

文章编号:1004-4213(2011)10-1586-4

液体中光击穿所激发声场的理论研究

高立民, 曹辉

(陕西师范大学 应用声学研究所陕西省超声学重点实验室, 西安 710062)

摘 要:以液体中光击穿所激发声场为研究对象,在等离子体椭球模型的基础上,为方便理论计算,简化等离子体椭球模型,提出了等离子体椭圆盘模型,对光击穿所激发声场进行了理论研究.得到了等离子体椭圆盘辐射声场的声压规律,并利用椭圆坐标变换,依据马修函数特性和模态的正交性,求得了等离子体椭圆盘振动位移的解析表达式.

关键词:光击穿;辐射声场;等离子体椭圆盘;声压;振动位移

中图分类号:O426.3;TN249

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20114010.1586

0 引言

激光与液体相互作用能够在液体介质中激发出声波,这种产生声源的方式称为光声源.激光与液体相互作用激发声波的机理很多,由激光束照射区域的能量密度不同,主要分为热膨胀机制、汽化机制和光击穿机制^[1-3],其中光声转换效率最高的是光击穿机制^[4].近年来,激光声在水声方面的应用尤其是海洋开发和国防的应用一直受到人们的关注,传统声源必须浸没在水中产生声波,声源的位置有一定的局限性^[5],而激光可以从空中远距离激发声波,便于控制光声源的位置.同时,利用液体中光击穿技术探测具有明显的优点:光声转换效率高,可激发高声源级、强脉冲的声波,声脉冲窄、频带宽,频谱可调,适用范围广,在空间和时间上都具有极高的分辨率.因此液体中光击穿技术具有重要的工程应用前景^[6-8].

研究液体中光击穿所激发声场的特性,对实际应用具有重要的意义^[9].本文在等离子体椭球模型^[10]的基础上,为方便理论计算,简化处理,提出了等离子体椭圆盘模型.通过该模型的建立,得到等离子体椭圆盘辐射声场的声压规律和等离子体椭圆盘振动位移的解析表达式,为液体中光击穿的研究提供了一定的理论基础.

1 等离子体椭圆盘模型

当液体中发生光击穿时,由空间能量的传播特性,在光击穿区形成了多个相同的等离子体脉冲球

源,由这样一系列脉冲球源组合就形成了一个等离子体椭球.为方便理论计算,等离子体椭球可简化为等离子体椭圆盘,如图 1,椭圆盘的半长轴 $a=L/2$, L 为光击穿长度,半短轴 b ,椭圆盘的厚度等于脉冲球源的直径 D_0 .

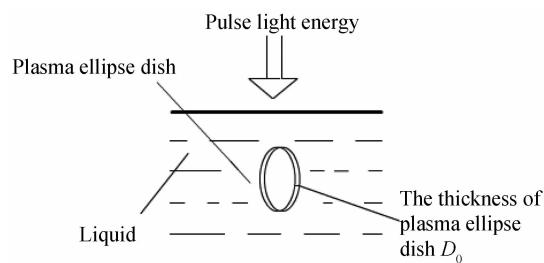


图 1 等离子体椭圆盘模型

Fig. 1 Plasma elliptical dish model

2 等离子体椭圆盘辐射声场的声压规律

2.1 辐射声场的声压计算

图 2 中的椭圆盘是图 1 中椭圆盘的特写,图中

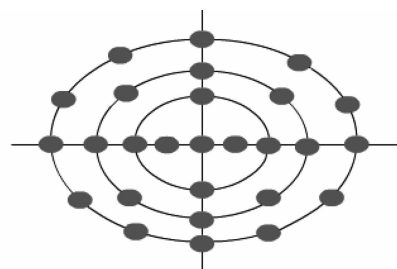


图 2 椭圆盘示意图

Fig. 2 Schematic diagram of elliptical disc

基金项目:国家自然科学基金(No. 11074159)、陕西师范大学研究生培养创新基金(No. 2010CXSO26)和陕西师范大学重点科研项目(液体中光击穿产生声波效应的研究)资助

第一作者:高立民(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为光声方向. Email: gaoliminlunwen@163.com

导师(通讯作者):曹辉(1969-),男,副教授,主要研究方向为光声效应和超声换能器. Email: caohui@snnu.edu.cn.

收稿日期:2011-04-30; **修回日期:**2011-06-02

大椭圆上的每个小球代表一个等离子体脉冲球源,椭圆盘的厚度等于脉冲球源直径 D_0 .

计算各个点源的振动传到观察点 p 处的相位差. 在以椭圆盘中心为球心, r 为半径的球面上讨论辐射声场的声压, 如图 3. 图 3 中, 坐标原点 o 定在椭圆盘的中心处, 以椭圆盘所在的平面为 xoy 平面, $P(x_p, y_p, z_p)$ ($x_p = r \sin \varphi \cos \theta$, $y_p = r \sin \varphi \sin \theta$, $z_p = r \cos \varphi$) 为观察点, $Q_i(x_i, y_i)$ 为等离子体椭圆盘上的一个振源.

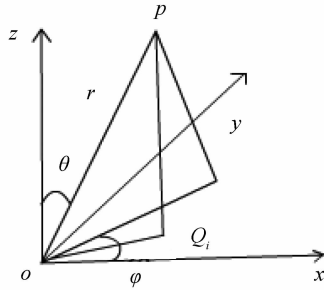


图 3 声压计算原理

Fig. 3 Schematic diagram of sound pressure terms

因为 $|OQ_i| \ll r$, 所以 $\angle OPQ_i \approx 0^\circ$, 则 Q_i 处振源的振动相对于 o 点处振源的振动传到观察点 p 的相位差 ε_i 为

$$\varepsilon_i = \frac{2\pi}{\lambda}(x_{Q_i} \sin \varphi \cos \theta + y_{Q_i} \sin \varphi \sin \theta) \quad (1)$$

假设仅由等离子体椭圆盘中心 o 处振源产生的声波传到观察点 p 引起 p 点的振动方程为

$$p_o(t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t) \quad (2)$$

式中, $\left| \frac{A_0}{r} \right|$ 是椭圆盘中心 o 处振源在距其 r 的位置产生声波的振幅.

若 Q_i 处振源和 o 处振源是同相位振动, 则由等离子体椭圆盘上的一个振源 Q_i 产生的声波传到观察点 p 引起 p 点的振动方程为

$$p_i(t) = \frac{A_i}{r_i} \cos(\omega t + \varepsilon_i) \quad (3)$$

式中, r_i 是 Q_i 到观察点 p 的距离 $|Q_i P|$, $\left| \frac{A_i}{r_i} \right|$ 为椭圆盘上 Q_i 处振源在距其 r_i 的位置产生声波的振幅.

若等离子体椭圆盘中含有 $(N_0 + 1)$ 个脉冲球源, 则在观察点 p 处的振动方程为

$$P(t) = \sum_{i=0}^{N_0} \frac{A_i}{r_i} \cos(\omega t + \varepsilon_i) \quad (4)$$

对于 $L \ll r$ 的远场, 椭圆盘上的各个脉冲球源传到观测点 p 的声波, 距离近似相等, 即式(4)中振幅部分的 r_i 可近似地用椭圆盘中心到观测点 p 的距离 r 来代替, 则式(4)可以简化为

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^{N_0} A_i \cos(\omega t + \varepsilon_i)}{r} \quad (5)$$

由于 $\varepsilon_0 = 0$, 所以式(5)可简化为

$$P(t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

式中:

$$A = \sqrt{\left| \sum_{i=0}^{N_0} A_i \cos \varepsilon_i \right|^2 + \left| \sum_{i=0}^{N_0} A_i \sin \varepsilon_i \right|^2} \quad (7)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\left| \sum_{i=0}^{N_0} A_i \sin \varepsilon_i \right|}{\left| \sum_{i=0}^{N_0} A_i \cos \varepsilon_i \right|} \quad (8)$$

2.2 辐射声场的声压规律

根据等离子体椭圆盘模型, 由式(6)得到液体中光击穿所激发声场的声压变化规律如图 4.

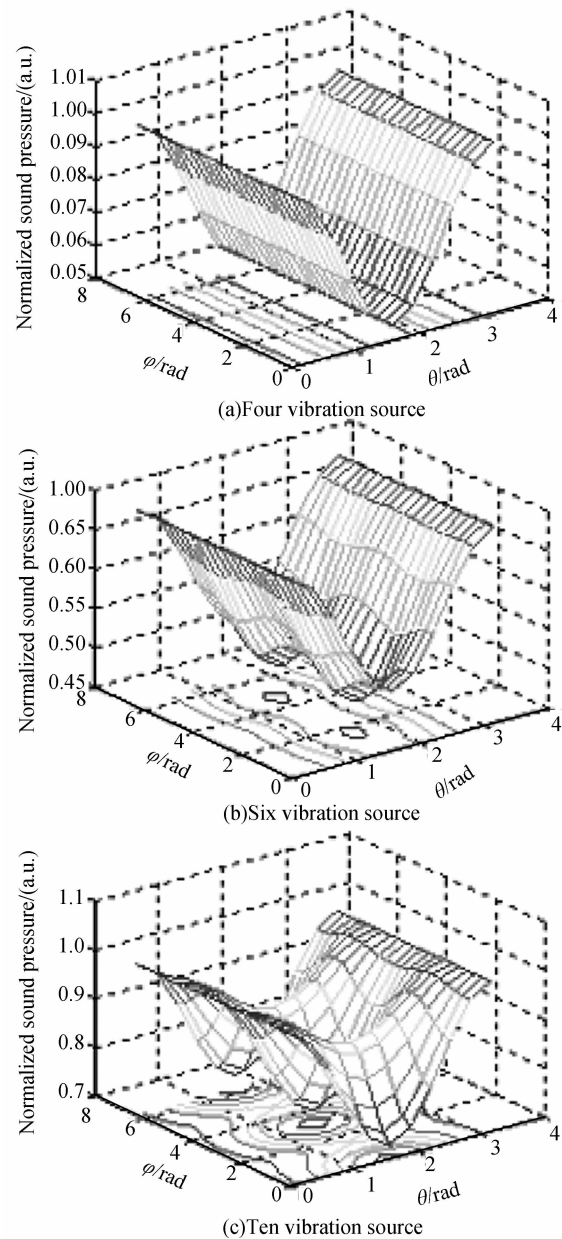


图 4 声压变化规律

Fig. 4 The law of sound pressure

由图4可以得到:

1) 当振源个数较少, 在角度 θ 为定值时, 声压曲线是一条直线, 声压值的大小相同, 随着 θ 角度的增大声压先减小后增加, 在 $\frac{\pi}{2}$ 附近, 出现极小值; 在角度 φ 为定值时, 声压变化梯度先变大后变小.

2) 当振源个数较多时, 声压出现非线性的变化特性, 有极峰的出现, 在极峰端出现不规则的圆形的等声压曲线.

3 等离子体椭圆盘的简正频率和振动位移

3.1 理论分析

由于振动也可以产生声波, 所以可以用经典理论来处理, 把等离子体椭圆盘的运动看成是弹性体振动, 并认为这个过程是绝热的. 由于椭圆盘的厚度 D_0 远小于椭圆盘的表面尺寸即 $h \ll a, b$, 所以可以把椭圆盘看成椭圆形的薄板, 在这里椭圆薄板的长、短半轴分别为 a, b , 板的均匀厚度为 $h = D_0$.

根据弹性力学原理, 可以得到二维的薄板的振动方程为

$$\frac{ED_0^2}{48\rho(1-\delta^2)} \nabla^4 \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

式中 $\zeta(t, x, y)$ 代表板的中心面上任何一点在垂直方向的位移, E 为等离子体椭圆板的弹性模量, δ 为泊松比, $\rho = N_i M_i + N_e M_e + N_n M_n$, M_x 分别为等离子体中粒子(离子、电子、中性原子 $x = i, e, n$) 质量, N_x 分别为终态粒子密度.

3.2 简正频率和振动位移的表达式

引进椭圆坐标变换:

$$x = \gamma \cosh \xi \cos \eta; y = \gamma \sin h \xi \sin \eta \quad (10)$$

式中 $\gamma = \sqrt{a^2 - b^2}$. 此时椭圆周边方程变为 $\xi = \xi_0$ 且 $\xi_0 = \operatorname{arctanh}(b/a)$, 另外, (ξ, η) 为正交坐标系.

采用分离变量法, 借助马修函数, 由式(9)可得等离子体椭圆盘的振动位移表达式为

$$\begin{aligned} \zeta(t, \xi, \eta) = & (E_n c e_n(\eta, q) C e_n(\xi, q) + \\ & F_n s e_n(\eta, q) S e_n(\xi, q) + G_n c e_n(\eta, \bar{q}) \cdot \\ & C e_n(\xi, \bar{q}) + J_n s e_n(\eta, \bar{q}) \cdot \\ & S e_n(\xi, \bar{q})) e^{i(\omega + \varphi_0)t} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (11) \end{aligned}$$

式中: $q = \sqrt{\frac{12\omega^2 \rho(1-\delta^2)}{D_0^2 E}}$, $\bar{q} = -q$; $c e_n(\xi, q)$, $s e_n(\xi, q)$ 称为第一类的 n 阶马修函数; $C e_n(\xi, q)$, $S e_n(\xi, q)$ 称为修正的马修函数.

由于 E_n, F_n, G_n, J_n 为任意常量, 所以式(11)有两种组合解.

1) 当 $F_n = J_n = 0$

根据边界条件

$$\begin{cases} u(\xi_0, \eta) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi_0, \eta) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

解式(12)可得 $(q_{n_1})_a, (q_{n_2})_a, \dots$ 再由关系式, q

$$= \sqrt{\frac{12\omega^2 \rho(1-\delta^2)}{D_0^2 E}}, \text{ 即可确定相应的固有频率为}$$

$$(\omega_{nm})_a = \sqrt{\frac{(q_{mn})_a^2 D_0^2 E}{12\rho(1-\delta^2)}} \quad (m=1, 2, \dots) \quad (13)$$

设初始条件: $\zeta(0, \xi, \eta) = f_0(\xi, \eta)$; 考虑到:

$\dot{\zeta}|_{t=0} = 0$ 所以: $\varphi_0 = 0$, 利用算子, 结合方程的正交条件, 可得

$$\begin{aligned} E_{nm} = & \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} f_0(\xi, \eta) C e_n(\xi, q_{nm}) c e_n(\eta, q_{nm}) (\cosh 2\xi - \right. \\ & \left. \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] / \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} C e_n^2(\xi, q_{nm}) c e_n^2(\eta, q_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{nm} = & \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} f_0(\xi, \eta) C e_n(\xi, \bar{q}_{nm}) c e_n(\eta, \bar{q}_{nm}) (\cosh 2\xi - \right. \\ & \left. \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] / \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} C e_n^2(\xi, \bar{q}_{nm}) c e_n^2(\eta, \bar{q}_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] \quad (15) \end{aligned}$$

所以, 等离子体椭圆盘的振动位移表达式为

$$\zeta(t, \xi, \eta) = [E_{nm} c e_n(\eta, q_{nm}) C e_n(\xi, q_{nm}) + G_{nm} c e_n(\eta, \bar{q}_{nm}) C e_n(\xi, \bar{q}_{nm})] e^{i(\omega_{nm})_a t} \quad (16)$$

2) 当 $E_n = G_n = 0$

同理, 可以解出

$$(\omega_{nm})_b = \sqrt{\frac{(q_{nm})_b^2 D_0^2 E}{12\rho(1-\delta^2)}} \quad m=1, 2, \dots \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_{nm} = & \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} f_0(\xi, \eta) S e_n(\xi, q_{nm}) s e_n(\eta, q_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] / \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} S e_n^2(\xi, q_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. s e_n^2(\eta, q_{nm}) (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{nm} = & \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} f_0(\xi, \eta) S e_n(\xi, \bar{q}_{nm}) s e_n(\eta, \bar{q}_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] / \left[\int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} S e_n^2(\xi, \bar{q}_{nm}) \cdot \right. \\ & \left. s e_n^2(\eta, \bar{q}_{nm}) (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) d\eta d\xi \right] \quad (19) \end{aligned}$$

所以, 等离子体椭圆盘的振动位移表达式为

$$\zeta(t, \xi, \eta) = (F_{nm} s e_n(\eta, q_{nm}) S e_n(\xi, q_{nm}) + J_{nm} s e_n(\eta, \bar{q}_{nm}) S e_n(\xi, \bar{q}_{nm})) e^{i(\omega_{nm})_b t} \quad (20)$$

4 结论

本文通过简化等离子体椭球模型, 提出了等离子体椭圆盘模型, 运用声学基础理论, 对液体中光击穿所激发声场进行了理论研究, 根据此模型, 得到等离子体椭圆盘辐射声场的声压规律, 并利用椭圆坐

标变换,依据马修函数特性和模态的正交性,求得了等离子体椭圆盘振动位移的解析表达式,为液体中光击穿的研究提供了一定的理论基础。

参考文献

- [1] LI Ming, ZHANG Hong-chao. Physical analyses of optical breakdown and plasma formation in water induced by water [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(8):1610-1614.
李明,张宏超.激光导致水击穿和等离子体形成过程的物理分析[J]. *光子学报*, 2005, **34**(11):1610-1614.
- [2] OSTROVSKAYA G V. Efficiency of optical-to-acoustic energy conversion upon the interaction of a pulsed laser radiation with a liquid[J]. *Tech Phys*, 2002, **47**(10):1299-1305.
- [3] ZONG Si-guang, WANG Jiang-an, JIANG Xing-zhou, et al. Experiment investigation of characters of Bubble impulsion by optical breakdown [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(6):1543-1547.
宗思光,王江安,蒋兴舟,等.水中激光击穿空泡的高速摄影研究[J]. *光子学报*, 2009, **38**(6):1543—1547.
- [4] CAO Hui, SHANG Zhi-yuan. The research of optical breakdown threshold in liquid [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(4):438-440.
曹辉,尚志远.液体光击穿阈值的研究[J]. *光子学报*, 2002, **31**(4):438—440.
- [5] LIU Zhi-zhong, JIANG Chao-yu. Development of the ships sonar technology [J]. *Ship Electronic Engineering*, 2011, **31**(1):20-23.
柳志忠,姜朝宇.舰艇声纳技术的发展[J]. *舰船电子工程*, 2011, **31**(1):20-23.
- [6] CAO Hui, GAO Li-min, Research on Sound fields generated by laser-induced liquid breakdown[J]. *Optica Applicata*, 2010, **40**(4):897-907.
- [7] LI Rong-fu. Laser-acoustic remote sensing technique [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003:20-40.
李荣福,崔桂华,田作喜等.激光声遥感技术[M].北京:国防工业出版社,2003:20-40.
- [8] TIAN Zuo-xi. Application design of the laser employed in laser-acoustic remote sensing technique [J]. *Laser & Infrared*, 2010, **40**(8):839-842.
田作喜.激光声遥感技术中激光器的应用设计[J]. *激光与红外*, 2010, **40**(8):839-842.
- [9] LI Sheng-yong, ZHU Qiang-hua, ZHAO Rui, et al. Properties of laser-induced cavitation bubble sound waves in viscous fluid [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8):2082-2086.
李胜勇,朱强华,赵瑞,等.粘性液体中激光空泡辐射声波的特性研究[J]. *光子学报*, 2009, **38**(8):2082-2085.
- [10] GAO Li-min, CAO Hui, GUO Jian-zhong. Directivity of sound radiating field generated by laser-induced liquid breakdown. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(8):1447-1480.
高立民,曹辉,郭建中.液体中光击穿所激发声场的方向性研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(8):1447-1480.

Sound Fields Generated by Laser-induced Liquid Breakdown

GAO Li-min, CAO Hui

(Applied Acoustics Institute, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract: The sound field excited by laser-induced liquid breakdown is studied using fundamental theories of acoustics. Based on plasma ellipsoid model, a plasma elliptical disk model is proposed to simplify the processing and theoretical calculations. Via putting forward the plasma elliptical dish model, the law of sound pressure and a plasma elliptical dish vibration analytical expression of displacement are obtained, which provide certain theoretical basis to optical breakdown in liquid.

Key words: Optical breakdown; Radial acoustic field; Plasma elliptical dish; Sound pressure; Vibration displacement