

文章编号: 1004-4213(2011)11-1744-7

随机电磁涡旋光束的深聚焦特性

舒建华, 陈子阳, 蒲继雄

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 基于德拜矢量积分理论, 研究了随机电磁涡旋光束经过大数值孔径透镜之后的聚焦特性及透镜的数值孔径、入射光束的偏振度、拓扑荷以及横向相干长度对焦平面附近聚焦光束的光强分布和相干度的影响. 结果表明: 适当地选择相关参量, 可在焦平面上得到椭圆形光斑的光强分布以及平顶光强分布. 随机电磁涡旋光束在焦平面上同一点处两个相互垂直分量之间的相干度, 不同两点处两个相同分量之间的相干度以及不同两点处两个相互垂直分量之间的相干度研究表明, 入射光束的拓扑荷和横向相干长度对聚焦光束的相干性有着十分明显的影响.

关键词: 大数值孔径; 随机电磁光束; 聚焦光强; 谱相干度

中图分类号: O433

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20114011.1744

孔径透镜聚焦之后, 在焦点附近的表达式为^[18-19]

$$E(r, \varphi, z) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = -\frac{ikf}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha A(\theta, \phi) \sqrt{\cos \theta} \cdot \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) \exp[ikr \sin \theta \cos(\phi - \varphi)] \cdot \begin{bmatrix} \cos^2 \phi \cos \theta + \sin^2 \phi \\ \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ \sin \theta \cos \phi \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (1)$$

式中 r , φ 和 z 为场平面上观察点的柱坐标(如图 1), $k=2\pi/\lambda$ 是波矢, f 是透镜的焦距. $A(\theta, \phi)$ 是光场在透镜光阑表面的切趾函数. 变量 $\alpha = \arcsin(\text{NA})$ 是由数值孔径(NA)决定的最大数值孔径角, θ 为收敛角.

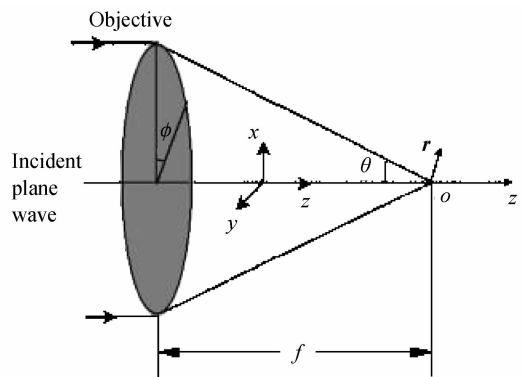


图 1 深聚焦系统示意图

Fig. 1 Scheme of tight focusing system

一般情况下, 随机电磁光场可以看成是两束相互垂直的线偏振光场的叠加, 即

$$E(\theta, \phi) = [A_x(\theta, \phi)e_x + A_y(\theta, \phi)e_y] \quad (2)$$

0 引言

众所周知, 经大数值孔径(NA)透镜聚焦后的光束具有一些独特的性质. 例如, 光场在经过深聚焦之后, 在焦平面附近会产生除原有的横向分量之外的很强的纵向分量. 此外, 由深聚焦获得的光斑比普通聚焦获得的光斑要小很多. 因此, 深聚焦光束在光学数据储存、材料加工、高分辨率显微成像和粒子囚禁与操控等领域中有着广泛的应用^[1-6]. 不同类型光束的深聚焦特性已成为近期的研究热点, 如圆柱型矢量光、线偏振光、椭圆偏振光以及螺旋偏振光等^[7-10].

近年来, 对电磁涡旋光束的传输特性和聚焦特性的研究也是一个热点^[11-17]. 这是因为电磁涡旋光束所携带轨道角动量可以作为光束携带的信息, 使得电磁涡旋光束在信息编码和传输方面有着潜在的应用^[11-12]. 本文以电磁拉盖尔-高斯模型光束为例, 研究了随机电磁涡旋光束经过大数值孔径透镜之后的深聚焦特性及透镜的数值孔径、入射光束的偏振度、拓扑荷以及相干长度对焦平面附近聚焦光束的光强分布和谱相干度的影响, 其中对谱相干度的研究包括聚焦光束在焦平面上同一点处两个相互垂直分量之间, 不同两点处两个相同分量之间以及不同两点处两个相互垂直分量之间的相干度.

1 理论分析

根据德拜理论, 沿 x 方向偏振的电场经大数值

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60977068, No. 61178015)、侨办基金(No. 10QZR01)和厦门市科技计划项目(No. 3502Z20113017)资助

第一作者: 舒建华(1955-), 男, 副教授, 主要研究方向为光束传输及非线性光学研究. Email: sjh@hqu.edu.cn

导师(通讯作者): 蒲继雄(1962-), 男, 教授, 主要研究方向为光电子学研究. Email: jixiong@hqu.edu.cn

收稿日期: 2011-08-18; 修回日期: 2011-09-13

式中 $A_x(\theta, \phi)$ 和 $A_y(\theta, \phi)$ 是光场在透镜光阑表面的切趾函数的两个相互垂直的线性分量. e_x 和 e_y 分别为 x 和 y 方向上的单位矢量.

根据方程(1),可以很容易地得到随机电磁涡旋光束经大数值孔径透镜聚焦之后在焦点附近电场的表达式为

$$E(r, \varphi, z) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = -\frac{ikf}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{\cos \theta \sin \theta} \exp(ikz \cos \theta) \exp[ikr \sin \theta \cos(\phi - \varphi)] \cdot \begin{bmatrix} A_x(\theta, \phi)(\cos^2 \phi \cos \theta + \sin^2 \phi) + A_y(\theta, \phi) \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ A_x(\theta, \phi) \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) + A_y(\theta, \phi)(\sin^2 \phi \cos \theta + \cos^2 \phi) \\ \sin \theta [A_x(\theta, \phi) \cos \phi + A_y(\theta, \phi) \sin \phi] \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (3)$$

另外,随机电磁涡旋光束的二阶相干特性和偏振特性可由光束的交叉谱密度矩阵来表征^[20-21].

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{xz}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{yz}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \\ W_{zx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{zy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & W_{zz}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中

$$W_{jk}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle E_j^*(\mathbf{r}_1, \varphi_1, z) E_k(\mathbf{r}_2, \varphi_2, z) \rangle \quad (j, k = x, y, z) \quad (5)$$

式(5)中, r_1, r_2 和 φ_1, φ_2 分别是观察面中位置矢量 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 的模和夹角,星号代表复共轭,角括弧表示对整个光场求系综平均^[22].

假设源平面处的场分量 $A_j(\theta, \phi)$ 是拉盖尔-高斯模型场,即

$$A_j(r, \phi) = E_j^0 \left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega_0} \right)^{|m_j|} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) \cdot \exp(im_j \phi) \exp(i\beta_j) \quad (j = x, y) \quad (6)$$

式中 ω_0 是光斑大小, m_j 为涡旋光束的拓扑荷,而 β_j 是任意的相位(作为空间分布的随机变量).假定 β_j 对应于高斯-谢尔相关函数

$$C_{jk}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\delta_{jk}^2}\right] \quad (7)$$

式中 δ_{jk} 为横向相干长度.对于部分相干光束,源平面处光场的交叉谱密度可写成

$$W_{jk}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle A_j^*(\mathbf{r}_1, \varphi_1) A_k(\mathbf{r}_2, \varphi_2) \rangle \quad (j = x, y) \quad (8)$$

本文考虑交叉谱密度的非对角元项为零,即

$$\langle A_x^*(\mathbf{r}_1, \varphi_1) A_y(\mathbf{r}_2, \varphi_2) \rangle = 0 \quad (9)$$

将式(6)和(7)代入式(8),可得到源平面处部分相干光束的交叉谱密度的解析式为

$$\langle A_j^*(\mathbf{r}_1, \varphi_1) A_j(\mathbf{r}_2, \varphi_2) \rangle = |E_j^0|^2 \left(\frac{2r_1 r_2}{\omega_0^2} \right)^{|m_j|} \cdot \exp\left(-\frac{r_1^2 + r_2^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\delta_{jj}^2}\right] \cdot \exp[im_j(\varphi_2 - \varphi_1)] \quad (10)$$

对于一般透镜,其设计均近似地满足正弦条件^[23],即 $r = f \sin \theta$, f 为大数值孔径透镜的焦距.因

此,式(10)可重新写成

$$\langle A_j^*(\theta_1, \varphi_1) A_j(\theta_2, \varphi_2) \rangle = |E_j^0|^2 \left(\frac{2f^2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\omega_0^2} \right)^{|m_j|} \cdot \exp\left[-\frac{f^2(\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2)}{\omega_0^2}\right] \exp[im_j(\varphi_2 - \varphi_1)] \cdot \exp\left\{-\frac{f^2[\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 - 2\sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]}{\delta_{jj}^2}\right\} \quad (j = x, y) \quad (11)$$

将式(11)代入式(3)和(5),结合式(9), $W_{jk}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ 便可求解.

在式(5)中令 $r_1 = r_2 = r, \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$,可以得到聚焦场强度的表达式为

$$I_t(r, \varphi, z) = W_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) + W_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) + W_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) = I_x(r, \varphi, z) + I_y(r, \varphi, z) + I_z(r, \varphi, z) \quad (12)$$

此外, z 平面中两点 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 的光场之间的相干度可定义为^[20]

$$\mu_{jk}(\mathbf{r}_1, \varphi_1, z; \mathbf{r}_2, \varphi_2, z) = \frac{W_{jk}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)}{\sqrt{W_{jj}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, z) W_{kk}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2, z)}} \quad (13)$$

在具体地研究焦平面上随机电磁涡旋光场的相干度时,分以下情况来讨论相干度的模,即

$$|\mu_{jk}(r, \varphi, 0)| = \frac{|W_{jk}(r, \varphi, 0; r, \varphi, 0)|}{\sqrt{I_j(r, \varphi, 0) I_k(r, \varphi, 0)}} \quad (14)$$

$$|\mu_{jj}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)| = \frac{|W_{jj}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)|}{\sqrt{I_j(0, 0, 0) I_j(r, \varphi, 0)}} \quad (15)$$

$$|\mu_{jk}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)| = \frac{|W_{jk}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)|}{\sqrt{I_j(0, 0, 0) I_k(r, \varphi, 0)}} \quad (j, k = x, y, z) \quad (16)$$

式中, $|\mu_{jk}(r, \varphi, 0)|$ 代表焦平面同一点上随机电磁

涡旋光场两个相互垂直的分量之间的相干度； $|\mu_{jj}(0,0,0;r,\varphi,0)|$ 代表焦平面两个不同点上随机电磁涡旋光场两个相同分量之间的相干度； $|\mu_{jk}(0,0,0;r,\varphi,0)|$ 代表焦平面上两个不同点上随机电磁涡旋光场两个相互垂直的分量之间的相干度。

2 数值计算及分析

讨论中,数值模拟的相关参量取值分别为: $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\text{NA} = 0.96$, $\omega_0 = 1 \text{ cm}$, $f = 1 \text{ cm}$, 和 $|E_x^0| = 1$. 为简单起见,引入无量纲的横向相干长度 $\delta = \delta_{xx}/\omega_0 = \delta_{yy}/\omega_0$ 以及拓扑荷 $m = m_x = m_y$.

图 2 显示了入射光场的振幅分量 $|E_y^0|$ 对拓扑荷 $m=1$ 的随机电磁涡旋光束在焦平面上的总光强分布的影响. 从图中可以看出,当 $|E_y^0| = |E_x^0|$ 时,总光强的分布是正圆形的光斑;而当 $|E_y^0| \neq |E_x^0|$ 时,总光强的分布则是椭圆形的光斑,如图 2 (b). 这说明通过改变入射光束的偏振度就可以直接改变椭圆形光斑的形状,而通过椭圆形聚焦透镜获得椭圆形光斑的方法就很难做到这一点^[24].

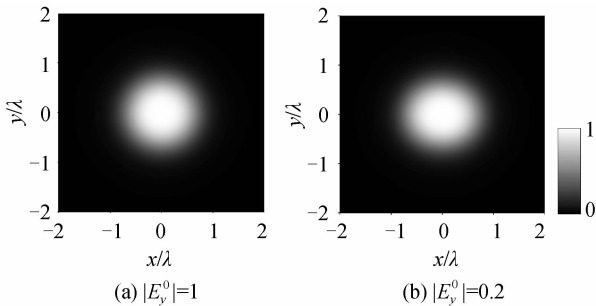


图 2 入射光的偏振度对光强分布的影响, $m=1, \delta=1$
 Fig. 2 The influence of the degree of polarization of incident light on the pattern of intensity distribution when $m=1, \delta=1$

图 3 为透镜的数值孔径 NA 和入射光束的横向相干长度 δ 对焦平面上随机电磁涡旋光束的总光强分布的影响. 不难发现,一般情况下的涡旋光束在焦点附近的光强分布呈现凹面. 随着 δ 的减小或 NA

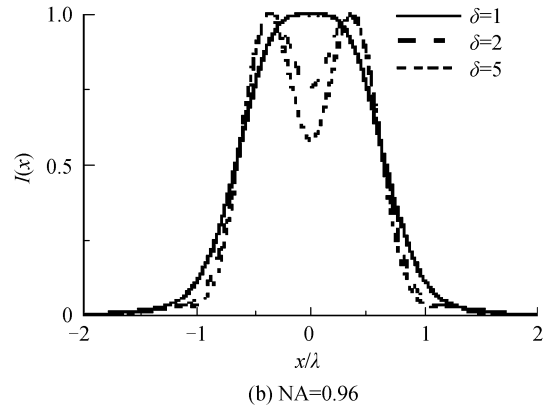
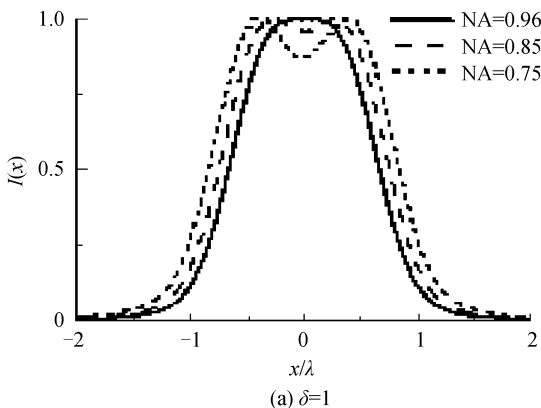


图 3 数值孔径和相干长度对焦平面上光强分布的影响, $|E_y^0| = 1$, 其他参量与图 2 相同
 Fig. 3 The influence of numerical aperture and source coherent length on intensity distribution in the focal plane, $|E_y^0| = 1$, The other parameters are same as that in Fig. 2

的增加,这些凹面在逐渐地变浅. 当 $\text{NA} = 0.96$ 和 $\delta = 1$ 时,这些凹面不仅完全消失,而且可以获得非常有实用价值的平顶光强分布. 从图 3(a) 还看到,随着 NA 的增加,焦平面上的光斑也在逐渐地变小. 这说明透镜的数值孔径越大,获得的聚焦光场就越紧致.

在对随机电磁涡旋光束在焦点附近的相干度的研究中,在源平面处随机电磁涡旋光束的 x 分量和 y 分量是完全不相干的(见式(9)). 从式(3)可知,深聚焦不仅使光场产生很强的纵向分量,而且场的 x 分量和 y 分量还会相互产生新的的分量. 因此,非相干性可望在焦平面附近得到改善. 图 4(a), 4(c) 和 4(e) 展示了随机电磁涡旋光束的谱相干度在焦平面上的分布. 由于 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 的分布在焦平面上不具有严格的旋转对称性,所以只能用二维(2D)分布图来反映它们的全貌. 比较图 4(a), 4(c) 和 4(e), 发现 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在焦点附近的分布花样有很大的不同,这也许和它们各自的光强分布不同有关. 为此,在图 4(b), 4(d) 和 4(f) 中画下了分别与图 4(a), 4(c) 和 4(e) 相对应的光强分布 $I_x + I_y$. 对照图 4(a) 和 4(b), 可以看到 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在光强最亮的中心区域内趋近于零. 焦平面上光斑以外的光场非常微弱,以致于被忽略不计. 这意味着实验只需要考虑几何焦点附近的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 分布. 由此可以说,源平面上涡旋光场 ($m=1$) 的 x 分量与 y 分量之间的非相干性在焦平面上几乎没有得到改善. 在图 4(c) 和 4(d) 中,虽然 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在最亮的光环上趋近于零,但它在次亮的中心区域却达到了最大值. 这说明源平面上涡旋光场 ($m=2$) 的 x 分量与 y 分量之间的非相干性在焦平面上已经得到明显的改善. 再看图 4(e) 和 4(f), 对它们的讨论与对图 4(c) 和 4

(d)差不多.不过图 4(c)中的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在次亮的中心区域的最大值为0.18,而图 4(e)中的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在次亮的中心区域的最大值为 0.40.这说明在焦平面上任意点处 x 分量与 y 分量之间的相干性方

面,拓扑荷 $m=3$ 的涡旋光束又比拓扑荷 $m=2$ 的涡旋光束好.由此推断,焦平面上任意点处涡旋光场的 x 分量和 y 分量之间的相干性随着拓扑荷数的增大而得到更多的改善.

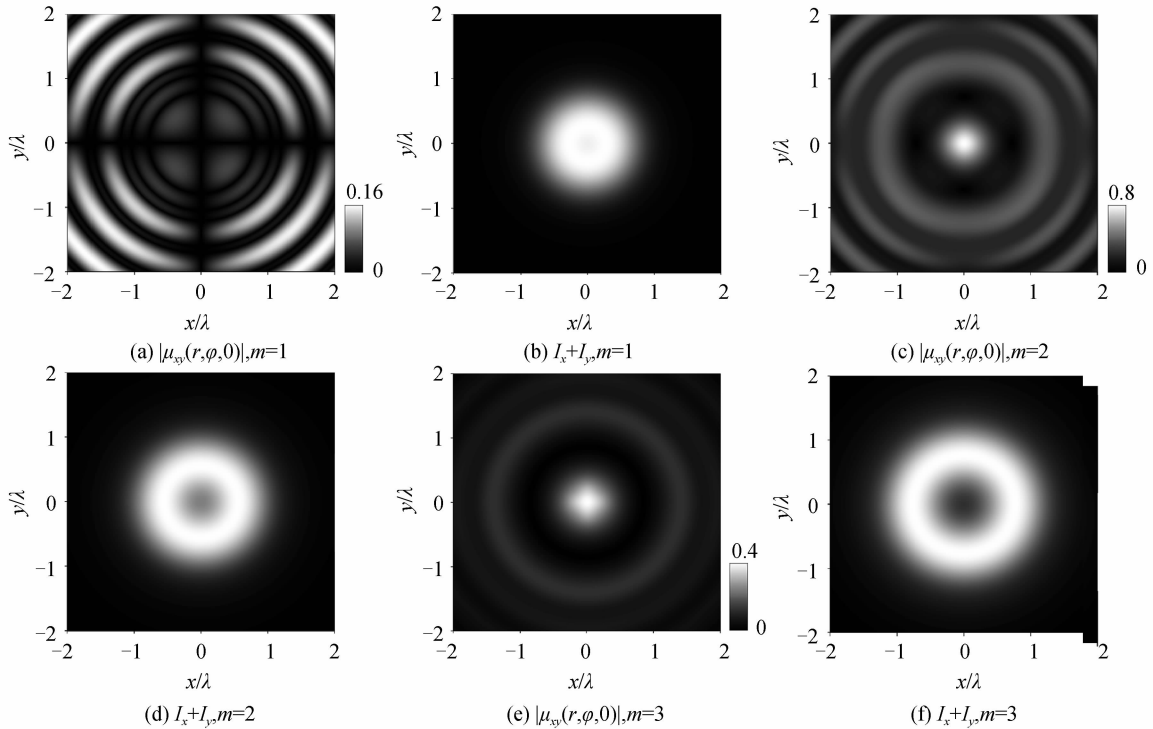


图 4 焦平面上不同拓扑荷涡旋光的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 分布和相对应的归一化光强 $I_x + I_y$ 分布,其他参量与图 2 相同
Fig. 4 Contour distribution of $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ in the focal plane for different topological charges m and the normalized intensity distribution $I_x + I_y$ corresponding to $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$. The other parameters are same as that in Fig. 2

尽管涡旋光场的 x 分量和 y 分量之间的相干性 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 在经过深聚焦后会得到改善,但它可被进一步改善的空间仍然很大.以拓扑荷 $m=2$ 的随机电磁涡旋光束为例, $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 的最大值是 0.18,相对于其上限值 1 而言当然还有很大的改善空间.为此,研究了源相干长度 δ 和透镜的数值孔径 NA 对随机电磁涡旋光束在焦平面上的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 分布的影响,如图 5.以扑荷 $m=2$ 的涡旋光束为例是因为它的 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 分布在几何焦点附近具有较好的旋转对称性(见图 4(c)).换句话说,用 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)| \sim r$ 曲线就能反映出 $|\mu_{xy}(r,$

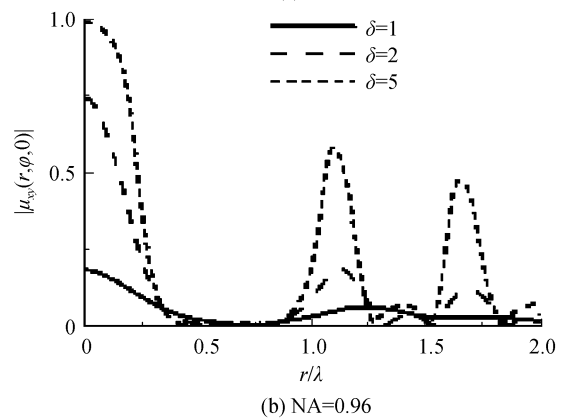
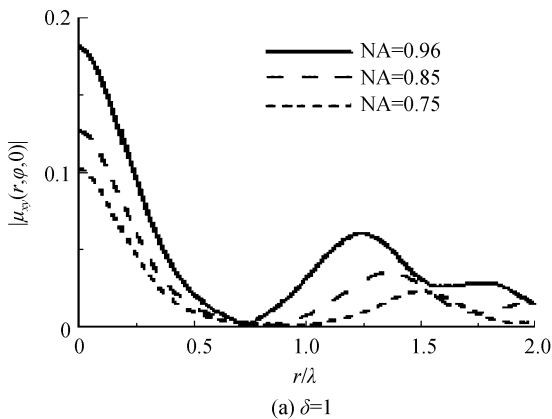


图 5 数值孔径和源相干长度对焦平面上 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 分布的影响,其他参量与图 2 相同
Fig. 5 The influence of numerical aperture and source coherent length on $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ distribution in the focal plane. The other parameters are same as that in Fig. 2



$\varphi, 0)|$ 的整体分布特性.从图 5 可以看出,NA 和 δ 的增加都能增大 $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 的峰值.尤其是源相干长度 δ 的增加可以更有效地改善随机电磁涡旋光束的相干性.这是因为随着 δ 从 1 增加 5, $|\mu_{xy}(r, \varphi, 0)|$ 的最大值迅速地从 0.18 增加到 0.99,即已接近于它的上限(见图 5(b)).

众所周知,涡旋光场的 z 分量是由光场的 x 分

量和 y 分量经过大数值孔径透镜之后产生的. 图 6 分别画出了焦平面任意点处随机电磁涡旋光场的 (x 和 y) 分量与 z 分量之间的相干度 $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$. 从图中可以看出, $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ 的分布随着 r 或者 φ 的变化而呈现起伏的变化. 在光斑覆盖的区域内 (见图 4(d)), $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ 的值都很小. 虽然图中 $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ 的最大值为 0.53, 但这是在涡旋光束的源相干长度 δ 取 5 的情况下才取得的, 而且相干度的较大值只分布在光斑之外很小的范围内. 综上所述, 聚焦光场的 z 分量与 x (或 y) 分量之间的相干性不如 x 分量与 y 分量之间的相干性好. 另外, 从图中还发现 $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ 之间有一定的联系. 这就是将图 6(a) 绕 z 轴沿逆时针方向旋转 90° 后便得到图 6(b), 或者说 $|\mu_{yz}(r, \varphi + \pi/2, 0)| = |\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$.

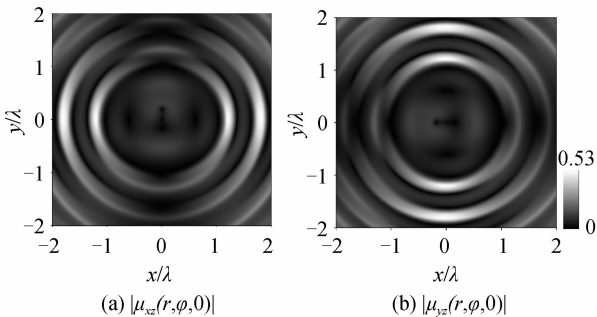


图 6 焦平面上 $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ 和 $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ 的等高线分布. $m=2, \delta=5, |E_y^0|=1$, 其他参量与图 2 相同

Fig. 6 Contour distribution of $|\mu_{xz}(r, \varphi, 0)|$ and $|\mu_{yz}(r, \varphi, 0)|$ in the focal plane. $m=2, \delta=5, |E_y^0|=1$, The other parameters are same as that in Fig. 2

图 7 是不同拓扑荷 ($m=0, 1, 2, 5$) 和不同源相干长度 ($\delta=0.5, 2, 5$) 情况下的 $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, 0, 0)|$ 曲线. 之所以要以 $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, 0, 0)|$ 曲线为例来研究焦平面上两个不同点处随机电磁涡旋光场的同一分量之间的相干度是因为它在焦平面上的分布具有严格的旋转对称性, 而 $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)|$ 或 $|\mu_{yy}(0, 0, 0; r, \varphi, 0)|$ 不满足这一点. 从图中看到一个有趣的现象, 除 $m=1$ 时聚焦光束的有效相干长度随着相干长度的 δ 的增加而增加以外, 拓扑荷为其他情况时 ($m=0, 2, 5$) 的聚焦光束的有效相干长度却随着 δ 或 m 的增加而减小. 具体举例来说, 当 $\delta=5$ 和 $m=5$ 时, 聚焦光束在焦点附近的相干度曲线随着 r 的增加而下降的最陡峭 (即有效相干长度最小) (见图 7(c)). 另外从图中还可以看出存在一些 $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, 0, 0)|$ 等于零的点, 其意义是这些点上的光场与焦点处光场的 z 分量之间是完全不相干的. 这些点也被称为谱相干度的相位奇点^[17].

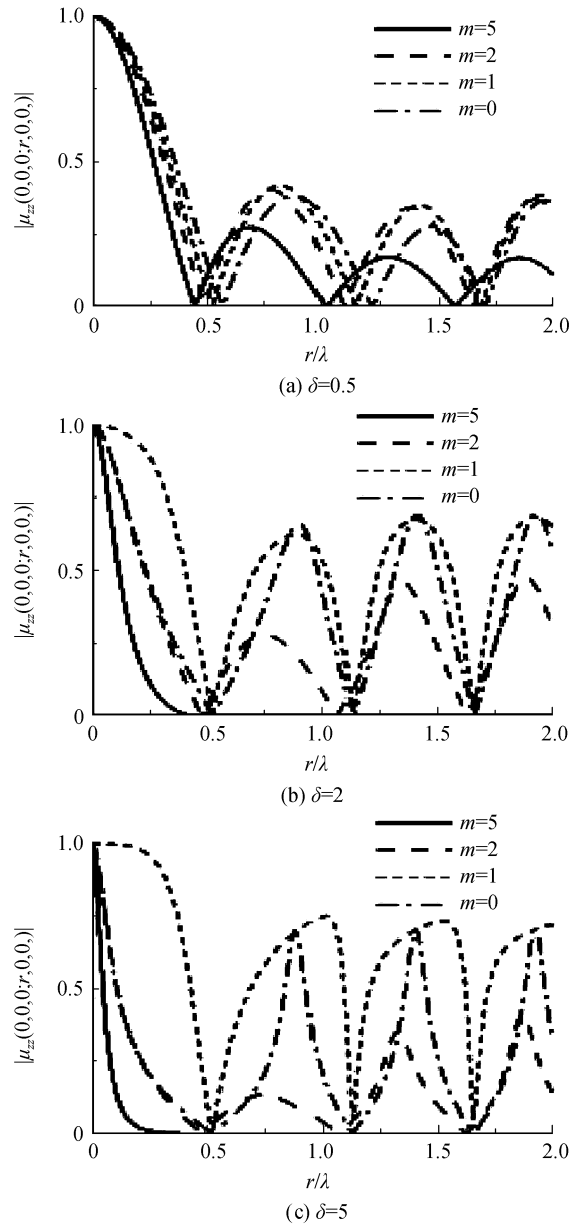


图 7 涡旋光束的源相干长度和拓扑荷对焦平面上 $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, 0, 0)|$ 的影响. $|E_y^0|=1$, 其他参量与图 2 相同
Fig. 7 Influence of the source degree of coherence and topological charges of vortex beams on $|\mu_{xz}(0, 0, 0; r, 0, 0)|$ in the focal plane. $|E_y^0|=1$, The other parameters are same as that in Fig. 2

图 8 为不同 z 平面上 $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 的分布. 从图 8(a) 和 (b) 中都可以看出, $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 的分布关于 z 轴和 x 轴分别对称. $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 分布关于 z 轴对称是因为随机电磁涡旋光束的分布关于 z 轴对称; 而 $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 分布关于 x 轴对称则说明, 虽然 $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 的分布在焦平面附近发生了变化, 但是在光束经过聚焦透镜继续向前传播的过程中, $|\mu_{xz}(0, 0, z; r, 0, z)|$ 又逐步恢复到聚焦前的分布. 从图中可以看出, 在焦平面附近暗色区域的面积最大. 这说明聚焦过程对两个不同点上光场的同一分量之间的相干性起到减

弱的作用. 比较图 7(a) 和 7(b), 看到了如前所述的聚焦光束的有效相干长度随着源相干长度 δ 的增加而明显地减小.

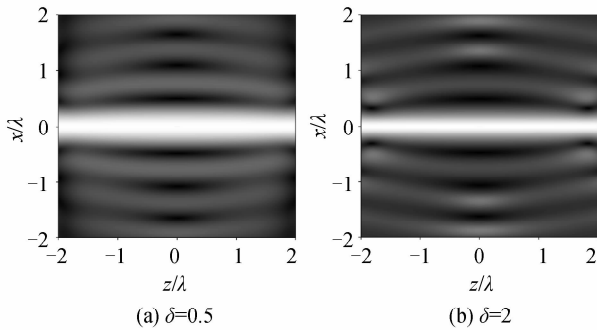


图 8 $|\mu_{zz}(0,0,z;r,0,z)|$ 在传播面上 (z - x 平面) 的分布. $m=2, |E_y^0|=1$, 其他参量与图 2 相同

Fig. 8 Distribution of $|\mu_{zz}(0,0,z;r,0,z)|$ in the propagation plane (z - x plane). $m=2, |E_y^0|=1$. The other parameters are same as that in Fig. 2

对焦平面上的两个不同点处随机电磁涡旋光场的两个相互垂直的分量之间的相干性如图 9. 有趣的是, 随机电磁涡旋光场在焦平面上同一点处的 x 分量与 y 分量之间的相干性反而没有不同两点处的这两个分量之间的相干性好. 具体表现如下: 比较图 4(a)、(c) 和图 9(a)、(b) 后可知: 1) 在相关参量取值完全相同的情况下, $|\mu_{xy}(r,\varphi,0)|$ 的最大值分别为 0.16 和 0.18, 而 $|\mu_{xy}(0,0,0;r,0,0)|$ 的最大值分别为 0.28 和 0.47. 2) 在图 4(a) 中, 光斑区域内 $|\mu_{xy}(r,\varphi,0)|$ 趋近于零; 在图 9(a) 中, 光斑区域内 $|\mu_{xy}(0,0,0;r,0,0)|$ 的最大值为 0.12, 而图 4(a) 中 $|\mu_{xy}(r,\varphi,0)|$ 的最大值也只有 0.16. 3) 图 9(b) 中, 当 $r=0$ 时, $|\mu_{xy}(0,0,0;0,0,0)|$ 与 $|\mu_{xy}(0,0,0)|$ 的

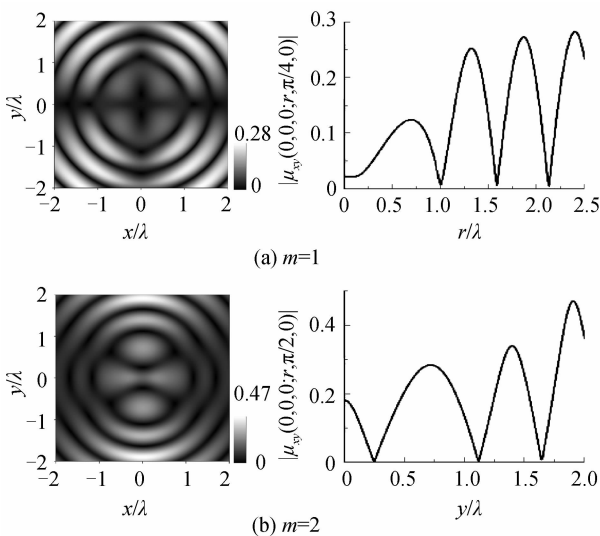


图 9 $|\mu_{xy}(0,0,0;r,0,0)|$ 在焦平面上的分布, $|E_y^0|=1$, 其他参量与图 2 相同

Fig. 9 Contour distributions of $|\mu_{xy}(0,0,0;r,0,0)|$ in the focal plane. $|E_y^0|=1$. The other parameters are same as that in Fig. 2

意义相同, 其值 0.18 与 $|\mu_{xy}(0,0,0)|$ 的值也完全吻合. 不同的是, $|\mu_{xy}(0,0,0)|$ 的值在图 4(c) 中是最大值, 而 $|\mu_{xy}(0,0,0;0,0,0)|$ 值, 即使在光斑范围内也远不是最大值.

3 结论

根据德拜矢量积分理论, 推导了深聚焦的随机电磁涡旋光束的电场表达式. 研究了透镜的数值孔径、入射光束的偏振度、拓扑荷以及相干长度对焦平面附近聚焦光束的光强分布和谱相干度的影响. 对焦平面附近聚焦光束的光强分布特性的研究表明: 当入射的随机电磁涡旋光束为部分偏振光时, 焦平面上的光强分布呈椭圆形光斑. 改变部分偏振光的偏振度可直接改变椭圆形光斑的形状. 对于拓扑荷 $m=1$ 的随机电场涡旋光束, 适当选择光束的源相干长度和透镜的数值孔径, 可得到非常有实用价值的平顶光强分布. 对焦平面同一点上随机电磁涡旋光场两个相互垂直的分量之间的相干度的研究结果表明: 在经过深聚焦之后, 涡旋光场的 x 分量与 y 分量之间的相干性(在源平面处它们是完全不相干的)有所改善, 改善的程度随拓扑荷数的增大而增加. 另外, 通过改变透镜的数值孔径和光束的横向相干长度也可以改变聚焦光束的相干性, 尤其是增大光束的横向相干长度可以明显而有效地改善涡旋光场的 x 分量与 y 分量之间的相干性. 数值模拟的结果还显示, 聚焦光场的 z 分量与 x (或 y) 分量之间的相干性不如 x 分量与 y 分量之间的相干性好. 对焦平面两个不同点上随机电磁涡旋光场的 z 分量之间的相干度的研究结果表明: 除 $m=1$ 时聚焦光束的有效相干长度随着相干长度的 δ 的增加而增加以外, 拓扑荷为其他情况时 ($m=0, 2, 5$) 聚焦光束的有效相干长度却随着 δ 或 m 的增加而减小. 另外, 聚焦会减弱随机电磁涡旋光场在两个不同点上的 z 分量之间的相干性. 不过在它经过大数值孔径透镜之后向前传播的过程中, $|\mu_{zz}(0,0,z;r,0,z)|$ 会逐渐恢复到聚焦前的分布. 最后, 对焦平面上两个不同点上随机电磁涡旋光场的 x 分量与 y 分量之间的相干度的研究结果表明: 随机电磁涡旋光场在同一点处 x 分量与 y 分量之间的相干性反而没有不同两点处这两个分量之间的相干性好.

参考文献

[1] BOKOR N, DAVIDSON N. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light [J]. *Optics Communications*, 2007, **279**(2): 229-234.
 [2] GROSJEAN T, COURJON D. Smallest focal spots [J]. *Optics Communications*, 2007, **272**(20): 314-319.
 [3] LI X, CAO Y, GU M. Superresolution-focal-volume induced 3.0 Tbytes/disk capacity by focusing a radially polarized beam

- [J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(13): 2510-2512.
- [4] WENG Xiao-yu, GUO Han-ming, DONG Xiang-mei, *et al.* Focusing characteristics of Laguerre-Gaussian radially polarized beam through high numerical aperture [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(5): 798-802.
翁晓羽, 郭汉明, 董祥美, 等. 拉盖尔高斯径向偏振光高数值孔径聚焦特性[J]. 光子学报, 2011, **40**(5): 798-802.
- [5] MÜLLER C B, ENDERLEIN J. Image scanning microscopy [J]. *Physical Review Letters*, 2010, **104**(19): 198101-1-4.
- [6] ZHANG Y, DING B, SUYAMA T. Trapping two types of particles using a double-ring-shaped radially polarized beam [J]. *Physical Review A*, 2010, **81**(2): 023831-1-5.
- [7] YOUNG WORTH K S, BROWN T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical vector beams [J]. *Optics Express*, 2000, **7**(2): 77- 87.
- [8] ZHAN Q, LEGER R J. Focus shaping using cylindrical vector beams [J]. *Optics Express*, 2002, **10**(7): 324-331.
- [9] DORN R, QUABIS S, LEUCHS G. Sharper focus for a radially polarized light beam [J]. *Physical Review Letters*, 2003, **91**(23): 233901- 1-4.
- [10] HUA L M, CHEN B S, CHEN Z Y, *et al.* Tight focusing of femtosecond elliptically polarised vortex light pulses [J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(1): 014202-1-8.
- [11] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, **45**(11): 8185-8189.
- [12] ALLEN L, PADGETT M J. The poynting vector in Laguerre - Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density [J]. *Optics Communications*, 2000, **184**(1-4): 67-71.
- [13] TERRIZA G M, TORRES J P, TORNER L. Orbital angular momentum of photons in non-collinear parametric down conversion [J]. *Optics Communications*, 2003, **228**(1-3): 155-160.
- [14] JI Cang, ZHANG Yi-xin. Propagation properties of focused partially coherent vortex beams in turbulent atmosphere[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1277-1282.
仓吉, 张逸新. 大气湍流中部分相干聚焦涡旋光束的传输特性[J]. 光子学报, 2009, **38**(5): 1277-1282.
- [15] GIBSON G, COURTIAL J, PADGETT M J, *et al.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Express*, 2004, **12**(22): 5448-5456.
- [16] ZHAO Y, EDGAR J S, JEFFRIES G D M, *et al.* Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam [J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(7): 073901-1-4.
- [17] LIN Hui-chuan, PU Ji-xiong. Change of polarization of vortex beams induced by diffraction effect [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8): 2087-2092.
林惠川, 蒲继雄. 衍射效应诱导涡旋光束的偏振度变化[J]. 光子学报, 2009, **38**(8): 2087-2092.
- [18] WOLF E. Electromagnetic diffraction in optical systems I. An integral representation of the image field [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 1959, **253**(1274): 349-357.
- [19] GU M. Advanced optical imaging theory [M]. Springer-Verlag, 1999.
- [20] LINDFORS K, SETALA T, KAIVOLA M, *et al.* Degree of polarization in tightly focused optical fields [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, **22**(3): 561-568.
- [21] SETALA T, SHEVCHENKO A, KAIVOLA M, *et al.* Degree of polarization for optical near fields [J]. *Physical Review E*, 2002, **66**(1): 016615-1-7.
- [22] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics [M]. Cambridge University Press, 1995.
- [23] JEFFRIES G D M, EDGAR J S, ZHAO Y, *et al.* Using polarization shaped optical vortex traps for single cell nanosurgery [J]. *Nano Letters*, 2007, **7**(2): 415-420.
- [24] ANDO T, OHTAKE Y, INOUE T, *et al.* Shaping tight focusing patterns of linearly polarized beams through elliptical apertures [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, **92**(2): 021116-1-3.

Tight Focusing of Stochastic Electromagnetic Vortex Beams

SHU Jian-hua, CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

Abstract: Based on vectorial Debye theory, the focusing properties of stochastic electromagnetic vortex beams by a high numerical aperture objective are investigated. The influence of numerical aperture of the objective, the degree of polarization, the topological charges, and the transverse coherent length of the incident vortex beam on the intensity and spectral degree of coherence in the focal region are investigated. Studies in intensity distribution reveal that elliptical light spots and the flat top beam, which have many applications, can be obtained by selecting certain parameters. The degree of coherence at a point between two orthogonal electric field components, the degree of coherence at a pair of points between two identical electric field components, and the degree of coherence at a pair of points between two orthogonal electric field components of stochastic electromagnetic vortex beams in the focal plane are investigated respectively. It is shown that the topological charges and transverse coherent length of incident vortex beams have very obvious effects on the coherence of focused beams.

Key words: High numerical aperture; Stochastic electromagnetic beam; Focused intensity; Spectral degree of coherence