

文章编号:1004-4213(2010)09-1678-4

基于希尔伯特变换的干涉条纹相位解调新算法*

熊六东, 贾书海, 杜艳芬

(西安交通大学 光信息科学与技术系, 西安 710049)

摘要:提出了一种新的应用希尔伯特变换解调干涉条纹相位的算法, 可以从单幅干涉条纹图中解调出全场相位分布. 在实际应用中, 常借助傅里叶变换实现希尔伯特变换算法, 但是会忽略负频率成分, 造成相位信息的丢失. 对于相位分布非单调变化的干涉条纹, 提出了一种判断函数, 用来计算相位信息零频率点的分布. 利用相位的零频率点分布构造了一个二元模板, 使用该模板对本文提出的两次希尔伯特变换法产生的包裹相位图进行修正. 对修正后的包裹相位图进行解包裹处理, 可以得到连续的全场相位分布. 对该方法用计算机模拟进行了验证.

关键词:相位解调; 希尔伯特变换; 干涉条纹; 判断函数

中图分类号: O436

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20103909.1678

0 引言

利用光学干涉原理测量物体的表面形貌、变形、位移和振动等技术具有全场、非接触性和无破坏性等优点. 光学干涉测量法最后都会得到干涉条纹, 需要从干涉条纹图中解调出相位信息. 从干涉条纹图中解调出相位信息的方法主要有相移法^[1-3]和傅里叶变换法^[4-5]. 相移法具有精度高、受背景噪声影响小等特点. 但是相移法至少需要 2 幅以上的干涉条纹图, 采集时间长, 遇到瞬时或动态的情况会受到很大限制. 而且相移法需要精密的相移装置, 相移误差会导致解调结果不理想, 精密的相移往往需要复杂的装置, 从而引起系统成本升高. 傅里叶变换法解调相位分布只需要一幅干涉条纹图, 但是傅里叶变换法在应用于闭合条纹时容易产生相位截断和频谱混叠^[5].

希尔伯特变换广泛应用于数字信号处理技术中. Zweig 等人提出了将希尔伯特变换应用于干涉条纹的相位解调^[6]. Wong 等人提出了一种修正的希尔伯特变换法, 应用于干涉条纹的相位解调, 但是判断相位零频率的分布存在较大的误差^[7].

本文提出了一种新的基于自适应二元模板的希尔伯特变换算法, 可应用于相位分布非单调变化的干涉条纹图. 该方法只需一幅干涉条纹图形, 对干涉

条纹图进行两次希尔伯特变换, 一次变换相当于对条纹相位进行 90° 相移, 并且会滤去直流分量. 两次变换分别得到条纹图的正弦和余弦分量, 然后由反正切函数求出包裹的相位图. 由构造的判断函数计算出相位变化的零频率点分布, 再用由零频率点分布得到的二元模板对包裹相位图进行修正, 最后经过本文提出的解包裹算法得到连续的相位分布图. 对于含有噪声的图像, 本文使用多项式拟合法得到光滑的零频率点分布, 可以解得较好的相位分布图.

1 原理

1.1 希尔伯特变换

对于一个实信号 $x(t)$, 其希尔伯特变换可表示为

$$y(t) = -\frac{1}{\pi t} * x(t) \quad (1)$$

式中函数 $x(t)$ 的希尔伯特变换是它与 $1/\pi t$ 的卷积. 在频率域内, 希尔伯特变换可表示为

$$Y(f) = \begin{cases} -jX(f) & f > 0 \\ jX(f) & f < 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $Y(f)$ 是 $y(t)$ 的傅里叶变换, $X(f)$ 是 $x(t)$ 的傅里叶变换, j 是虚数符号. 由式(2)可知, 对一个实信号做希尔伯特变换, 等效于把它在频率域相移 90° . 例如, 信号 $\cos(\omega t)$ 的希尔伯特变换就是 $\sin(\omega t)$, 并且会滤去直流成分^[8].

光学测量得到的干涉条纹图一般的光强表达式可以表示为

$$I_0(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y)] \quad (3)$$

式中 $a(x, y)$ 是背景光强, $b(x, y)$ 是振幅, 它们都是缓变函数, 可以用常数 a 和 b 表示, $\phi(x, y)$ 是所要求解

*国家自然科学基金(10477015)、教育部“新世纪优秀人才支持计划”(NCET-05-0843)和陕西省科技攻关计划(2004K05-G14)资助

Tel: 029-82668004-802 Email: bear60@stu.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2008-12-02

修回日期: 2008-12-22

的相位函数.有人对 I_0 应用高通滤波^[8]或小波变换^[9]去掉直流成分,有的情况下误差明显,计算量较大.本文利用希尔伯特变换可以去除直流分量的特性,提出了两次希尔伯特变换去除直流分量的方法

$$H[I_0(x,y)] = b \sin[\phi(x,y)] \quad (4)$$

式中 $H[\]$ 表示进行希尔伯特变换.对一次希尔伯特变换的结果进行二次希尔伯特变换

$$H\{H[I_0(x,y)]\} = b \cos[\phi(x,y)] \quad (5)$$

式(5)相对于 I_0 来说去除了直流分量.由两次希尔伯特变换得到的正弦和余弦分量,得到相位分布

$$\phi(x,y) = \tan^{-1} \left[\frac{H(I_0)}{H\{H(I_0)\}} \right] = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin[\phi(x,y)]}{\cos[\phi(x,y)]} \right\} \quad (6)$$

由于反正切函数的值在 $-\pi$ 和 π 之间,所以对得到的包裹相位图进行去包裹处理,得到连续的相位分布图.

1.2 二元模板

在实际应用中,实函数 $x(t)$ 的希尔伯特变换通常由它的傅里叶变换得到^[10]. $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(f)$,把 $X(f)$ 修正为 $X'(f)$ 形式

$$X'(f) = \begin{cases} 0 & (f < 0) \\ X(f) & (f = 0) \\ 2X(f) & (f > 0) \end{cases} \quad (7)$$

然后对 $X'(f)$ 进行傅里叶逆变换,得到函数的希尔伯特变换形式 $y(t)$.

由于应用希尔伯特变换时忽略了所有负频成分,所以在相位变化率为零的地方会产生相位不连续误差^[7].为了能得到正确的相位分布图,需要标识出干涉条纹图中相位变化率为零的位置,即

$$\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

对 I_0 做离散微分,得到条纹图变化率

$$\frac{\partial I_0(x,y)}{\partial x} = b \sin[\phi(x,y)] \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (9)$$

当 $\sin[\phi(x,y)]$ 和 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 的值至少有一个为零时,函数 $\frac{\partial I_0(x,y)}{\partial x}$ 的值为零.为了标识出 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 为零的坐标位置,本文构造了一个判断函数

$$F(x,y) = \left[\frac{\partial I_0(x,y)}{\partial x} \right]^2 + \left\{ \frac{\partial H[I_0(x,y)]}{\partial x} \right\}^2 = b^2 \sin^2[\phi(x,y)] \left[\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \right]^2 + b^2 \cos^2[\phi(x,y)] \left[\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \right]^2 = b^2 \left[\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \right]^2 \quad (10)$$

判断函数 $F(x,y)$ 恒大于等于零. b 为常数,在 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 的值为零的地方,判断函数 $F(x,y)$ 有最小值.

由干涉条纹图计算出判断函数矩阵 F ,然后搜索出每一列的最小值,最小值所在的位置即是 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 的值为零的地方.由零频率点分布可以得到一个数组 $m[i]$,其满足条件,

$$F(m[i],y_i) = \min(F(x,y_i)), \quad i=1,2,3,\dots \quad (11)$$

由数组 $m[i]$ 可以构造一个二元模板

$$P(x,y) = \begin{cases} +1 & x \leq m[i] \\ -1 & x > m[i] \end{cases} \quad (12)$$

1.3 相位解包裹

把式(6)得到的包裹相位图和自适应二元模板相乘,就修正了希尔伯特变换中负频被忽略的问题.由于修正过程中相位反向会产生截断,本文提出了一种解包裹算法

$$\phi(x+1,y) = \begin{cases} \phi(x+1,y) & |\Delta\phi| < h\pi \\ \phi(x+1,y) + k\pi & |\Delta\phi| > h\pi \end{cases} \quad (13)$$

式中 $|\Delta\phi|$ 表示相位 $\phi(x+1,y)$ 和 $\phi(x,y)$ 之差的绝对值, k 取值为非零整数, h 根据经验取值范围在 $0.6 \sim 0.9$ 为宜.最后分别进行逐行和逐列解包裹处理,就可以得到连续的全场相位分布图了.

2 计算机模拟

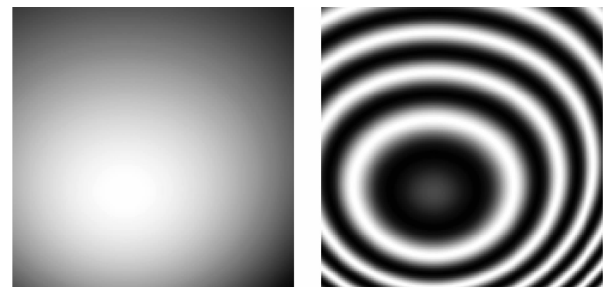
用计算机构造一个 500×500 的相位分布图

$$\phi(x,y) = 2\pi \left\{ 1 - \frac{[(x-200)^2 + (y-200)^2]}{180000} \right\} \left(\frac{x+300}{100} \right) \quad (14)$$

干涉条纹图形的表达式为

$$I_0(x,y) = 0.5 + 0.5 \cos[\phi(x,y)] \quad (15)$$

图 1 是计算机模拟的干涉条纹图.(a)图是模拟的相位图;(b)图是由式(15)得到的干涉条纹图.



(a)Phase map

(b)Fringe pattern

图 1 计算机模拟的相位图和干涉条纹图

Fig. 1 Simulated phase map and fringe pattern

图 2 是对计算机模拟的干涉条纹图使用本文提出的希尔伯特变换算法得到的结果.图 2(a)是计算判断函数最小值得到的相位零频率点分布图;图 2(b)是由零频率点分布图构造的二元模板;图 2(c)是两次希尔伯特变换得到的包裹相位图;图 2(d)是使用二元模板修正后的包裹相位图;图 2(e)是使用本文提出的解包裹算法得到的连续相位图;图 2(f)

是计算得到的相位图和模拟的原始相位图之间的误差,由图中可以看到,误差主要出现在 $\sin[\phi(x,y)]$ 或者 $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ 为零的低频区域。

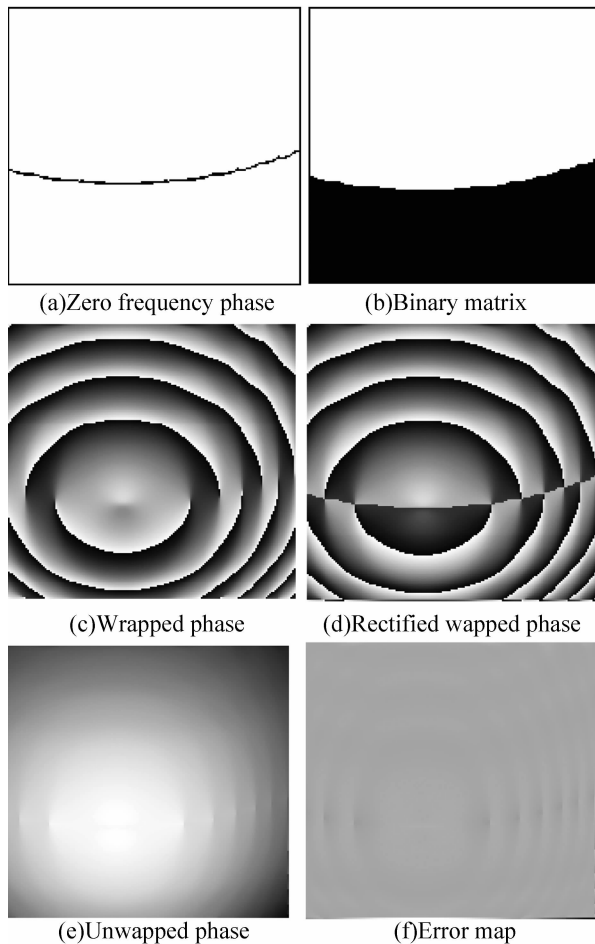


图2 希尔伯特变换处理过程得到的图像

Fig.2 Obtained images in the Hilbert transform processes

考虑到判断函数用到了图像微分,对噪声比较敏感,本文对零频率点分布采用多项式拟合,得到了平滑的零频率点分布。图3是加入高斯噪声的干涉条纹处理结果。图3(a)是零频率点分布;图3(b)是拟合的零频率点分布;图3(c)是得到的相位分布图。

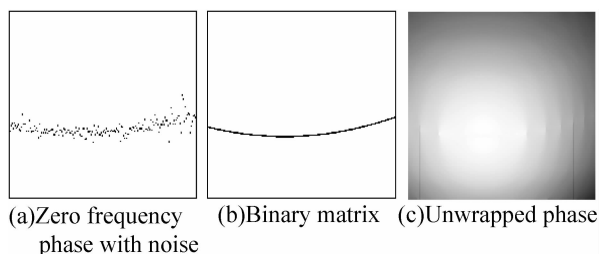


图3 加入噪声的干涉条纹处理结果

Fig.3 Obtained images by the fringe with noise

3 结论

本文提出的基于希尔伯特变换法解调干涉条纹

相位分布的方法经过计算机模拟试验验证可行。采用两次希尔伯特变换去除直流分量的方法提高了精确度简化了计算量。构造的判断函数具有较高的准确性,得到了良好的结果。针对本方法得到的包裹相位图的特点,提出的解包裹算法有效的解决了相位间断问题。采用多项式拟合法消除噪声对图像微分的影响,使该方法有较强的实际应用能力。本文提出的基于希尔伯特变换的干涉条纹相位解调方法,对于单幅条纹图相位恢复具有积极的意义。

参考文献

- [1] YU Rui-zhi, CAO Yi-ping. A three dimensional on-line inspecting method for workpiece by PMP[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(6): 1139-1143.
喻睿智,曹益平.一种采用相位测量轮廓术的工件在线三维检测方法[J]. *光子学报*, 2008, **37**(6): 1139-1143.
- [2] WANG Xiao-dong, PENG Xiang, TIAN Jin-dong. 3-D digital imaging with parallel DSP based on digital projection[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1459-1463.
王晓东,彭翔,田劲东.数字投影三维数字成像的并行DSP实现[J]. *光子学报*, 2008, **37**(7): 1459-1463.
- [3] JIAO Guo-hua, LI Yu-lin, HU Bao-wen. Mirau phase-shifting interferometer for profile measurement of microlenses array [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(10): 1924-1927.
焦国华,李育林,胡宝文. Mirau 相移干涉法测量微透镜阵列面形[J]. *光子学报*, 2007, **36**(10): 1924-1927.
- [4] LIU Yuan-kun, SU Xian-yu, WU Qing-yang. Multi-camera calibration by FTP technique[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(9): 1734-1737.
刘元坤,苏显渝,吴庆阳.基于傅里叶条纹分析的多摄像机标定方法[J]. *光子学报*, 2007, **36**(9): 1734-1737.
- [5] KREIS T. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method[J]. *JOSA*, 1986, **3**: 847-855.
- [6] ZWEIG D A, HUFNAGEL R E. A Hilbert transform algorithm for fringe-pattern analysis[C]. *SPIE*, 1990, **1333**: 295-302.
- [7] WONG W O, CHAN M S M, CHAN K T, *et al.* A modified Hilbert transformation method for fringe pattern analysis[C]. *SPIE*, 2001, **4317**: 424-428.
- [8] LV Jie, WANG Ming, HUAN Hai, *et al.* Fringe analysis with Hilbert transform and its application to the measurement of aspheric mirror, [C]. *SPIE*, 2007, **6723**: 67231D1-67231D9.
- [9] GAO Cheng-yong, ZHOU Can-lin. A kind of calibration algorithm of phase-shifting based on Hilbert transform[J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(4): 508-512.
高成勇,周灿林.一种基于希尔伯特变换实施相移的相位解调算法[J]. *光学技术*, 2004, **30**(4): 508-512.
- [10] WONG W O, CHAN K T. Quantitative vibration amplitude measurement with time-averaged digital speckle pattern interferometry, [J]. *Optics & Laser Technology*, 1998, **30** (5): 317 - 324.

A Novel Hilbert Transform Algorithm for Phase Evaluation from Fringe Pattern

XIONG Liu-dong, JIA Shu-hai, DU Yan-fen

(Department of Optical Information Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A novel Hilbert transform algorithm for detecting phase from fringe pattern is proposed. Only one interference pattern is required for the phase evaluation. In practice, the Hilbert transform based on the Fourier transformation eliminates all negative frequency components, and any phase variation in the fringe pattern having negative local spatial frequency can not be correctly reconstructed. A procedure for detection of regions having zero spatial frequency in the fringe pattern is proposed by an estimation function for complicated phase distribution. A binary matrix is used for modifying wrapped phase of complicated phase distribution fringe pattern, and a method for removing the bias component by twice Hilbert transform is proposed. The correct values of phase is obtained by an unwrapping process. The performance of the proposed method is evaluated by computer simulation.

Key words: Phase evaluation, Hilbert transformation, Fringe pattern, Estimate function



XIONG Liu-dong was born in 1984. Now he is pursuing the M. S. degree at Xi'an Jiaotong University, and his research interests focus on optical measurement and digital image processing.



JIA Shu-hai was born in 1969 and obtained the Ph. D. degree in 2000. Now he is a professor and his research interests focus on metrology and instrumentation.