

文章编号:1004-4213(2011)11-1711-7

基于霍夫变换与线性啁啾变换的粒子全息图分析方法研究

岑裕庭, 匡升平, 赵晓娟, 韩鹏

(华南师范大学 物理与电信工程学院, 广州 510006)

摘要:基于霍夫变换及线性啁啾变换,提出在空域及频域中分析数字全息图中颗粒粒径大小的方法.在对粒子全息图进行降噪滤波、边缘提取等预处理后,利用弦中点霍夫变换检测粒子的圆心位置,然后以圆心为起点径向扫描出归一化光强分布曲线,求出空域第一个极小值位置.对光强信号做傅里叶变换,结合线性啁啾变换做局部频谱细化,求出频域第一个极小值位置.利用所得极小值位置,代入公式,即可求解颗粒粒径大小.数值计算结果表明,对于粒子间距较大的粒子全息图,该方法误差在 2.5% 以内.

关键词:数字全息;粒径测量;霍夫变换;线性啁啾变换

中图分类号: TB877

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20114011.1711

0 引言

全息术不仅记录光波的振幅信息,同时记录相位信息.而相位通常更能反映物体的本质属性,因而全息术被广泛应用于多个测量领域^[1-3].

其中,全息粒子测量是全息术的应用领域之一.在数字全息术中,粒子全息图以数字形式记录在 CCD 上,分析全息图可获得粒子的粒径及位置信息.通常做法是在数字全息图中数值重建出物光场.然而零级像与共轭像的消除^[4],粒子在焦与否的判定^[5],再现算法优化和再现画质的提高^[6],是此做法不得不克服的几个棘手问题.

另一种做法是直接分析全息图的干涉条纹,由此反演出想要的颗粒信息.该分析方法有傅里叶变换^[7]、小波变换^[8-9]、维格纳变换^[10]等.它们都是对数字全息图的一维信号做的变换,且基于贝塞尔包络曲线极小值位置先验已知情况.

文献[11]介绍了一种数字粒子全息测量方法.拟定粒子在焦时粒子覆盖区域像素值是深度范围内的最小值,作为粒子聚焦与否的判定依据,求出再现距离.再通过卷积的数值再现方法,得出粒子再现全息图.因粒子在焦时再现像轮廓清晰,利用霍夫变换检测粒子轮廓,所得轮廓直径即为粒子的粒径大小.

受此启发,针对球形粒子全息图是同心衍射圆

环的特点,本文将霍夫变换应用于粒子圆心检测,通过扫描方法得到每个粒子的光强分布曲线,分别在空域和频域求第一个极小值位置,进而由公式求出颗粒粒径大小.

与国内外的研究方法相比,本文主要将粒子的全息图特点与对应此特点的信号分析方法结合起来,回避了数值再现的常规做法.为粒子全息图的测量分析提供了另一种参考方法.

1 共轴全息理论

1.1 共轴夫朗禾费全息光强公式

在相干光照明下,当记录距离 z 满足夫朗禾费近似条件时,一个半径为 a 的球形颗粒形成的全息图光强分布可表示为

$$I = 1 - \frac{2\pi a^2}{\lambda z} \sin\left(\frac{\pi r^2}{\lambda z}\right) \left[\frac{2J_1\left(\frac{2\pi ar}{\lambda z}\right)}{\frac{2\pi ar}{\lambda z}} \right] + \left(\frac{\pi a^2}{\lambda z}\right)^2 \left[\frac{2J_1\left(\frac{2\pi ar}{\lambda z}\right)}{\frac{2\pi ar}{\lambda z}} \right]^2 \quad (1)$$

式中, λ 表示相干光的波长, r 表示全息面的空间极坐标, J_1 表示一阶贝塞尔函数.

式(1)中,第一项表示照明光所形成的均匀背

基金项目:国家自然科学基金(No. 10504008)和教育部科学技术研究重点项目(No. 209091)资助

第一作者:岑裕庭(1986—),男,硕士研究生,主要研究方向为数字全息技术. Email: cenyuming87@sina.com

导师(通讯作者):韩鹏(1976—),男,教授,主要研究方向为光电技术与系统. Email: han_peng@163.com

收稿日期:2011-07-05; **修回日期:**2011-08-15

景;第二项表示贝塞尔信号对啁啾信号的频率调制,这一项有颗粒散射光与照明光干涉产生;第三项是贝塞尔信号的平方项,它的幅值远小于其它两项,通常忽略不计。

图 1(a)是仿真的球形颗粒共轴全息图,颗粒参

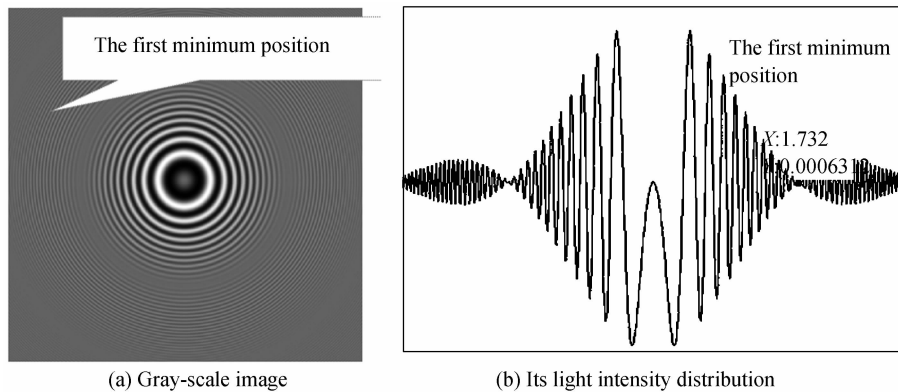


图 1 球形颗粒共轴夫琅和费全息图

Fig. 1 In-line Fraunhofer hologram pattern of a spherical particle

1.2 求解颗粒信息的依据

1.2.1 空域极小值位置求粒径

由式(1)可知,分析全息图光强分布 I ,可反演得出粒子的空间位置 r 和粒径大小 a . 全息光路一旦固定,波长 λ 和记录距离 z 均不变,假定它们已知,则求 a 只须求 r . 则包络函数的第一个极小值位置出现在

$$\frac{2\pi ar}{\lambda z} = 3.83 \quad (2)$$

若能通过某种方法观察到 r 的精确位置,即可求解粒径 a .

1.2.2 频域极小值位置求粒径

式(1)中的正弦函数在图 1(b)中表现为快变的震荡啁啾信号. 啁啾信号频率为

$$f = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\pi r^2}{\lambda z} \right) = \frac{1}{2} \frac{r}{\lambda z} \quad (3)$$

当 λ, z 固定时,易见 $f \propto r$,即频率和位置是线性一一对应关系. 若可求得频域中第一个极小值位置 f ,便可对应得出 r ,再代入式(2)求 a .

亦可联立式(2)、(3),得到利用频域极小值位置 f 求粒径 a 的公式(4)

$$a = \frac{3.83}{4\pi f} \quad (4)$$

本文以式(2)~(4)为依据,就如何找出第一个极小值位置进而检测粒径大小而展开.

2 基于霍夫变换与线性啁啾变换的粒子全息图分析方法

粒子全息图的图样特点是一组同心衍射圆环,颗粒的中心位置即同心圆环的圆心位置. 圆环亮暗

量为 $a = 45 \mu\text{m}, z = 20 \text{ cm}, \lambda = 632.8 \text{ nm}$. 图 1(b)是图 1(a)的光强分布曲线,其外包络满足贝塞尔函数,其第一个极小值位置,即一阶贝塞尔函数的第一个零点位置,如图标识.

纹的光强(即灰度值)分布,满足式(1). 若可知粒子中心位置,设法求出光强分布,再提取第一个极小值位置,就能通过式(2)~(4)求得粒径. 本文提出两种从粒子全息图求颗粒粒径的方法,空域极小值法和频域极小值法.

空域极小值法步骤:1)图像二值化;2)弦中点霍夫变换求圆心;3)扫描光强分布曲线,求空域极小值;频域极小值法步骤:执行步骤 1)~3);4)傅里叶变换求光强分布频谱;5)线性啁啾变换细化局部频谱,求频域极小值位置.

2.1 弦中点霍夫变换

霍夫变换(Hough Transform)常用于检测图像中的线段、直线、曲线或圆周. 经典的圆检测 Hough 算法虽准确度高,但计算量大,不适于实时检测. 后人提出了多种改进方法,其中一种是弦中点圆心检测方法^[12].

该方法的检测原理是:在一个含有圆的二值图像中,作圆上任意一点与其余点的中点曲线,该中点曲线构成原圆在该点的一个内切圆. 由于在圆的中心处,必有较多的内切圆通过,而在其他位置上,中点曲线通过的可能性要小得多,用这种方法可以快速求得相关圆心(见图 2).

改进的霍夫变换圆心检测程序的实现步骤为:

- 1) 图像预处理. 如降噪滤波、直方图均衡化.
- 2) 自动阈值分割粒子目标. Canny 算子提取粒子像素边缘,并骨架化至稳定二值图像.
- 3) 建立 Hough 圆心累加器. 累加器大小与原图等大,累加器初始值为 0.
- 4) 遍历所有特征点,划分特征点集. 同一圆周上

的边缘像素归类为一特征点集,求每一特征点集中的任意一点与其余特征点的中点,并记录其位置,累加器的对应位置加 1。

5)使用滤波器平滑所得圆心累加器中的小毛刺.再用形态学顶帽运算,最大类间方差返回圆心提取阈值。

6)标记累加器中大于阈值的点,同一标记的归为同一点集,并求各点集所在矩形边界.极值法求出波峰位置,视为圆心位置.编号表示圆心编号。

运行 Hough 圆心检测程序,对应图 2 中的两个同心圆,其 Hough 圆心累加器如图 3。

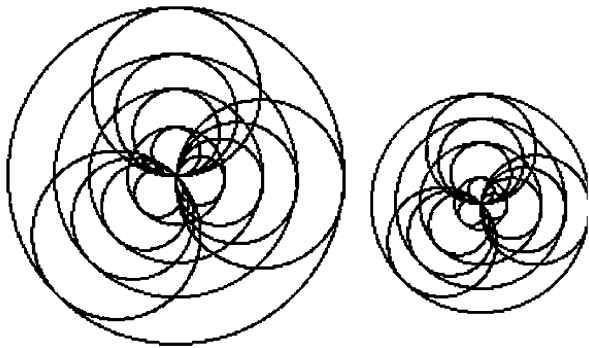


图 2 霍夫变换圆心检测示意图
Fig. 2 Schematic diagram of Hough transform circle center detection

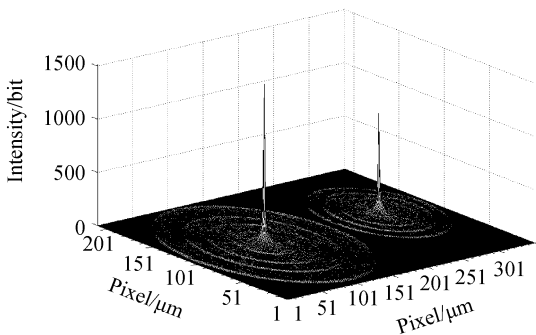


图 3 对应图 2 中两对同心圆的霍夫圆心累加器三维图
Fig. 3 3D-map of Hough circle center accumulator corresponding to the two pair of concentric circles in Fig. 2

2.2 光强分布曲线

2.2.1 径向扫描光强分布曲线

对全息图预处理并二值化^[13]后,利用弦中点 Hough 变换检测圆心,之后通过累加方法得到全息图的光强分布曲线,具体步骤为:

1)同心圆的一个圆心包括多个圆周,为避免与无关圆周上的点作累加,须把属于同一圆心的圆周划分出来,即划分圆周累加区域.区域可用 3.1 节步骤 6)的圆心矩形边界近似;

2)求最大累加半径.在各圆心的最大圆周上等间隔取点,求各点至对应圆心的距离,再平均即得各

圆心的最大累加半径;

3)累加圆周极坐标化.各圆心加减对应最大累加半径,分别确定累加圆周的四个象限点.并将圆周坐标由直角坐标化为极坐标;

4)自圆心开始,径向扫描同一圆周上的像素点并记录个数,累加对应位置的灰度值,归一化处理,即得某一圆周上的平均灰度值.逐一增大半径,继续累加归一化,至最大累加半径为止,可适当外延数十像素.得到的半径-灰度值关系,即可画出 $r-I$ 曲线。

运行该程序,图 4 是图 1(a)的扫描光强分布曲线,原图光强分布曲线见图 1(b)。

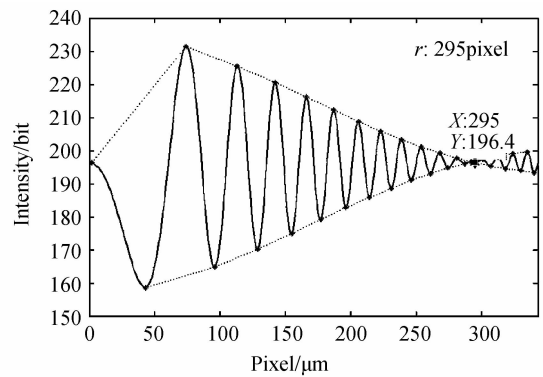


图 4 扫描的光强分布曲线
Fig. 4 Scanned light intensity distribution

2.2.2 方法一:空域极小值位置求颗粒粒径

由式(2)可知,图 1(b)的第一个极小值位置理论值是 1.714 4 mm.而图 4 的第一个极小值位置 $r_{扫描}$ 是 295 pixel,乘上每像素单元大小 $\Delta x = 5.86 \times 10^{-6} \mu\text{m}$,为 1.728 7 mm.即 $r_{测} = r_{扫描} \times \Delta x$.检测值与理论值相对误差为 0.84%,证明该算法正确可行。

至此,便可利用空域极小值位置求粒径.1.728 7 mm代入式(2),得检测粒径 a 为 44.626 8 μm ,与标称值 45 μm 的相对误差为 0.83%。

2.3 细化局部频段

2.3.1 傅里叶变换并线性啁啾变换

继续执行本节步骤,可用频域极小值位置,根据式(4)求颗粒粒径.为初步确定光强 I 的频域极小值大致位置,将信号延拓至双边分布,并傅里叶变换至频域.设置程序的采样频率为 1 024 Hz,图 4 的傅里叶变换后如图 5.图示截取显示第一个极小值位置的频段。

比较图 5 与图 1(b)易见,傅里叶变换后,信号频谱曲线走势与其空域曲线走势相近,可推知其函数形式相近.图中标记第一个极小值位置大概在 82 Hz 附近。

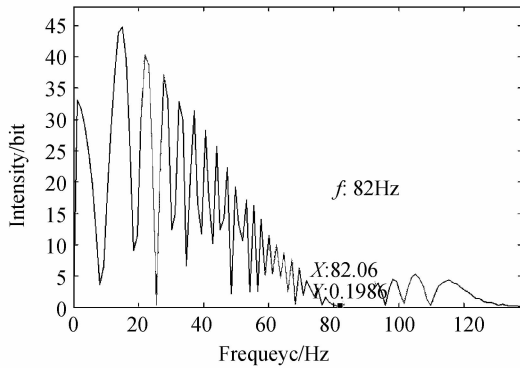


图5 图1(b)的傅里叶频谱
Fig. 5 FFT spectrum of Fig. 1(b)

由式(4)知, f 和 a 是一一对应的关系, 且与 z 无关. 若希望所求粒径 a 的结果误差较小, 应努力提高频率位置 f 的测量准确度. 由此分析, 有必要对频谱进一步细化, 这时傅里叶变换本身的缺点就显露出来.

首先, FFT求得的是信号的全频谱, 但实验中只关心频谱中的一小区域频段; 再者, FFT在整个频谱中具有相同的分辨率. 如果要放大、细化感兴趣的频段, 只能对所有频率都增加准确度, 增大采样序列, 这势必大大增加计算量. 为了有效细化频谱并兼顾采样量, 引入线性啁啾变换.

2.3.2 线性啁啾变换的原理

线性啁啾 Z 变换^[14] (Chirp-Z transform, CZT) 是为了弥补 FFT 的不足而提出. 相比于 FFT, CZT 可实现局部频谱细化, 且采样起止点和采样间隔是任意选取的. 在同等的采样条件下, CZT 的谱分辨率和计算速度要高于 FFT, 有利于窄带频谱分析.

设采样信号序列为 $x(n)$, $n=0, 1, 2, \dots, N-1$, 其 Z 变换定义式为

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z_k^{-n} \quad (5)$$

式中 z_k 为 Z 平面采样点, $k=0, 1, 2, \dots, M-1$

如果沿 Z 平面螺旋线等分角采样, 采样点 $z_k = AW^{-k}$, 则这种变换就称为 CZT

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk} \quad (6)$$

式中

$$A = A_0 \exp(j\theta), W = W_0 \exp(-j\phi) \quad (7)$$

要实际运用线性啁啾变换, 必须设定采样参量. 设起始频率 f_b , 终止频率为 f_t , 频带宽度 $f_{BW} = f_t - f_b$, 采样频率 f_s , 频谱分辨率 f_r , CZT 的采样参量之间存在关系, 则

$$\theta = \frac{2\pi f_b}{f_s}, \phi = \frac{2\pi f_t}{f_s}, M = \frac{f_{BW}}{f_r} = \frac{f_t - f_b}{f_r} \quad (8)$$

基于图5, 运用 CZT 就 82 Hz 这一小块频谱进行放大. 设定细化频段为 72~92 Hz, 谱分辨率为 0.1 Hz, 采样频率 1 024 Hz. 细化频谱如图6.

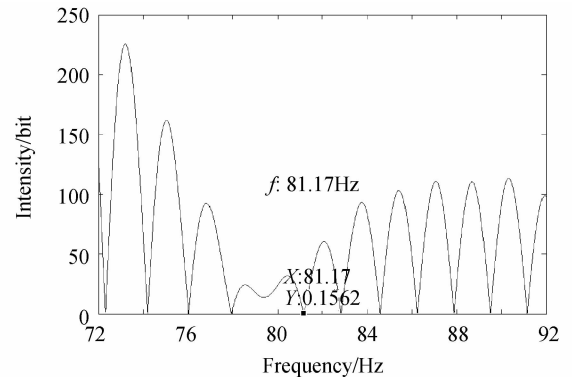


图6 图5的 CZT
Fig. 6 CZT spectrum of Fig. 5

值得一提的是, 若知道待测颗粒的粒度范围, 由式(4)可知其频域极小值的对应范围, 也可帮助选择线性啁啾变换的细化频段.

2.3.3 方法二: 频域极小值位置求颗粒粒径

图6中频域的第一个极小值位置为 $f_{CZT} = 81.17$ Hz. 而由式(3)或(4), 可得知频域极小值位置理论值为 6 772.93 Hz.

比较 f 的理论值与检测值, 相差甚远, 这是因为理论值 f 是真实所需的频率, 是在 CCD 允许最大空间采样频率下 f_{CCDmax} 得到. 而

$$f_{CCDmax} = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{2 \times 5.86 \times 10^{-6}} = 8.5324 \times 10^4 \text{ Hz} \quad (9)$$

但仿真的采样频率 f_s 仅为 1 024 Hz, 二者相差 83.324 4 倍. 故 f_{CZT} 须乘上倍数, 才是真实的检测频率 $f_{测}$, 为 6 763.45 Hz, 与理论值相对误差 0.14%. 此段所述, 可表达为

$$f_{测} = f_{CZT} \frac{f_{CCDmax}}{f_s} \quad (10)$$

$f_{测}$ 代入式(4), 可得粒径 a 为 45.063 1 μm , 与标称值 45 μm 的相对误差为 0.14%.

3 实验仿真

为验证上述分析方法的可行性, 进行了仿真实验. 仿真参量: $\lambda = 632.8$ nm, $a = 20$ cm, $a_1 = 40$ μm , $a_2 = 60$ μm . 粒子中心坐标 $(x_1, y_1) = (513 \text{ pixel}, 513 \text{ pixel})$, $(x_2, y_2) = (1\,537 \text{ pixel}, 513 \text{ pixel})$. 考虑到实验全息图常伴有噪音, 添加一定量的椒盐噪音和高斯白噪音. 所得全息图如图7.

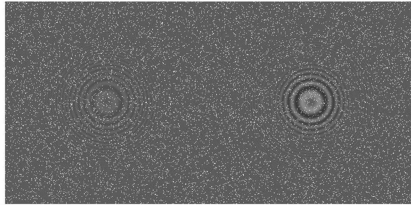


图 7 仿真全息图
Fig. 7 Simulated hologram

空/频域极小值位置法求颗粒粒径的分析流程步骤:

Step 1: 中值滤波消除背景噪音, 3.1 节方法建立圆心累加器, 结果如图 8. 检测得的圆心坐标分别为(512.6264, 512.8647), (1536.6041, 512.8317), 结果与仿真值误差小于半个像素.

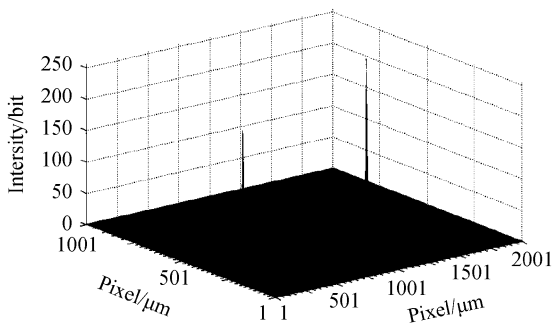


图 8 图 7 的霍夫圆心累加器三维图
Fig. 8 3D-map of hough circle center accumulator of Fig. 7

Step 2: 3.2 节方法自圆心开始逐圆周累加归一化灰度值, 描绘 $r-I$ 曲线, 并用局部极值程序求得各个波峰谷的位置, 组成外包络线, 如图 9.

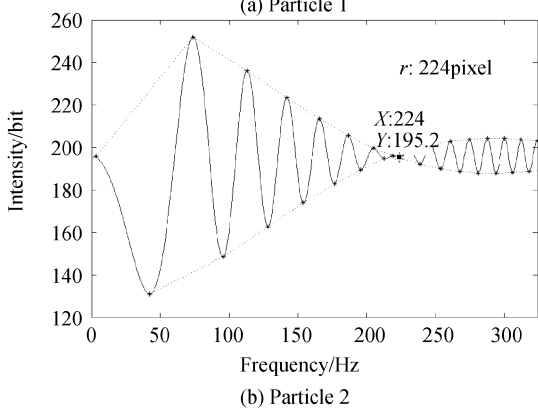
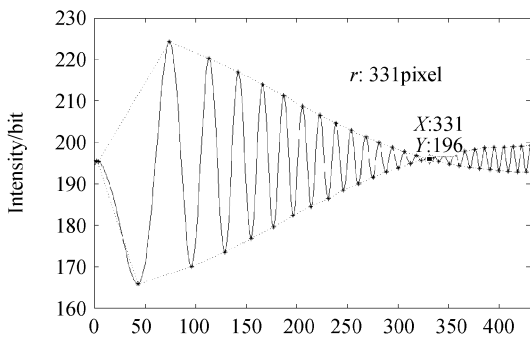


图 9 粒子 1 和 2 的光强分布曲线及外包络线
Fig. 9 Light intensity curve and envelope of particle 1 and 2

粒径 $40 \mu\text{m}$ 的粒子 1 的空域极小值位置理论值为 1.9287 mm , 而图 9(a) 的扫描值 $r_{\text{扫描}}$ 为 331 pixel, 乘上每像素单元大小 Δx , $r_{\text{测}}$ 为 1.9397 mm , 相对误差 0.57%. $r_{\text{测}}$ 代入式(2), 得检测粒径为 $39.7731 \mu\text{m}$, 相对误差 0.57%.

同理, 对于粒径 $60 \mu\text{m}$ 的粒子 2, 图 9(b) 的 $r_{\text{扫描}}$ 为 224 pixel, 相当于 1.3126 mm , 与理论值 1.2858 mm 的相对误差为 2.05%. 进一步可得检测粒径为 $58.7719 \mu\text{m}$, 相对误差 2.05%.

继续执行下面步骤, 可用频域法求颗粒粒径.

Step 3: 傅里叶变换求信号频谱, 选定局部频谱细化的起止频率, 傅里叶频谱如图 10.

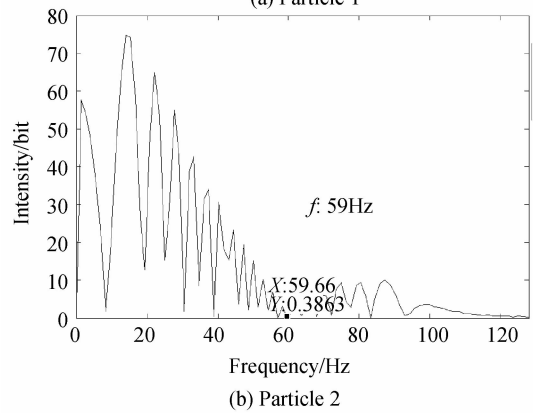
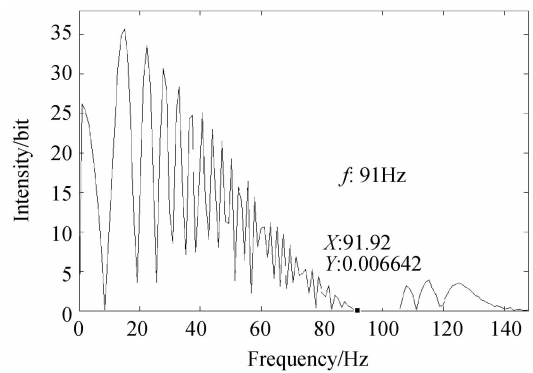


图 10 图 9 的傅里叶频谱分布
Fig. 10 FFT spectrum of Fig. 9

观察图 10 的频域第一个极小值位置, 粒子 1 在 91 Hz 附近, 粒子 2 在 59 Hz 附近.

Step 4: 运用线性啁啾变换, 选定粒子 1 的细化频段为 82~102 Hz, 粒子 2 的细化频段为 52~72 Hz, 谱分辨率为 0.1 Hz, 结果如图 11.

$40 \mu\text{m}$ 粒子 1 的频域极小值位置为 7619.5 Hz , 图 11(a) $f_{\text{CZT}} = 91.27 \text{ Hz}$, 代入式(5), 得 $f_{\text{测}} = 7605.02 \text{ Hz}$, 相对误差 0.19%. 由式(4), 得检测粒径为 $40.0764 \mu\text{m}$, 相对误差 0.19%.

同理, 对于 $60 \mu\text{m}$ 粒子 2, 图 11(a) $f_{\text{CZT}} = 60.99 \text{ Hz}$, 相当于 $f_{\text{测}} = 4999.46 \text{ Hz}$, 与理论值 5081.96 Hz 的相对误差为 0.05%. 求得检测粒径 $59.9733 \mu\text{m}$, 相对误差 0.05%.

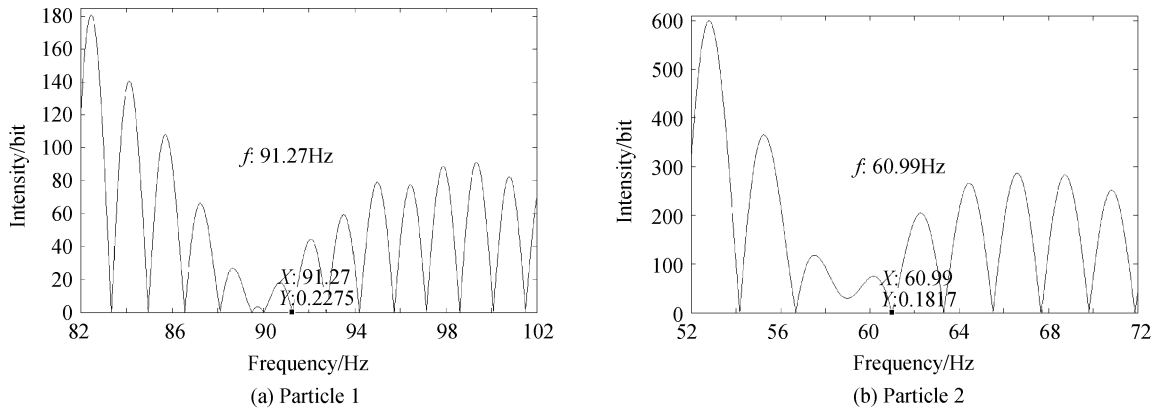


图 11 图 9 的线性啁啾变换局部频谱细化
Fig. 11 CZT spectrum of Fig. 9

为了验证上述两种方法的普遍性,在波长 λ 及噪音强度不变的情况下,仿真颗粒选取粒径 a 为 $15 \mu\text{m}$ 至 $50 \mu\text{m}$ 之间的 8 个样本,并在记录距离 z

为 5 cm 、 10 cm 、 15 cm 的情况下,分别由空域法和频域法计算粒径. 以下图表所示是检测的结果.

空域法的颗粒粒径检测结果由表 1 和图 12.

表 1 空域法的颗粒粒径检测结果

Table 1 Results of particle radius $a(\mu\text{m})$ by spatial-domain method

$a/\mu\text{m}$	15	20	25	30	35	40	45	50
$z=5 \text{ cm}$	14.825 3	19.826 7	25.317 1	29.386	34.644 5	39.181 3	44.476	50.634 3
$z=10 \text{ cm}$	14.960 1	20.129 8	25.028 3	30.056 9	34.644 5	40.632 4	44.778 6	49.1228
$z=15 \text{ cm}$	15.143 7	19.906 6	24.808 2	29.829 8	35.389 5	40.137	44.677 3	50.120 2

图 12 是表 1 中数据与其仿真标称值的相对误差表. 频域法的颗粒粒径检测结果见表 2 和图 13.

表 2 频域法的颗粒粒径检测结果

Table 2 Results of particle radius $a(\mu\text{m})$ by frequency-domain method

$a/\mu\text{m}$	15	20	25	30	35	40	45	50
$z=5 \text{ cm}$	14.972 5	20.021 6	25.295 8	29.932 7	35.204 7	40.687 1	44.347 4	50.689 7
$z=10 \text{ cm}$	14.887 1	20.097 6	24.933 7	30.006 3	35.374	40.221 8	44.444 4	49.0318
$z=15 \text{ cm}$	14.917 5	20.153 1	24.748 1	30.006 3	34.836	40.489	45.836 7	49.362 6

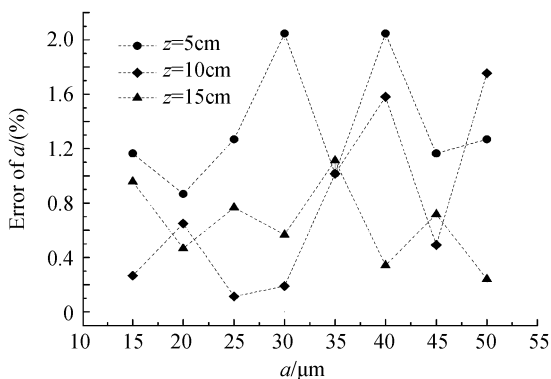


图 12 空域法求粒径相对误差
Fig. 12 Relative error of a by spatial-domain method

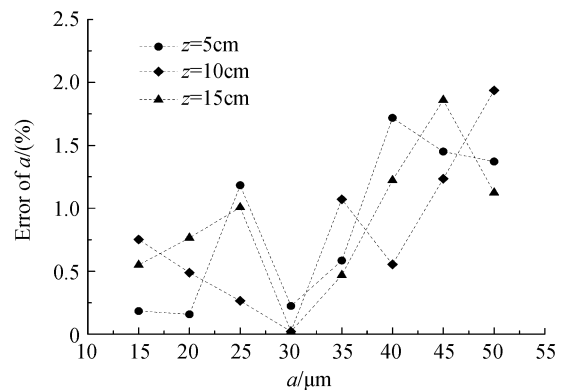


图 13 频域法求粒径误差
Fig. 13 Relative error of a by frequency-domain method

图 13 是表 2 中数据与颗粒标称值的相对误差表.

由上可见,对于仿真测试的颗粒样本,空/频法的测量误差分布在 2.5% 以内. 空域法的测量准确度取决于扫描得到的光强分布曲线,及 CCD 像素大小. 而空域法的测量准确度,则取决于光强分布曲线,细化频段及谱分辨率.

需要指出的是,本文方法存在若干点不足. 首先,方法假定记录距离已知,故不能解决粒子在焦与否的判定;其次,对于粒子间衍射环发生交叠的情况,由于未就此做仔细讨论,方法的适应性未知. 经简单测试,现程序未能有效分离出交叠粒子的极小值位置,故在原理和程序算法方面有待改进. 再者,因小粒子光强分布的第一极小值位置远离粒子中

心,造成检测耗时的倍增,且此时各粒子衍射环交叠的可能性增大,误检测或检测失败的机率也增大。以上不足,列入课题组今后的工作计划。综上所述,兼顾准确度和效率,本文方法较适用于粒径在三四十微米以上,粒子间相距较远的大粒子检测。

4 结论

本文结合粒子全息图的图样特点,提出基于霍夫变换和线性啁啾变换的粒子全息图分析方法。通过准确计算出光强分布曲线的空/频域中第一个极小值位置,来求解颗粒粒径大小,模拟结果表明,当粒子间距较远时,方法相对误差小于 2.5%。本文方法可作为粒子全息图测量的另一种参考。

参考文献

- [1] XU Yuan-qiang, WANG Yu-rong, DING Hai-sheng, *et al.* Segmentation identification and independent focus for digital in-line holography of particle fields [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(5): 881-887.
徐元强,王玉荣,丁海生,等. 数字同轴全息颗粒场检测中的颗粒分割识别与独立聚焦[J]. 光子学报, 2010, **39**(5): 881-887.
- [2] ZHU Bang-he, ZHAO Hai-fa, LIU Shu-tian. Three-dimensional transparent objects recognition based on the digital holography and fractional correlator [J]. *Optik*, 2002, **113**(5): 209-212.
- [3] EMMANOUIL Darakis, TASLIMA Khanam, ARVIND Rajendran. Microparticle characterization using digital holography [J]. *Chemical Engineering Science* 2010, **65**(2): 1037-1044.
- [4] LÜ Qie-ni, GE Bao-zhen, ZHANG Yi-mo. An experimental method of eliminating zero-order diffraction in digital off-axis holograph [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8): 1014-1017.
吕且妮,葛宝臻,张以谟. 一种消除数字离轴全息零级像的实验方法[J]. 光子学报, 2004, **33**(8): 1014-1017.
- [5] MEHMET Tankut Ozgen. Object reconstruction from in-line Fresnel holograms without explicit depth focusing [J]. *Opt Eng*, 2004, **43**(6): 1300-1310.
- [6] SHIGERU Murata, NORIFUMI Yasuda. Potential of digital holography in particle measurement [J]. *Opt & Laser Tech*, 2000, **32**(7-8): 567-574.
- [7] KEISHI Nishihara, SACHIKO Hatano, KUNIHITO Nagayama. New method of obtaining particle diameter by the fast Fourier transform pattern of the in-line hologram [J]. *Opt Eng*, 1997, **36**(9): 2429-2439.
- [8] SOONTARANON S, WIDJAJA J, ASAKURA T. Extraction of object position from in-line holograms by using single wavelet coefficient [J]. *Opt Commun*, 2008, **281**(6): 1461-1467.
- [9] WIDJAJA J, SOONTARANON S. All wavelet analysis of in-line particle holograms [J]. *Opt Lasers Eng*, 2009, **47**(12): 1325-1333.
- [10] ONURAL L, ÖZGEN M T. Extraction of three-dimensional object-location information directly from in-line holograms using Wigner analysis [J]. *J Opt Soc Am A*, 1992, **9**(2): 252-260.
- [11] LÜ Qie-ni, GAO Yan, GE Bao-zhen, *et al.* Digital holographic particle sizing with hough transform [J]. *Chinese J Lasers*, 2009, **36**(4): 940-944.
吕且妮,高岩,葛宝臻,等. 基于霍夫变换的数字全息粒子尺寸测量 [J]. 中国激光, 2009, **36**(4): 940-944.
- [12] ORAZIO T D, GUARAGNELLAB C, LEOA M. A new algorithm for ball recognition using circle Hough transform and neural classifier [J]. *Pattern recognition*, 2004, **37**(3): 393-408.
- [13] QIAO Nao-sheng, YE Yu-tang, MO Chun-hua, *et al.* Method for nonuniform illumination ecdysis emendation and thresholding segmentation in PCB photoelectricity image [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(11): 2999-3003.
乔闹生,叶玉堂,莫春华,等. 光电图像光照不均蜕化的校正及阈值分割方法 [J]. 光子学报, 2009, **38**(11): 2999-3003.
- [14] JONES D L. Chirp-z transform [EB/OL]. [2004-6-21]. <http://cnx.org/content/m12013/latest/>

Analysis of Particle Holograms Based on Hough Transform and Linear Chirp Transform

CEN Yu-ting, KUANG Sheng-ping, ZHAO Xiao-juan, HAN Peng

(School of Physics and Telecommunications Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: A method on particles holograms analysis was proposed based on Hough transform and linear chirp transform. Particles sizes were calculated using the position of minimum point in space domain and frequency domain. After pretreatment of noise reduction filtering and edge detection to the holograms, string midpoint Hough transform was used to detect the center position of the particles, and the intensity distribution curve was described according to the cumulative normalized gray value of each circumference. Light intensity signal is applied to Fourier transform, combined with linear chirp transform for local spectral amplification, and then the accurate position of first minimum point in frequency domain can be known. Finally the particle sizes can be resolved by the obtained position in space and frequency domain. In terms of further particle spacing of particle holograms, numerical simulation results show that the method error were 2.5% or less.

Key words: Digital holography; Particles size measurement; Hough transform; Linear chirp transform