[17-18]</sup>. 本文将对零折射率手征介质包层光纤的导模特性进行研究, 给出电磁场分布公式, 导出模式色散方程和功率, 给出几种不同手征参量情形下的色散曲线, 讨论手征参量对归一化功率的影响, 发现了导模的一些奇异特性.

## 1 模式色散方程和功率

零折射率手征介质包层光纤结构和参量如图 1, 采用柱坐标系 $(\rho, \varphi, z)$ , 纤芯为普通介质, 它的介

电常量和磁导率为  $\epsilon_1, \mu_1$ , 包层为各向同性零折射率手征介质, 它的介电常量、磁导率为零, 手征参量为  $\kappa$ , 纤芯半径为  $a$ , 包层在理论处理过程中假设为无穷大.

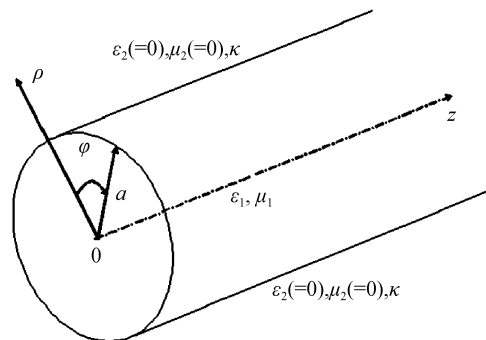


图 1 零折射率手征介质包层光纤的几何图形和材料参量  
Fig. 1 Geometry and material parameters of the chiral nihility cladding fiber

各向同性零折射率手征介质中的本构关系可写成<sup>[1]</sup>(时间因子为  $\exp(j\omega t)$ )

$$\mathbf{D} = -j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \mathbf{H}, \mathbf{B} = j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \mathbf{E} \quad (1)$$

零折射率手征介质中的电磁场可以分解成<sup>[3]</sup>

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-, \mathbf{H} = (j/\eta)(\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-) \quad (2)$$

式中  $\eta = \lim_{\mu \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 0} \sqrt{\mu/\epsilon}$  是零折射率手征介质中的波阻抗, 由麦克斯韦方程和本构关系可以证明  $\mathbf{E}_\pm$  满足下列方程

$$\nabla \times \mathbf{E}_\pm = \pm k_\pm \mathbf{E}_\pm \quad (3)$$

进一步可以推出  $\mathbf{E}_\pm$  是下列波动方程的解

$$(\nabla^2 + k_\pm^2) \mathbf{E}_\pm = 0 \quad (4)$$

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61078060)、浙江省自然科学基金(No. Y1091139)、宁波市科技局工业攻关(No. 2008B10042)、宁波市新型光电功能材料及器件创新团队(No. 2009B21007)和宁波大学王宽诚幸福基金资助

第一作者: 董建峰(1964-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为超常介质、光波导. Email: dongjianfeng@nbu.edu.cn

收稿日期: 2010-07-21; 修回日期: 2010-10-14

式中  $k_{\pm} = \pm \kappa k_0$  为零折射率手征介质中右旋和左旋圆极化本征波的波数,  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  为真空中的波数, 显然, 其中一个本征波的波数为负, 是后向波, 对应的折射率为负值.

由式(2)和(4)以及纵向场分量与横向场分量之间的关系<sup>[17]</sup>, 可以求出导模在零折射率手征介质包层中的电磁场为

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{2z} = (C_m + D_m) K_m(h_2 \rho) \exp(jm\varphi) \\ E_{2\rho} = (C_m + D_m) \left[ \frac{j\beta}{h_2} K'_m(h_2 \rho) - \frac{jm k_2}{h_2^2 \rho} K_m(h_2 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ E_{2\varphi} = (C_m + D_m) \left[ \frac{k_2}{h_2} K'_m(h_2 \rho) - \frac{m\beta}{h_2^2 \rho} K_m(h_2 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ H_{2z} = (C_m - D_m) \frac{j}{\eta_2} K_m(h_2 \rho) \exp(jm\varphi) \\ H_{2\rho} = (C_m - D_m) \left[ -\frac{\beta}{\eta_2 h_2} K'_m(h_2 \rho) + \frac{m k_2}{\eta_2 h_2^2 \rho} K_m(h_2 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ H_{2\varphi} = (C_m - D_m) \left[ \frac{j k_2}{\eta_2 h_2} K'_m(h_2 \rho) - \frac{jm\beta}{\eta_2 h_2^2 \rho} K_m(h_2 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \quad (\rho \geq a) \end{array} \right. \quad (5)$$

式中省略了因子  $\exp[j(\omega t - \beta z)]$ ,  $\beta$  是纵向传播常量,  $h_2 = \sqrt{\beta^2 - k_{2\pm}^2} = \sqrt{\beta^2 - (\kappa k_0)^2}$ ,  $k_2 = k_{2+} = -k_{2-} = \kappa k_0$ ,  $\eta_2 = \lim_{\mu_2 \rightarrow 0, \epsilon_2 \rightarrow 0} \sqrt{\mu_2 / \epsilon_2}$ ,  $K_m$  是第二类变型贝塞尔函数, 带撇的为对宗量求导数,  $m$  为整数, 表示场的角向依赖关系,  $C_m$ 、 $D_m$  是待定常量.

导模在纤芯中的电磁场可直接写为

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1z} = A_m J_m(h_1 \rho) \exp(jm\varphi) \\ E_{1\rho} = \left[ -\frac{j\beta}{h_1} A_m J'_m(h_1 \rho) + \frac{jm k_1}{h_1^2 \rho} B_m J_m(h_1 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ E_{1\varphi} = \left[ -\frac{k_1}{h_1} B_m J'_m(h_1 \rho) + \frac{m\beta}{h_1^2 \rho} A_m J_m(h_1 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ H_{1z} = \frac{j}{\eta_1} B_m J_m(h_1 \rho) \exp(jm\varphi) \\ H_{1\rho} = \left[ \frac{\beta}{\eta_1 h_1} B_m J'_m(h_1 \rho) - \frac{m k_1}{\eta_1 h_1^2 \rho} A_m J_m(h_1 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \\ H_{1\varphi} = \left[ -\frac{j k_1}{\eta_1 h_1} A_m J'_m(h_1 \rho) + \frac{jm\beta}{\eta_1 h_1^2 \rho} B_m J_m(h_1 \rho) \right] \cdot \\ \quad \exp(jm\varphi) \quad (0 \leq \rho \leq a) \end{array} \right. \quad (6)$$

式中  $h_1 = \sqrt{k_1^2 - \beta^2}$ ,  $k_1 = n_1 k_0$ ,  $n_1 = \sqrt{\mu_1 \epsilon_1 / \mu_0 \epsilon_0}$ ,  $\eta_1 = \sqrt{\mu_1 / \epsilon_1}$ ,  $J_m$  是第一类贝塞尔函数,  $A_m$ 、 $B_m$  是待定常量.

根据  $\rho = a$  处电磁场切向分量连续的边界条件, 可以得到导模的色散方程为

$$(m\beta/a)(1/h_1^2 + 1/h_2^2) J_m(h_1 a) - (k_2/h_2) \cdot J_m(h_1 a) \hat{K}_m(h_2 a) = \pm (k_1/h_1) J'_m(h_1 a) \quad (7)$$

式中  $\hat{K}_m(h_2 a) = K'_m(h_2 a) / K_m(h_2 a)$ .

纤芯和包层中的功率  $P_1$  和  $P_2$  可以由玻印廷矢量在  $z$  方向的分量的积分求出, 经过一系列较为复杂的推导, 结果为

$$P_1 = \frac{\pi a^2}{16 \eta_1 h_1^2} (A_m + B_m)^2 \{ (k_1 + \beta)^2 [J_{m+1}^2(h_1 a) - J_m(h_1 a) J_{m+2}(h_1 a)] - (k_1 - \beta)^2 [J_{m-1}^2(h_1 a) - J_m(h_1 a) J_{m-2}(h_1 a)] \} - \frac{\pi a^2}{16 \eta_1 h_1^2} (A_m - B_m)^2 \cdot \{ (k_1 - \beta)^2 [J_{m+1}^2(h_1 a) - J_m(h_1 a) J_{m+2}(h_1 a)] - (k_1 + \beta)^2 [J_{m-1}^2(h_1 a) - J_m(h_1 a) J_{m-2}(h_1 a)] \} \quad (8a)$$

$$P_2 = \frac{\pi a^2}{4 \eta_2 h_2^2} (C_m^2 - D_m^2) \{ (\beta + k_2)^2 [K_m(h_2 a) \cdot K_{m+2}(h_2 a) - K_{m+1}^2(h_2 a)] - (\beta - k_2)^2 \cdot [K_m(h_2 a) K_{m-2}(h_2 a) - K_{m-1}^2(h_2 a)] \} \quad (8b)$$

归一化功率定义为<sup>[19]</sup>

$$P = (P_1 + P_2) / (|P_1| + |P_2|) \quad (9)$$

## 2 数值结果和讨论

用牛顿切线法对模式色散方程式(7)进行数值求解, 可以得到模式传播常量  $\beta$ , 进而可以计算模式的功率  $P$ . 本文选  $\epsilon_1 = \epsilon_0$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  来计算不同手征参量情形下的色散曲线和功率, 并讨论手征参量对它们的影响. 计算发现, 色散方程式(7)右边取正号时, 色散曲线和功率与常规光纤的类似, 并无奇异之处, 这里只讨论色散方程式(7)右边取负号的模式, 并用上标“-”表示.

图2给出了不同手征参量 ( $\kappa = 0.01, 0.5, 0.99$ ) 情形下的零折射率手征包层光纤中模式的色散曲线, 这里用归一化频率  $V = k_0 a \sqrt{|n_1^2 - \kappa^2|}$  (而不是用频率) 是因为零折射率手征一般只在某些共振频率处出现. 图中  $H_{sm}^-$  表示  $m$  阶表面波模,  $H_{nm}^-$  表示  $m$  阶第  $n$  个导模. 从图中可以看出:

1) 存在表面波模式, 当手征参量不是很大时 (如  $\kappa = 0.01, 0.5$ ), 只有  $m = 0$  有表面波模, 而当手征参量很大时 (如  $\kappa = 0.99$ ),  $m = -1, -2$  也有表面波模.

2) 当手征参量较小时, 存在基模 ( $H_{01}^-$ 、 $H_{s0}^-$  模) 的单模区间 (这在之前研究的负折射率包层光纤<sup>[20]</sup> 中不存在): 在截止频率  $V_c = 2.405$  以下, 有一个斜率为负的导模, 当归一化传播常量  $\beta/k_0$  大于纤芯的折射率  $n_1$  时, 这一模式连续地转化成表面波模, 它

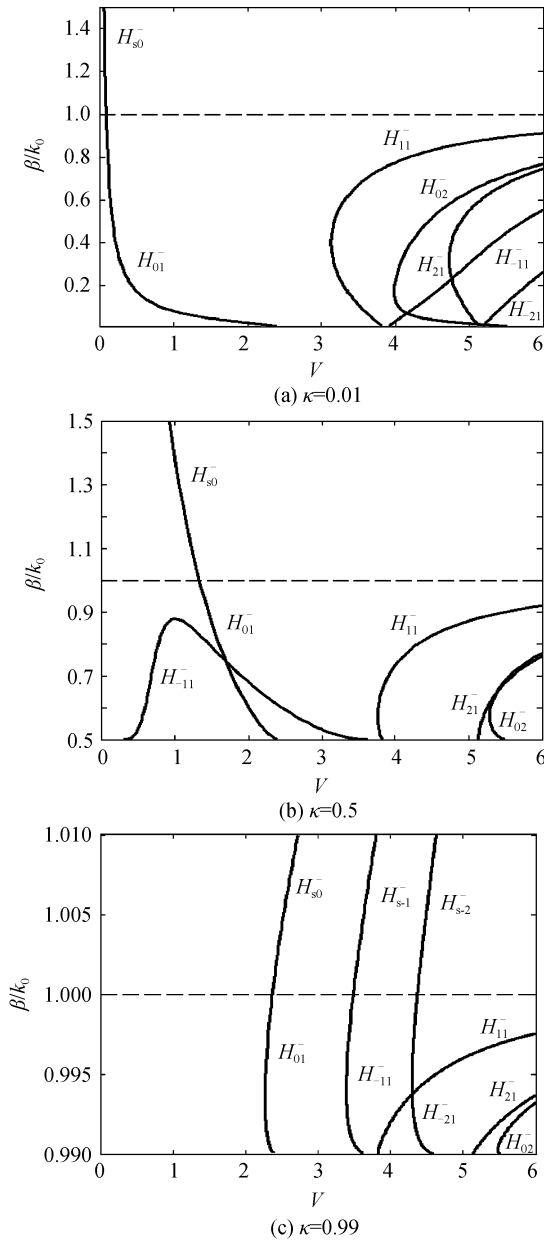


图2 不同手征参量下零折射率手征包层光纤中模式的色散曲线

Fig. 2 Dispersion curves of modes in the chiral nihility cladding fiber for different chirality parameters

们的斜率是负的且在  $V$  值较小区域比较陡,即小的  $V$  值变化就引起大的传播常量的改变,这一特性对于传感器是非常有用的。

3) 当手征参量中等大小时,如  $\kappa=0.5$  时(图 2(b)),出现了一个奇异模式  $H_{-11}^-$ ,它存在于  $V=0 \sim 3.832$  之间,随  $V$  值的增加,归一化传播常量先增加再减小。随着手征参量的增大, $m=-1$  也会出现表面波模,手征参量更大时如  $\kappa=0.99$  时,色散曲线弯向另一边(图 2(c))。图 2(b)与零折射率手征光纤的色散曲线(文献[18]图 5)形状完全相似,只是数值大小不同,模式  $m$  的正负号正好相反,即这里的奇异模式是  $H_{-11}^-$  模,而文献[18]图 5 中奇异模式是

$H_{11}$  模。

4) 存在传播常量双值现象,即截止频率以下有两个传播常量,传播常量随先  $V$  值的减小而增加,达到  $V$  值最小点后又随  $V$  值的增加而增加,如手征参量较小时的  $H_{11}$  模、 $H_{02}^-$  模、 $H_{21}$  模(图 2(a)),手征参量较大时的  $H_{01}$  模、 $H_{-11}^-$  模、 $H_{-21}$  模(图 2(c))。

5) 存在模式交叉现象,如图 2(a)中的  $H_{-11}^-$  模与  $H_{02}^-$ 、 $H_{21}$  模,图 2(b)中的  $H_{01}$  模与  $H_{-11}^-$  模,图 2(c)中的  $H_{11}$  模与  $H_{-21}$  模等,这一现象可以应用于波导耦合、模式滤波、改进模式转换效率等方面<sup>[19]</sup>。

图 3 给出了  $H_{01}$  ( $H_{s0}$ ) 模和  $H_{11}$  模的归一化功率  $P$  随手征参量  $\kappa$  的变化关系。对于  $H_{01}$  ( $H_{s0}$ ) 模,

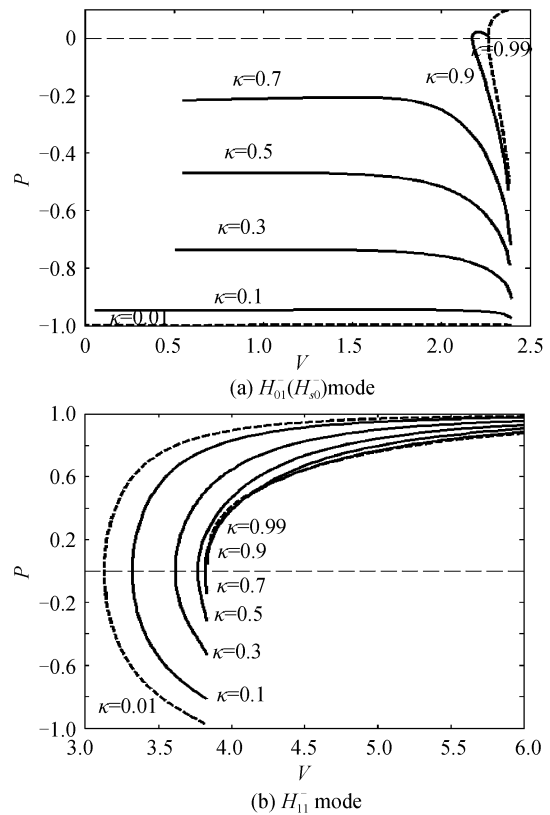


图3 归一化功率随手征参量的变化关系

Fig. 3 Normalized power versus chirality parameters

当  $\kappa=0.01$  时, $P$  值在整个单模区域接近  $-1$ ,说明包层中的功率为负(纤芯中功率总是正的),而且绝对值较纤芯中功率远远大得多,是后向波。随着手征参量的增大, $P$  值的绝对值减小,说明纤芯中正的功率增大,在大多数  $V$  值区间  $P$  值基本不变,但在截止频率附近变化较为明显。对大的手征参量,传播常量出现双值现象,功率  $P$  值也是一个为负(对应于色散曲线的负斜率区域),一个为正(对应于色散曲线的正斜率区域),即一个是后向波而另一个是前向波。在临界点处  $P$  值为  $0$ ,意味着纤芯中正的功率与包层中负的功率相互抵消,使得在这一归一化频率处,波不能传播,只能储存在光纤中,这一现象在负

折射率光纤<sup>[19]</sup>和零折射率手征光纤<sup>[17]</sup>中也已被发现。

对于  $H_{-11}$  模, 在截止频率  $V_c = 3.832$  以下, 归一化功率  $P$  值在  $\kappa < 0.9$  时都有两个值, 在色散曲线的负斜率区域功率为负, 在色散曲线的正斜率区域功率为正, 当  $\kappa = 0.01$  时, 在截止频率  $V_c = 3.832$  附近,  $P$  接近于  $-1$ , 随手征参量增大, 截止频率附近的  $P$  值绝对值减小。当  $V$  值变得很大时, 对所有手征参量(只要小于纤芯的折射率), 功率  $P$  都趋近于  $+1$ 。

奇异模式  $H_{-11}$  模在  $\kappa = 0.5$  时的归一化功率  $P$  随归一化频率  $V$  的变化关系曲线如图 4, 从图中可以发现, 有两个  $V$  值区间的归一化功率  $P = -1$ , 说明对  $H_{-11}$  模来说, 纤芯和包层中的功率都为负值, 功率流动的方向与波矢的传播方向相反, 是完全后向波, 据我们所知, 波导中芯层和包层都为负功率的现象之前没有在其他负折射率波导中发现过。这里的结果与文献[18]图 2 中  $H_{11}$  模的  $P = 1$  完全前向波正好相反。

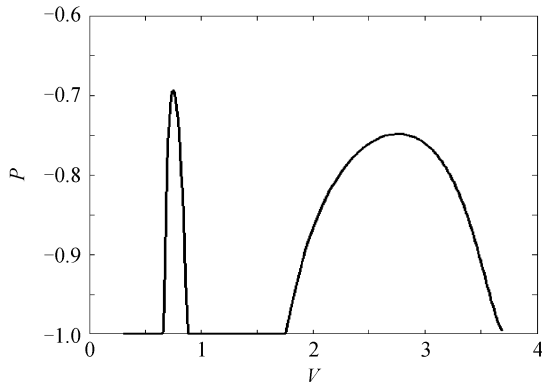


图 4  $H_{-11}$  模的归一化功率  $P$  随归一化频率  $V$  的变化关系曲线( $\kappa = 0.5$ )

Fig. 4 Normalized power  $P$  versus normalized frequency  $V$  for  $H_{-11}$  mode ( $\kappa = 0.5$ )

### 3 结论

本文对零折射率手征介质包层光纤中模式的奇异特性进行了研究, 给出了导模在纤芯和包层的电磁场分布公式, 导出了导模的色散方程和功率, 给出了几种不同手征参量情形下的色散曲线, 讨论了手征参量对归一化功率的影响, 发现了导模的一些奇异特性, 如存在表面波模、存在基模单模区, 出现传播常量双值、模式交叉、功率储存现象等, 特别是出现了奇异模式  $H_{-11}$  模, 在某些  $V$  值区间, 它是完全后向波, 即纤芯和包层中的功率都为负值, 这些奇异特性在新型光纤器件中会有潜在的应用。

#### 参考文献

[1] TRETYAKOV S, NEFEDOV I, SIHVOLA A, *et al.* Waves and energy in chiral nihility[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2003, **17**(5): 695-706.  
[2] PENDRY J B. A chiral route to negative refraction[J].

*Science*, 2004, **306**(5700): 1353-1355.

- [3] TRETYAKOV S, SIHVOLA A, JYLHÄ L. Backward-wave regime and negative refraction in chiral composites [J]. *Photonics and Nanostructures*, 2005, **3**(2-3): 107-115.  
[4] MONZON C, FORESTER D W. Negative refraction and focusing of circularly polarized waves in optically active media [J]. *Physical Review Letters*, 2005, **95**(12): 123904.  
[5] JIN Y, HE S L. Focusing by a slab of chiral medium[J]. *Optics Express*, 2005, **13**(13): 4974-4979.  
[6] DONG Jian-feng, XU Chao, XU Jian. Research progress in chiral negative refraction[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2009, **26**(4): 385-393.  
董建峰, 徐超, 徐健. 手征负折射研究进展[J]. *量子电子学报*, 2009, **26**(4): 385-393.  
[7] PLUM E, ZHOU J, DONG J, *et al.* Metamaterial with negative index due to chirality[J]. *Physical Review B*, 2009, **79**(3): 035407.  
[8] ZHOU J, DONG J, WANG B, *et al.* Negative refractive index due to chirality[J]. *Physical Review B*, 2009, **79**(12): 121104(R).  
[9] ZHANG S, PARK Y, LI J, *et al.* Negative refractive index in chiral metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2009, **102**(2): 023901.  
[10] KWON D H, WERNER D H, KILDISHEV A V, *et al.* Material parameter retrieval procedure for general bi-isotropic metamaterials and its application to optical chiral negative-index metamaterial design[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(16): 11822-11829.  
[11] DONG J, ZHOU J, KOSCHNY T, *et al.* Bi-layer cross chiral structure with strong optical activity and negative refractive index[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(16): 14172-14179.  
[12] JIN Y, HE J, HE S. Surface polaritons and slow propagation related to chiral media supporting backward waves [J]. *Physics Letters A*, 2006, **351**(4-5): 354-358.  
[13] ZHANG C, CUI T J. Chiral planar waveguide for guiding single-mode backward wave [J]. *Optics Communication*, 2007, **280**(2): 359-363.  
[14] DONG Jian-feng LIU Bin. Novel characteristics of modes in chiral negative refraction parallel-plate waveguide [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, **23**(4): 597-600.  
董建峰, 柳斌. 手征负折射平行板波导中模式的新特性[J]. *电波科学学报*, 2008, **23**(4): 597-600.  
[15] DONG J F. Surface wave modes in chiral negative refraction grounded slab waveguides[J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 2009, **95**: 153-166.  
[16] CHENG Q, CUI T J, ZHANG C. Waves in planar waveguide containing chiral nihility metamaterial[J]. *Optics Communications*, 2007, **276**(2): 317-321.  
[17] DONG J. Exotic characteristics of power propagation in the chiral nihility fiber [J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 2009, **99**: 163-178.  
[18] DONG J F. Guided and surface modes in chiral nihility fiber [J]. *Optics Communications*. 2010, **283**(4): 532-536.  
[19] NOVITSKY A V, BARKOVSKY L M. Guided modes in negative-refractive-index fibres [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2005, **7**(2): S51-S56.  
[20] GAO Han, YU Tian. Dispersion characteristics in graded-index fiber formed by core with usual dielectric and cladding with negative refractive index [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4): 701-704.  
高寒, 余恬. 包层为负折射率介质的抛物型渐变光纤色散特性分析[J]. *光子学报*, 2008, **37**(4): 701-704.

## Novel Feature of Guided Modes in the Chiral Nihility Cladding Fiber

DONG Jian-feng, LI Jie, YANG Fang-qing

*(Institute of Optical Fiber Communication and Network Technology, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang 315211, China)*

**Abstract:** Novel feature of guided modes in the chiral nihility (the permittivity and permeability are simultaneously zero) cladding fiber were investigated theoretically. The electromagnetic fields in the chiral nihility cladding fiber were presented. Dispersion equations and power of guided modes were derived. Dispersion curves of guided modes were plotted for different chirality parameters. The effect of chirality parameter on power was discussed. Some novel feature are found: surface wave mode and single-mode operation region, double propagation constant, mode intersection and energy store, especially, exotic backward wave mode of which the power is negative both in the core and cladding.

**Key words:** Chiral nihility; Fiber; Dispersion equation; Guided mode; Power