

文章编号:1004-4213(2010)09-1697-5

复轮廓波包的构造及其图像去噪应用*

王咏胜,付永庆

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要:一般的轮廓波变换只对信号的低频部分进行分解,却忽略了信号的高频部分,因而丢失了丰富的细节和纹理信息,为了克服这种缺陷,本文利用解析的双树复小波包变换和非抽样方向滤波器组,构造了复轮廓波包变换,并提出一种基于相邻系数阈值分类的复轮廓波包图像去噪算法.新的变换除了具有多分辨率、局部性、多方向性和各向异性的特点外,还具有平移不变性和更丰富的方向分量.仿真试验结果表明,构造的复轮廓波包变换能够有效地抑制伪 Gibbs 现象,并且保护更多的边缘和纹理等细节,其 PSNR 值和视觉质量均优于一般的去噪方法.

关键词:图像去噪;复轮廓波包变换;双树复小波包;非抽样方向滤波器组

中图分类号:TP391

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103909.1697

0 引言

轮廓波变换是继小波变换之后出现的一种新的图像处理工具,它不仅具有多分辨率分析和时频局部性的特点,还具有高度的方向性和各向异性^[1-2].与小波变换相比,轮廓波变换是一种真正的二维图像稀疏表示方法,它能沿着图像的轮廓边缘用最少的系数表示曲线,因此在描述图像时能够更好地表现边缘和纹理信息.原始的轮廓波变换缺乏平移不变性,在图像去噪等应用中有一定的局限性,于是研究者纷纷提出了改进的轮廓波变换. Esлами R 和 Radha H 首先提出了平移不变的轮廓波变换^[3],然后又构造了基于小波的轮廓波变换并应用于图像编码^[4]; Cunha 等设计了非抽样方向滤波器组并提出一种非抽样轮廓波变换^[5].但是这些方法只对信号的低频部分进行分解,却忽略了信号的高频部分,因而丢失了丰富的图像细节和纹理信息.在上述研究的基础上,借鉴复小波包的思想,本文构造了复轮廓波包变换,并提出一种基于相邻系数阈值分类的复轮廓波包变换图像去噪算法.试验结果表明,新的变换具有平移不变性,并且包含了更丰富的方向分量,因此在图像去噪中能够有效地抑制伪 Gibbs 现象,较好地表现图像细节,其峰值信噪比 PSNR 和视觉效果均优于已有的方法.

1 复轮廓波包变换

本文构造的复轮廓波包变换分两个阶段:首先利用双树复小波包对信号进行多分辨率分解,然后对得到的每个子带(包括高频子带与低频子带)应用非抽样方向滤波器组进行滤波,以捕获方向信息.

1.1 双树复小波包变换

双树复小波(Dual-tree Complex Wavelet)的概念首先由 Kingsbury 提出, Jalobeanu A 等人将其扩展为双树复小波包变换(Dual-tree Complex Wavelet Packets Transform, DT-CWPT)^[7],但是这种通过四叉树算法(quad-tree)实现的复小波包变换不是解析的,并不完全具有所期望的特性,因此本文采用 Bayram I 和 Selesnick I W 提出的一种具有解析性的 DT-CWPT^[8]来构造复轮廓波包变换.这种方案实现的 DT-CWPT,由两个平行的小波包滤波器组组成.为了构造双树复小波包,每个子带需要利用低通或高通完全重构滤波器组多次分解,而选择的完全重构滤波器组应使第二个小波包滤波器组的每个分支的响应是第一个小波包滤波器组对应分支响应的离散 Hilbert 变换,则 DT-CWPT 的每个子带将是解析的.这里用到以下定理:

设一个给定的滤波器 $g(n)$ 是另一个滤波器 $h(n)$ 的离散 Hilbert 变换,即

$$G(e^{j\omega}) = j \operatorname{sgn}(\omega) H(e^{j\omega}), |\omega| < \pi \quad (1)$$

则当 $g(n)$ 与某个序列 $c(n)$ 进行卷积时,有

$$G(e^{j\omega})C(e^{j\omega}) = j \operatorname{sgn}(\omega) (H(e^{j\omega})C(e^{j\omega})), |\omega| < \pi \quad (2)$$

该定理说明,如果 $g(n)$ 和 $h(n)$ 是一个离散 Hilbert 变换对,则 $g(n) * c(n)$ 和 $h(n) * c(n)$ 也构成离散

* 国家自然科学基金(60772025)和 水下智能机器人技术国防科技重点实验室基金(200736)资助

Tel: 0451-82543835

Email: heu_wys@yahoo. cn

收稿日期: 2008-11-26

修回日期: 2009-02-09

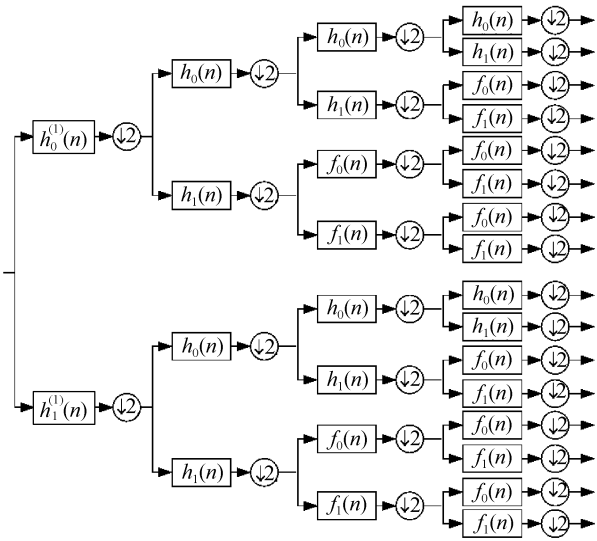


图 1 四层 DT-CWPT 分解的第一个小波包滤波器组
Fig. 1 First wavelet packet FB of a four-stage DT-CWPT Hilbert 变换对, 因此离散 Hilbert 变换可看作一个线性时不变 (Linear Time-Invariant, LTI) 系统.

图 1 描述了四层 DT-CWPT 分解的第一个小波包滤波器组, 第二个小波包滤波器组可以通过 $h_i^{(1)}(n-1)$ 代替 $h_i^{(1)}(n)$ 以及用 $g_i(n)$ 代替 $h_i(n)$, $i \in \{0, 1\}$ 获得, 而滤波器 $f_i(n)$ 在两个小波包滤波器组中则是相同的. 这两个小波包滤波器组分别表示双树复小波包的实部和虚部, 共同实现对信号的双树复小波包变换. 图 2 给出了几种变换的频率响应的比较, 其中图 2(d) 显示了四层 DT-CWPT 的频率响应, 可以看出, 这种 DT-CWPT 是近似解析的. 同时

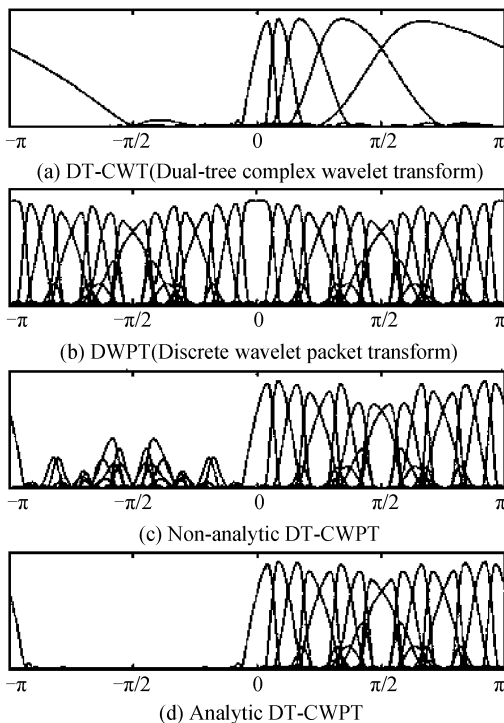


图 2 频率响应分析
Fig. 2 Analysis of different frequency response

DT-CWPT 也具有平移不变性和完全重构性, 并且由于对信号的低频部分和 高频部分都进行了多尺度分解, 因而能够较好地表现丰富的细节和纹理信息.

1.2 非抽样方向滤波器组

非抽样方向滤波器组 (Nonsubsampled Directional Filter Banks, NSDFB) 是一组频响特性为扇形的双通道非抽样滤波器组. 图 3(a) 描述了两级树结构的四通道 NSDFB 的分解结构, 其第一级是双通道扇形滤波器组, 第二级的滤波器 $U_0(z^2)$ 、 $U_1(z^2)$ 通过对第一级的扇形滤波器 $U_0(z)$ 、 $U_1(z)$ 上抽样得到, 并具有方格形频域支撑, 两级滤波器结合起来实现四个方向的频率分解. 更进一步的方向分解可以采用类似的方法得到. 非抽样方向滤波器组的具体构造可参考文献 [5]. 图 3(b) 为相应的 NSDFB 频域分解. NSDFB 消除了方向滤波器组 (Directional Filter Banks, DFB) 中的上抽样与下抽样过程, 因而获得了平移不变性的方向扩展.

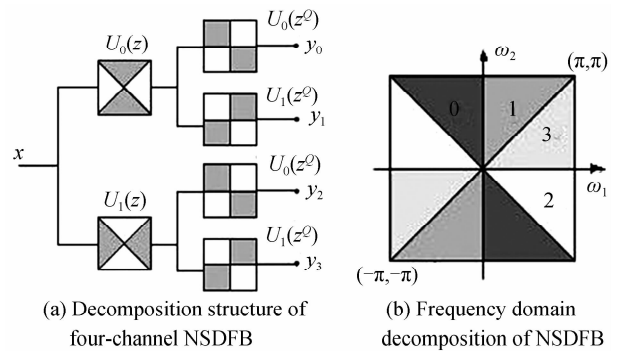


图 3 由双通道扇形滤波器组构造的四通道 NSDFB
Fig. 3 Four-channel NSDFB constructed with two-channel fan filter banks

1.3 复轮廓波包变换的构造

将双树复小波包变换与非抽样方向滤波器组结合起来, 可以得到本文构造的复轮廓波包变换 (Complex Contourlet Packet Transform, CCPT), 其实现分为两个阶段: 第一步, 利用双树复小波包变换对输入信号进行多分辨率分解, 在尺度为 2^j 的细节子空间 W_j 形成一个双树结构, 产生相应的方向子带, 每个子带有两个小波, 分别为小波系数的实部和虚部, 由 $v \in \{1, 2\}$ 指定; 第二步, 利用 NSDFB 进行多方向分解, 对每个细节子空间 W_j 应用 l_j 级 NSDFB 分解, 将子带数扩展为 2^{l_j} 个, 其分解公式为

$$\mu_{k,h,u,v}^{i,l_j}(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}^2} g_{k,h}^{i,l_j}[m - S_{k,h}^i n] \gamma_{m,u,v}^i(t) \quad (3)$$

式中 $k=1, \dots, 2^{l_j}$ 为分解方向, $i \in \{1, \dots, 15\}$ 和 $u \in \{1, 2\}$ 表示系数所在的位置, $g_{k,h}^{i,l_j}(m - S_{k,h}^i n)$ 表示合成滤波器的冲激响应, $\gamma_{m,u,v}^i(t)$ 表示双树复小波包分解的方向子带. 图 4 为复轮廓波包变换的一个树结构示意图. 由于双树复小波包变换与非抽样方向滤波

器组都具备平移不变性和完全重构性,因此其组合而成的复轮廓波包变换也是平移不变的,并且能够实现完全重构.

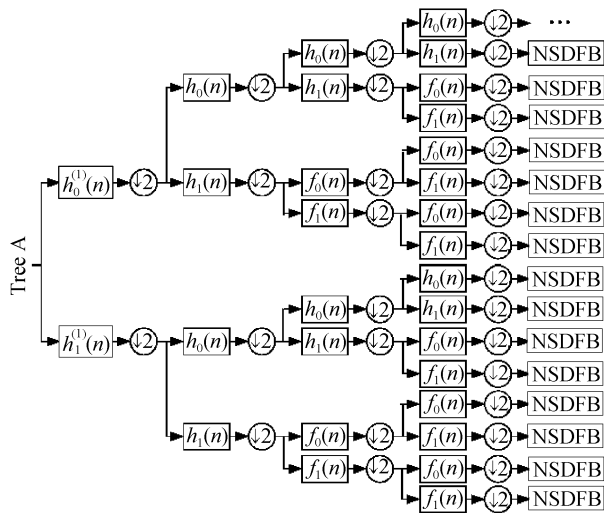


图 4 CCPT 的一个树结构
Fig. 4 A tree framework of CCPT

2 基于复轮廓波包变换的图像去噪算法

CCPT 包含了更丰富的方向分量,因而能够更好地表现细节信息.为了测试 CCPT 的性能,本文将应用于图像去噪.设一幅被噪音污染的图像表示为 $y=f+n$,其中 f 是不含噪音的图像, n 是均值为 0 标准差为 σ_n 的高斯白噪音,对含噪图像 y 进行复轮廓波包变换可以得到

$$\xi = x + \eta \tag{4}$$

式中 ξ 、 x 和 η 分别为 y 、 f 、 n 对应的复轮廓波包变换系数,且 η 仍然是与 n 有相同分布的高斯白噪音,图像去噪的目的就是根据 ξ 得到 x 的估计值 $\hat{x}(\xi)$.

与小波变换一样,图像的轮廓波变换的各级尺度间或尺度内的系数也存在一定的相关性,特别是在边缘轮廓附近相关性更强,而噪音经轮廓波变换后能量均匀分布在各子带上,无明显的相关性.为了利用这种相关性,本文提出一种基于相邻系数阈值分类的去算法.设一个邻域窗 $W(k)$,以当前观察点的变换系数 $\xi(k)$ 为中心,则 $W(k)$ 的能量可以表示为

$$S(k) = \sum_{j \in W(k)} \xi^2(j) \tag{5}$$

由于信号经轮廓波变换之后,其能量主要集中在一些大的变换系数中,而噪音能量却分布于整个变换域内,可以认为,幅值较大的系数主要是信号,幅值较小的系数则很大程度上是噪音,因此对 $\xi(k)$ 按式(6)分类

$$\xi(k) = \begin{cases} \text{Large}, & S(k) > \lambda^2 \\ \text{Small}, & \text{else} \end{cases} \tag{6}$$

式中

$$\lambda = \sigma_n \sqrt{2 \log N} \tag{7}$$

式中 N 表示图像的像素数.

一般来说,能量较小的系数(Small)很可能对应噪音,因此将它们置 0;而能量较大的系数(Large)则对应重要的信号特征,这里利用最小均方误差(MMSE)方法对大的系数做更精确的估计,即令

$$\hat{x}(k) = \frac{\hat{\sigma}^2(k)}{\hat{\sigma}^2(k) + \hat{\sigma}_\eta^2(k)} \xi(k) \tag{8}$$

式中的 $\hat{\sigma}^2(k)$ 、 $\hat{\sigma}_\eta^2(k)$ 分别为复轮廓波包变换后的信号方差与噪音方差的估计.其中 $\hat{\sigma}^2(k)$ 可以采用 Mihcak M K 等人提出的双随机模型算法^[9]进行估计,当这些方差被模型为高度相关的变数时,能够从一个局部相邻区域利用近似的最大似然(Maximum Likelihood, ML)法则计算

$$\hat{\sigma}^2(k) = \underset{\sigma^2 \geq 0}{\operatorname{argmax}} \prod_{j \in W(k)} p(\xi(j) | \sigma^2) = \max \left(0, \frac{1}{M} \sum_{j \in W(k)} \xi^2(j) - \sigma_n^2 \right) \tag{9}$$

式中 M 表示邻域窗 $W(k)$ 中的像素数.将式(6)代入式(10),上式等价于

$$\hat{\sigma}^2(k) = \max \left(0, \frac{S(k)}{M} - \sigma_n^2 \right) \tag{10}$$

而复轮廓波包变换后的噪音标准差可以按下式估计分别估计其实部与虚部

$$\sigma_\eta = \frac{\operatorname{Median}(|\eta(p, q)|)}{0.6745}, \eta(p, q) \in HH_1^R \tag{11}$$

或 HH_1^I

式中 HH_1 表示噪音信号的第一层小波分解得到的高频系数序列.

将求出的估计值 $\hat{x}(\xi)$ 进行复轮廓波包反变换即可得到去噪后的图像.

3 实验结果与分析

本文采用 512×512 的 Lena、Barbara 和 Boats 图像加入均值为 0 标准差为 σ_n 的高斯白噪音分别进行去噪处理,并与小波变换(WT)、轮廓波变换(CT)、双树复小波变换(DT-CWT)、非抽样轮廓波变换(NSCT)和非抽样复轮廓波变换(NSCCT,将 DT-CWT 与非抽样方向滤波器组结合得到)等方法去噪结果做比较.实验中,各种变换均采用三层分解,并且对小波变换和轮廓波变换应用硬阈值法去噪,而对双树复小波变换、非抽样轮廓波变换、非抽样复轮廓波变换和复轮廓波包变换则采用本文提出的算法去噪.图 5 给出了 Barbara 图像去噪结果的局部比较,表 1 则给出了各种方法去噪后的峰值信噪比 PSNR 值的比较.

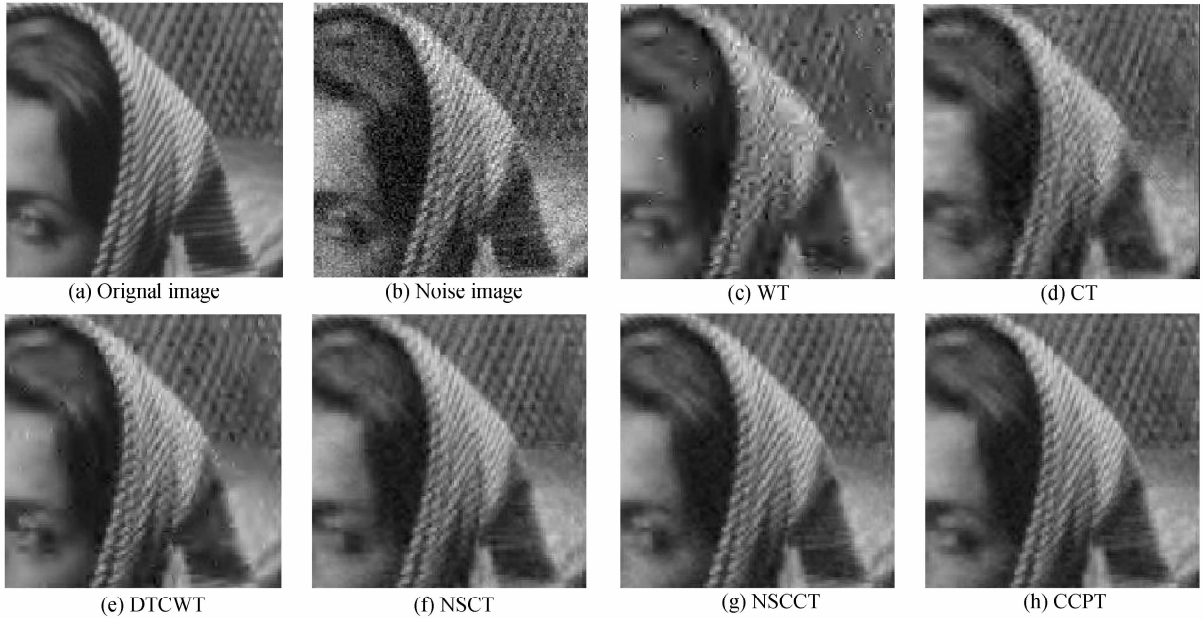
图5 Barbara 图像去噪后的局部比较($\sigma_n=30$)Fig. 5 Small parts comparison of Barbara image denoised by different methods ($\sigma_n=30$)

表1 各种方法去噪后的 PSNR 值

Table 1 PSNR values of different denoising methods

Image	σ_n	PSNR/dB						
		Noisy image	WT	CT	DTCWT	NSCT	NSCCT	CCPT
Lena	20	22.13	28.55	28.94	31.95	32.17	32.49	32.68
	25	20.19	27.34	28.02	31.01	31.22	31.60	31.81
	30	18.61	26.39	27.29	30.14	30.29	30.71	30.95
	35	17.34	25.32	26.51	29.40	29.51	29.95	30.22
	40	16.27	24.71	25.87	28.77	28.98	29.42	29.63
Barbara	20	22.13	25.73	26.42	29.53	30.24	30.93	31.39
	25	20.18	24.72	25.48	28.61	29.21	29.97	30.48
	30	18.61	23.84	24.57	27.74	28.26	29.04	29.56
	35	17.34	22.97	23.79	26.92	27.43	28.19	28.71
	40	16.27	22.26	23.05	26.16	26.69	27.44	27.94
Boats	20	22.13	27.08	27.25	30.44	30.82	31.51	31.92
	25	20.18	26.01	26.29	29.45	29.79	30.56	30.98
	30	18.62	25.15	25.46	28.59	29.01	29.78	30.17
	35	17.34	24.39	24.68	27.83	28.19	28.92	29.39
	40	16.26	23.73	23.97	27.12	27.53	28.15	28.63

从实验数据可以看出,小波变换和轮廓波变换在进行图像的去噪处理时,由于不具有平移不变性而产生了明显的伪 Gibbs 现象,图 5 的细节比较清楚地说明了这一点,而双树复小波变换、非抽样轮廓波变换、非抽样复轮廓波变换与本文构造的复轮廓波包变换均能有效地抑制这种现象.但是本文提出的复轮廓波包变换具有更丰富的方向分量,因此在实际的图像去噪比较中,能够更好地保护图像的边缘和纹理等细节,并且达到更好的去噪效果.表 1 的数据也说明,基于复轮廓波包的图像去噪算法所得到的 PSNR 值比 DTCWT 高 0.73~1.87 dB,比 NSCT 则高 0.51~1.30 dB.另一方面,从实验数据还可以看出,在处理较复杂的 Barbara 图像时,复轮

廓波包变换的效果更好一点,其 PSNR 值比 NSCT 平均高 1.25 dB 左右,形成原因也是 CCPT 高度的方向性.

4 结论

利用具有解析性的双树复小波包变换和非抽样方向滤波器组,本文构造了复轮廓波包变换,并提出一种基于相邻系数阈值分类的复轮廓波包图像去噪算法.新的变换对信号的低频部分和高频部分都进行了分解,因此不仅具有一般轮廓波变换的优点,而且具有平移不变性和更丰富的方向分量.在仿真实验中,该方法能够在去噪过程中有效地抑制伪 Gibbs 现象,更好地保护图像的边缘和纹理等细节.

参考文献

- [1] DO M N. Contourlets and sparse image expansions [C]. *SPIE*, 2003, **5207**: 560-570.
- [2] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091-2106.
- [3] ESLAMI R, RADHA H. Translation-invariant contourlet transform and its application to image denoising [J]. *IEEE Trans on image processing*, 2006, **15**(11): 3362-3374.
- [4] ESLAMI R, RADHA H. Wavelet based contourlet transform and its application to image coding [C]. *International Conference on Image Processing*, Singapore, 2004: 3189-3192.
- [5] CUNHA A L, ZHOU Jian-ping, DO M N. The nonsubsampling contourlet transform: theory, design, and applications [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2006, **10**(15): 3089-3101.
- [6] ZHANG Qiang, GUO Bao-long. Fusion of multifocus images based on the nonsubsampling contourlet transform [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4): 838-843.
- 张强,郭宝龙.一种基于非下采样 Contourlet 变换多聚焦图像融合算法 [J]. *光子学报*, 2008, **37**(4): 838-843.
- [7] JALOBÉANU A, BLANC F L, ZERUBIA J. Satellite image deblurring using complex wavelet packets [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2003, **51**(3): 205-217.
- [8] BAYRAM I, SELESNICK I W. On the dual-tree complex wavelet packet and M-band transforms [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, **56**(6): 2298-2310.
- [9] MIHČAK M K, KOZINTSEV I, RAMCHANDRAN K. Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, **6**(12): 300-303.
- [10] LIU Sheng-peng, FANG Yong. A contourlet domain image denoising method based on mathematical morphology [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(1): 197-201.
- 刘盛鹏,方勇.基于数学形态学的 Contourlet 变换域图像降噪方法 [J]. *光子学报*, 2008, **37**(1): 197-201.

Construction of Complex Contourlet Packet Transform and Its Application to Image Denoising

WANG Yong-sheng, FU Yong-qing

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Considering the normal contourlet transform only decomposed the low frequency coefficients of the signals, and ignored the high frequency coefficients, a novel complex contourlet packet transform is constructed by combining the analytic dual-tree complex wavelet packet transform and nonsubsampling directional filter banks. Then a complex contourlet packet image denoising algorithm based on neighbouring thresholding classification is proposed. The new transform has good characteristics of multiresolution, localization, directionality and anisotropy, as well as translation invariance. Furthermore, it has more abundant direction components. The experimental result shows that the complex contourlet packet transform can restrain Gibbs-like artificial around edges in the course of denoising, and preserve more details and textures of the images efficiently. The PSNR and the visual quality of this algorithm are also superior to the traditional methods.

Key words: Image denoising; Complex contourlet packet transform; Dual-tree complex wavelet packet; Nonsubsampling directional filter bank



WANG Yong-sheng was born in 1976. He is pursuing his Ph. D. degree at Harbin Engineering University, and his research interests focus on multiscale geometric analysis and its application on image processing.