

文章编号:1004-4213(2011)12-1865-5

# 用于非球面点衍射检测的最佳匹配球参量 获取方法研究

李均盛, 范琦, 莫卫东, 杨百愚, 冯明德, 陈红雅

(空军工程大学 理学院, 西安 710051)

**摘 要:**针对非球面点衍射干涉检测中的欠采样问题,为了减小干涉条纹的密度,提出了一种基于最小反射会聚光斑半径求解最佳匹配球球心位置的方法.首先分析了获取最佳匹配球球心位置对实现非球面光学元件高准确度面形检测所起的重要作用,指出了以最小反射会聚光斑作为最佳匹配球球心位置的判断依据;然后运用光线追迹和迭代法推导了最佳匹配球球心位置的计算模型,并比较了各种非球面度定义下的最佳匹配球球心位置;最后分析了非球面参量对最佳匹配球球心位置及会聚光斑半径的影响.结果表明,基于最小会聚光斑半径求得的最佳匹配球面参量是适合非球面点衍射干涉检测模型的,并可以用于指导干涉仪的装调及后续波前重建参量的确定.

**关键词:**非球面;最佳匹配球;点衍射;光线追迹

**中图分类号:**TQ171

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114012.1865

## 0 引言

与传统球面光学元件相比,在光学系统中合理采用非球面光学元件具有校正像差、提高成像质量、减小系统体积和重量等优点,因此非球面光学元件被越来越广泛地应用于航空、航天、国防以及高科技民用等领域<sup>[1-5]</sup>.随着应用领域的拓展与科技的发展,人们对非球面光学元件面形准确度的要求越来越高,例如在使用波长 11~14 nm 的极紫外光刻中,要求某些光学元件的面形准确度均方根(Root Mean Square, RMS)值为 0.27 nm<sup>[6]</sup>.而制造高准确度的非球面光学元件需要有相应的高准确度检测技术支持.

干涉检测作为一种非接触、高准确度、全场检测方法,已成为检测光学面形准确度的主要手段<sup>[2,5,7]</sup>.将光纤点衍射干涉技术与数字全息技术相结合用于研究非球面光学元件面形的高准确度动态检测问题,可以充分发挥光纤点衍射技术的高准确度优势<sup>[6,8-9]</sup>和数字全息再现相位的灵活性与快速性.然而,由于非球面光学元件的面形千变万化,不易加工,没有标准非球面样板用于非球面光学元件面形的干涉检测,使得在检测中形成的干涉条纹过密,不能被现有图像获取器件正常采样,出现欠采样现象<sup>[10-12]</sup>,给干涉条纹的处理带来很大困难.现在常

用的解决方法主要遵循两条途径,一是改进检测方法,如采用补偿法和拼接法,二是改进数据处理方法,如采用横向剪切干涉技术处理欠采样包裹相位图<sup>[10,13]</sup>.为了减小干涉条纹的密度,降低后续数据处理的难度,需要遵循第一条途径,但是补偿法和拼接法各有其不足之处<sup>[10]</sup>.

减小点衍射检测干涉条纹密度的关键是获取非球面最佳匹配球面的参量.但是已有的最佳匹配球面的概念多是基于非球面的加工而提出来的,不适合用于非球面光学元件面形的检测.因此,基于点衍射干涉检测的需求,本文提出了一种新的获取非球面最佳匹配球面参量的方法:最小会聚光斑法.该方法从非球面反射光的会聚光斑最小半径出发,可以直接得到最佳匹配球面的球心位置.

## 1 最佳匹配球面理论分析

### 1.1 非球面点衍射检测方法的最佳匹配球面

利用光纤点衍射干涉技术与数字全息技术进行非球面光学元件面形检测的模型原理图如图 1,检测模型中使用两束标准球面光波,一束用来形成检测光波,另一束用作参考光波.其中用作检测光波的点光源位于待测非球面的最佳匹配球面的球心  $O$  处,用作参考光波的点光源与最佳匹配球面的球心  $O$  处在同一平面内.两束光波形成无透镜傅里叶变

基金项目:陕西省自然科学基金(No. 2010JM8012)资助

第一作者:李均盛(1983-),男,助教,硕士,主要研究方向为非球面光学元件检测. Email: lijunsheng3322@163.com

收稿日期:2011-09-14;修回日期:2011-11-16

换数字全息图记录光路. 通过对记录到的数字全息图的分析, 即可获得待测非球面的面形信息. 将用作检测光波的点光源置于待测非球面的最佳匹配球面球心处可以减少波前偏差, 降低干涉条纹的密度, 有利于非球面干涉检测中干涉条纹的记录. 因此, 获取非球面最佳匹配球面的球心位置是实现非球面高精度检测的关键问题之一.

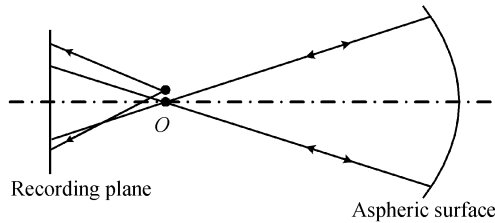


图 1 点衍射干涉检测原理图  
Fig. 1 Point diffraction interference measurement schematic

最佳匹配球面球心位置的判断依据是: 置于最佳匹配球面球心位置的点光源发出的球面光经过非球面镜反射后在最佳匹配球面球心所在平面会聚的光斑最小. 如图 2 所示, 定义旋转对称非球面对称轴上的  $C_0$  点为最佳匹配球球心, 当点光源位于  $C_0$  点时, 其发出的球面光经过非球面镜反射后在  $x = C_0$  平面上会聚光斑的半径  $S$  是最小的. 光斑半径  $S$  的大小反映了干涉条纹的密度,  $S$  越大则干涉条纹的密度越大, 反之亦然. 若将非球面镜换成标准球面镜, 则当点光源位于球心时, 其发出的球面光经过球面镜反射后会沿原光路返回并会聚于球心处, 即会聚光斑半径为 0. 因此, 寻找最佳匹配球球心位置的问题转化成运用光线追迹方法寻找最小会聚光斑的问题. 当点光源位于非球面对称轴上不同位置时, 其发出的球面光经非球面镜反射后在点光源所在平面上会聚光斑的半径  $S$  是不一样大的, 当  $S$  最小时对应的点光源所在位置即为最佳匹配球球心.

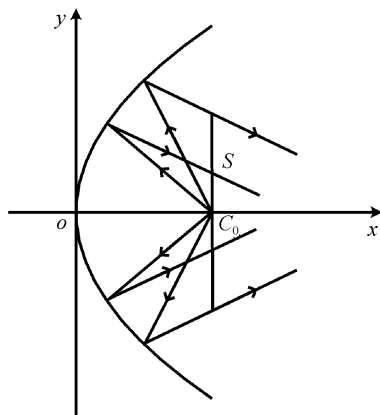


图 2 反射光会聚光斑  
Fig. 2 Reflex convergence spot

1.2 最佳匹配球球心位置计算方法

本文主要针对二次非球面计算其最佳匹配球球

心位置. 二次非球面可以表示为

$$y^2 + z^2 = 2R_0x - (1+K)x^2 \tag{1}$$

式中  $R_0$  为非球面顶点曲率半径,  $K$  为二次曲面常量,  $K = -e^2$ , 其中  $e$  为偏心率. 对于旋转二次曲面, 其在  $x-y$  平面上的剖面线可以表示为

$$y^2 = 2R_0x - (1+K)x^2 \tag{2}$$

或者

$$x = \frac{y^2}{R_0 + \sqrt{R_0^2 - (1+K)y^2}} \tag{3}$$

由旋转二次曲面的对称性, 只需在  $x-y$  平面上计算反射光线在点光源所在平面上与点光源的距离, 即可求出反射会聚光斑的半径. 如图 3 所示, 从  $x=a$  处发出的光线经二次曲线上任意一点  $(x_i, y_i)$  反射, 设反射光线在  $x=a$  平面上与  $(a, 0)$  点的距离为  $S$ , 反射光线与水平方向的夹角为  $\theta$ , 入射光线与水平方向的夹角为  $\alpha$ , 二次曲线在任意点  $(x_i, y_i)$  处的法线与水平方向的夹角为  $\beta$ . 对于给定的二次曲线, 曲线上的任意点  $(x_i, y_i)$  的坐标是已知的, 所以只要求出反射光线的斜率既可求出其表达式, 进而求出  $S$ .

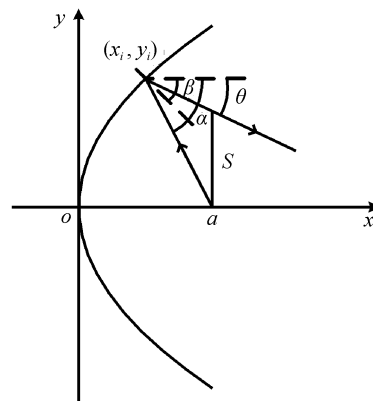


图 3 计算模型原理图  
Fig. 3 Computing model schematic

对于  $\alpha, \beta$  和  $\theta$ , 有关系式

$$\theta = \beta - (\alpha - \beta) = 2\beta - \alpha \tag{4}$$

设反射光线的斜率为  $K_r$ , 则

$$K_r = -\tan \theta = -\frac{-\tan \alpha + \tan \beta + \tan \alpha \tan^2 \beta}{1 + 2\tan \alpha \tan \beta - \tan^2 \beta} \tag{5}$$

而  $S$  的表达式为

$$S = K_r(a - x_i) + y_i \tag{6}$$

由式(5)、(6)可知, 只要求出  $\tan \alpha$  和  $\tan \beta$ , 即可求出  $S$  的值.

而对于给定的二次曲线以及  $(a, 0)$  点, 有关系式

$$\tan \alpha = \frac{y_i}{a - x_i}, (x_i < a) \tag{7}$$

$$\tan \beta = -\frac{y_i}{(1+K)x_i - R_0} \tag{8}$$

由式(5)~(8)可知,  $S$  只与二次曲线的参量  $K$

和  $R_0$  以及其上的任意点  $(x_i, y_i)$  的坐标有关. 因此, 对于给定的二次曲线以及  $(a, 0)$  点,  $S$  的值是可以求出来的.

反射光会聚光斑的半径就是  $S$  的最大值, 因此求最佳匹配球球心位置即求  $S$  的最小最大值以及对应的  $(a, 0)$  点. 若给定二次非球面镜的口径  $D$ , 则对于不同的  $(a, 0)$  点, 都有对应的  $S$  的最大值, 比较所有的  $S$  的最大值, 找出其中的最小值以及对应的  $(a, 0)$  点, 即可求得反射光会聚光斑的最小半径以及最佳匹配球面的球心位置.

在此, 采用迭代法进行求解. 对于任一确定参量的非球面, 计算方法为:

1) 根据非球面光学元件的口径确定非球面上反射点的取值范围, 并以一定步长  $(\Delta y)$  确定各反射点的位置.

2) 根据非球面顶点曲率半径  $R_0$  的值确定最佳匹配球球心的取值范围.

3) 以最佳匹配球球心取值范围左边界作为匹配球的球心, 计算非球面上各反射点对应的  $S$  值, 并找出其中的最大值  $S_{\max 11}$ .

4) 以一定步长  $(\Delta x_1)$  改变匹配球球心位置, 得到各个匹配球球心位置对应的  $S$  的最大值  $S_{\max 11}$ .

$S_{\max 12} \cdots S_{\max 1n}$ , 找出其中的最小值, 记为  $S_{\min \max 1}$ , 及其对应的匹配球球心位置, 记为  $C_1$ .

5) 以  $[C_1 - \Delta x_1, C_1 + \Delta x_1]$  为匹配球球心的取值范围, 减小球心的取值步长, 重复 3)、4) 的搜索过程, 找出  $S$  的最小最大值  $S_{\min \max 2}$  及其对应的匹配球球心位置  $C_2$ .

6) 重复第 5) 个搜索过程, 直至  $S$  的最小最大值随匹配球球心位置的改变量小于某一设定值为止, 此时的匹配球球心即为最佳匹配球球心, 对应的  $S$  的最小最大值即为反射光会聚光斑的最小半径.

## 2 结果分析

### 2.1 比较不同非球面度定义下的计算结果

现有针对二次曲面的非球面度计算方法主要包括近似公式法、最小二乘法、最小最大残差法、面积长度法、最小最大斜率非球面度法等<sup>[1,3-4]</sup>, 比较各种方法计算二次曲面的最佳匹配球球心位置<sup>[1,3-4]</sup>, 所得结果见表 1, 其中  $C$  表示最佳匹配球球心横坐标. 由于各种方法对最佳匹配球的判断依据不同, 所以由不同方法计算得到的最佳匹配球球心位置存在差异, 由本文方法求得的最佳匹配球球心位置与由最小最大斜率非球面度法求得的结果<sup>[4]</sup>最为接近.

表 1 不同方法求得的最佳匹配球球心位置(单位: mm)

Parameters of aspheric surface	Least maximum error method	Area length method	Min-max slope asphericity method	Minimum convergence spot method
$D=110$ $K=-1.306$ $R_0=455.4$	$C=457.566$	$C=458.004$	$C=458.6500$	$C=458.649$
$D=188.11036$ $K=-64.44$ $R_0=1400$	$C=1495.397$	$C=1514.951$	$C=1540.82$	$C=1540.850$
$D=310$ $K=-2.3081$ $R_0=413.6523$	$C=445.754$	$C=452.361$	$C=460.8623$	$C=461.232$

### 2.2 非球面参量对计算结果的影响

通过对大量计算结果的分析, 最佳匹配球球心横坐标  $C$  与非球面参量有如下的关系:

1)  $C$  与非球面口径  $D$  的关系

图 4 所示为非球面顶点曲率半径  $R_0$  取  $413.6523$  mm, 二次曲面常量  $K$  取  $-2.3081$  和  $2.3081$  时, 最佳匹配球球心横坐标  $C$  随非球面口径  $D$  的变化情况. 当  $K < 0$  时, 最佳匹配球球心横坐标  $C$  大于非球面顶点曲率半径  $R_0$ , 且随着非球面口径  $D$  的增大而增大; 而当  $K > 0$  时,  $C$  小于非球面顶点曲率半径  $R_0$ , 且随着非球面口径  $D$  的增大而减小.

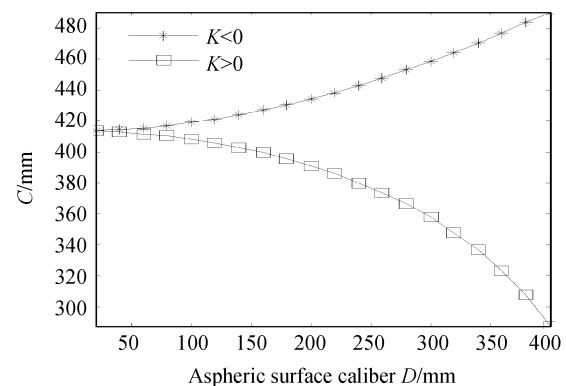


图 4 最佳匹配球球心与非球面口径的关系  
Fig. 4 Relation between the center of the best fitting spheric surface and the aspheric surface caliber  $D$

## 2) C 与二次曲面常量 $K$ 的关系

图 5 所示为非球面顶点曲率半径  $R_0$  取 413.652 3 mm, 非球面口径取 310 mm 时, 最佳匹配球球心横坐标  $C$  随二次曲面常量  $K$  的变化情况. 当  $K < 0$  时,  $C > R_0$ ; 当  $K = 0$  时,  $C = R_0$ ; 当  $K > 0$  时,  $C < R_0$ ; 并且当  $K$  的绝对值越大时,  $C$  偏离  $R_0$  也越多.

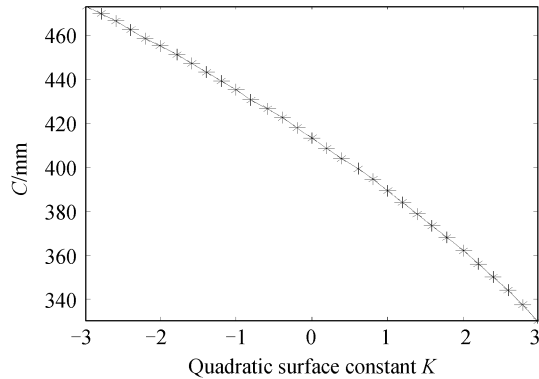


图 5 最佳匹配球球心与二次曲面常量的关系

Fig. 5 Relation between the center of the best fitting spheric surface and the quadratic surface constant

## 3) C 与非球面顶点曲率半径 $R_0$ 的关系

最佳匹配球球心横坐标  $C$  与非球面顶点曲率半径  $R_0$  正相关, 且当  $K$  的绝对值越小时,  $C$  越接近  $R_0$ .

当点光源位于最佳匹配球球心处时, 其发出的球面光经过非球面镜反射后在最佳匹配球球心所在平面会聚光斑的半径  $S$  与二次曲面常量  $K$  的绝对值成正相关的关系, 而非球面口径  $D$  没有确定的正相关或负相关关系.

## 3 结论

本文通过运用光线追迹和迭代法寻找使反射光会聚光斑最小的点光源位置, 从而求出非球面最佳匹配球球心位置. 由理论分析及大量的实例计算表明, 该方法原理简单且适于计算机编程, 计算速度快, 求得的最佳匹配球面参量适合非球面点衍射干涉检测模型. 在后续的研究中, 将采用该方法求得的最佳匹配球面参量指导点衍射干涉仪的装调及后续波前重建参量的确定.

### 参考文献

[1] WEI Zi-hua, SHEN Wei-xing. A new method for calculating asphericity of optical aspheric surface[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(4): 730-732.  
韦资华, 沈卫星. 一种新的光学非球面度计算方法[J]. *光子学报*, 2007, **36**(4): 730-732.

[2] WANG Xiao-kun, WANG Li-hui, ZHANG Xue-jun. Testing asphere by subaperture stitching interferometric method[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, **15**(2): 192-198.

王孝坤, 王丽辉, 张学军. 子孔径拼接干涉法检测非球面[J]. *光学精密工程*, 2007, **15**(2): 192-198.

[3] LIU Hui-lan, SHA Ding-guo, HAO Qun, *et al.* A method for calculating asphericity of high-order optical aspheric surface[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2004, **31**(6): 44-47.  
刘慧兰, 沙定国, 郝群, 等. 一种高次光学非球面度的计算方法[J]. *光电工程*, 2004, **31**(6): 44-47.

[4] XIE Feng, HAO Qun, ZHU Qiu-dong. Best-fit spheric surface definition based on slope asphericity for aspheric surface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3198-3202.  
谢枫, 郝群, 朱秋东. 基于斜率非球面度的非球面最接近比较球面定义[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3198-3202.

[5] LU Zhen-wu, LIU Hua, LI Feng-you. Aspheric surface testing with CGH on curved surface[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, **12**(6): 556-559.  
卢振武, 刘华, 李凤有. 利用曲面计算全息图进行非球面检测[J]. *光学精密工程*, 2004, **12**(6): 556-559.

[6] MA Qiang, LIU Wei-qi, LI Xiang-bo, *et al.* Analysis of diffraction wavefront error in point diffraction interferometer[J]. *Acta optica sinica*, 2008, **28**(12): 2321-2324.  
马强, 刘伟奇, 李香波, 等. 点衍射干涉仪中小孔衍射波面误差分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2321-2324.

[7] HE Jun, CHEN Lei. Measurement of aspheric surfaces by infrared interferometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, **18**(1): 69-74.  
贺俊, 陈磊. 使用红外干涉仪测量非球面面形[J]. *光学精密工程*, 2010, **18**(1): 69-74.

[8] LIU Ke, LI Yan-qiu. A new calibration method of systematic errors in phase-shifting point diffraction interferometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 2923-2927.  
刘克, 李艳秋. 一种新的相移点衍射干涉仪系统误差标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(10): 2923-2927.

[9] MATSUURA T, UDAKA K, OSHIKANE Y, *et al.* Spherical concave mirror measurement by phase-shifting point diffraction interferometer with two optical fibers[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics A*, 2010, **616**(5): 233-236.

[10] FAN Qi, YANG Hong-ru, LI Gao-ping, *et al.* Method for phase recovery from a single undersampled wrapped phase map[J]. *Acta optica sinica*, 2011, **31**(3): 0310002-1-0310002-5.  
范琦, 杨鸿儒, 黎高平, 等. 欠采样包裹相位图的恢复方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0310002-1~0310002-5.

[11] GUO Jun, ZHANG Wan-yi, YAN Fei, *et al.* Detection of digital holographic interference fringes based on hough transform[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(1): 116-120.  
郭俊, 张婉怡, 严飞, 等. 基于 Hough 变换的数字全息干涉条纹检测[J]. *光子学报*, 2011, **40**(1): 116-120.

[12] ZHANG Xiong, QIAN Xiao-fan. An improvement on the least-squares phase unwrapping algorithm for undersampled interferogram[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(1): 121-125.  
张雄, 钱晓凡. 欠采样干涉图最小二乘相位解包裹算法改进[J]. *光子学报*, 2011, **40**(1): 121-125.

[13] FERRARO P, del CORE C, MICCIO L, *et al.* Phase map retrieval in digital holography avoiding the undersampling effect by a lateral shear approach[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(15): 2233-2235.

## A Method for Getting the Best Fitting Spheric Surface Parameters for Aspheric Surface Point Diffraction Measurement

LI Jun-sheng, FAN Qi, MO Wei-dong, YANG Bai-yu, FENG Ming-de, CHEN Hong-ya

(*Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*)

**Abstract:** Aiming at the problem of undersampling in the aspheric surface point diffraction interference measurement, a method for solving the location of the center of the best fitting spheric surface is proposed, to reduce the interference fringes density. The method is based on the minimum reflex convergence spot radius. Firstly the important role that obtaining the location of the center of the best fitting spheric surface plays in the high-precision aspheric surface measurement is analyzed. And taking minimum reflex convergence spot as the criterion to judge the location of the center of the best fitting spheric surface is pointed out. Then the computing model for the location of the center of the best fitting spheric surface is derived with ray tracing and iterative. Also the locations of the center of the best fitting spheric surface based on different asphericity definitions are compared. And the effects of aspheric surface parameters to the locations of the center of the best fitting spheric surface and the convergence spot radius are analyzed. The results indicate that, the best fitting spheric surface parameters based on minimum convergence spot radius is suitable for the aspheric surface point diffraction interference measurement model, also can be used to guide the assembly and debugging of the interferometer and the selection of wavefront reconstruction parameters.

**Key words:** Aspheric surface; Best fitting spheric surface; Point diffraction; Ray tracing