

文章编号:1004-4213(2010)09-1636-5

非旋波近似下两纠缠原子的纠缠特性*

姜道来,任学藻[†],丛红璐,廖旭

(西南科技大学 理学院,四川 绵阳 621010)

摘 要:采用了相干态正交化法研究了耦合强度以及偶极相互作用对 Tavis-Cummings 模型中两原子的纠缠的影响.与旋波近似比较发现,在弱耦合强度下,非旋波近似下两原子间的纠缠与旋波近似下的结果符合得很好,在强耦合区,原子之间的纠缠出现了突然死亡现象.研究同时发现耦合强度越大,原子间处于可分离态的时间越长,表明了原子间处于退纠缠的时间的长短是依赖于原子-光场的耦合强度的.而考虑了偶极相互作用时,随着偶极-偶极相互作用的加强,原子间的纠缠也将被加强.

关键词:非旋波近似;突然死亡;Tavis-Cummings;偶极相互作用

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103909.1636

0 引言

量子纠缠是量子力学中最为显著的特性之一,在量子信息和量子计算领域中,纠缠起着很关键的作用^[1].它被认为是量子信息等领域的一种重要的资源,人们从理论和实验方面对两原子的纠缠进行了大量的研究^[2-7].近年来,Yu. Ting 等人发现由于量子噪音的影响,纠缠在演化了一段时间后突然减小到零^[6],这就是所谓的纠缠突然死亡(Entanglement Sudden Death,ESD).而 Zhang^[8-9],Yang^[10]和 Metwally^[11]也研究了 T-C 模型^[12]的两原子之间纠缠的突然死亡现象.多数人的工作都采用了旋波近似的方法(Rotating Wave Approximation,RWA),其原子-光场之间的耦合强度 g 与光场频率 ω_0 相比非常小(g/ω_0 约为 $10^{-7} - 10^{-6}$)^[13-14]才比较适用.近年来,人们发现量子固态装置提供了一种代替传统原子-腔模式的方法,所提供的光谱分析表明,Johsephson 电荷量子比特、库柏对腔及离子阱与在腔中的原子非常的相似^[15],且其耦合强度较大,因此必须考虑非旋波项对系统的影响.

本文采用相干态正交化展开方法^[16-23]讨论了非旋波近似下的 T-C 模型,探讨了偶极相互作用和非旋波项对两原子纠缠特性的影响,研究了非旋波模型在强耦合时纠缠的演化特性,以及原子间纠缠受偶极相互作用的影响.

1 理论模型与求解

描述两个二能级原子与单模腔场相互作用的哈密顿量可以表示为

$$H = \omega_0 a^+ a + \Omega \sum_{i=1}^2 S_z^i + g(a^+ + a) \sum_{i=1}^2 S_x^i + \eta(S_+^1 S_-^2 + S_-^1 S_+^2) \quad (1)$$

式中, a^+ , a 分别为腔场的产生和湮灭算符; Ω , ω_0 分别为二能级原子的能级间隔和腔场频率, η 为偶极-偶极相互作用; S_z^i , S_+^i , S_-^i ($i=1,2$)分别为第 i 个原子的自旋算符.假设原子 1,原子 2 与光场的耦合常数 g 相等(取 $\hbar=1$).

对式(1)可以绕 y 轴旋转 $\pi/2$ 的角度^[22],可得

$$H = \omega_0 a^+ a + g(a^+ + a) \sum_{i=1}^2 S_z^i - \Omega \sum_{i=1}^2 S_x^i + \eta[(S_z^1 + iS_y^1)(S_z^2 - iS_y^2) + (S_z^2 - iS_y^2)(S_z^1 + iS_y^1)] \quad (2)$$

设

$$\begin{aligned} S_z^i &= \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle_i \langle\uparrow| - |\downarrow\rangle_i \langle\downarrow|) \\ S_x^i &= \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle_i \langle\downarrow| + |\downarrow\rangle_i \langle\uparrow|) \\ S_y^i &= \frac{i}{2}(|\downarrow\rangle_i \langle\uparrow| - |\uparrow\rangle_i \langle\downarrow|) \end{aligned} \quad (3)$$

定态波函数则设为

$$|\rangle = |\varphi_1\rangle |\uparrow\uparrow\rangle + |\varphi_2\rangle |\uparrow\downarrow\rangle + |\varphi_3\rangle |\downarrow\uparrow\rangle + |\varphi_4\rangle |\downarrow\downarrow\rangle \quad (4)$$

根据定态薛定谔方程

$$H|\rangle = E|\rangle \quad (5)$$

将式(3)和式(4)代入式(5),同时做平移变换

$$A = a + g/\omega_0, B = a - g/\omega_0 \quad (6)$$

那么 A, B 为新的玻色算符,经化简可得以下方程组

* 四川省自然科学基金(2006C028)资助

[†] Tel:0816-6089680

Email:rxz63@sohu.com

收稿日期:2009-08-31

修回日期:2010-01-13

$$\begin{aligned}
& \omega_0 [A^+ A - (\frac{g}{\omega_0})^2] |\varphi_1\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_2\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_3\rangle + \\
& \frac{\eta}{4} (|\varphi_1\rangle - |\varphi_4\rangle) = E |\varphi_1\rangle \\
& \omega_0 a^+ a |\varphi_2\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_1\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_4\rangle - \frac{\eta}{4} (|\varphi_2\rangle - \\
& |\varphi_3\rangle) = E |\varphi_2\rangle \\
& \omega_0 a^+ a |\varphi_3\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_1\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_4\rangle + \frac{\eta}{4} (|\varphi_2\rangle - \\
& |\varphi_3\rangle) = E |\varphi_3\rangle \\
& \omega_0 [B^+ B - (\frac{g}{\omega_0})^2] |\varphi_4\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_2\rangle - \frac{\Omega}{2} |\varphi_3\rangle - \\
& \frac{\eta}{4} (|\varphi_1\rangle - |\varphi_4\rangle) = E |\varphi_4\rangle \quad (7)
\end{aligned}$$

通过引入新的玻色算符 A, B , 式(7)中的四个表达式均已对角化, 因此可设

$$\begin{aligned}
|\varphi_1\rangle &= \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A, |\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle, \\
|\varphi_3\rangle &= \sum_{n=0}^N e_n |n\rangle, |\varphi_4\rangle = \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle_B \quad (8)
\end{aligned}$$

只要在计算过程中将 n 取得足够大, 那么展开系数就能够足够的小, 因此可以在足够大的 N 处做截断处理.

式中,

$$\begin{aligned}
|n\rangle_A &= \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n |0\rangle_A, |0\rangle_A = e^{-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle, \\
|n\rangle_B &= \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^+)^n |0\rangle_B, |0\rangle_B = e^{\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \quad (9)
\end{aligned}$$

可以证明

$$\begin{aligned}
A^+ A |n\rangle_A &= n |n\rangle_A, B^+ B |n\rangle_B = n |n\rangle_B, \\
{}_A \langle m | n \rangle_A &= \delta_{nm}, {}_B \langle m | n \rangle_B = \delta_{nm}
\end{aligned}$$

将式(8)代入方程组(7), 则可化为方程组

$$\begin{aligned}
& \{\omega_0 [m - (\frac{g}{\omega_0})^2] + \frac{\eta}{4}\} c_m - \frac{\Omega}{2} \sum_n d_{nA} \langle m | n \rangle - \\
& \frac{\Omega}{2} \sum_n e_{nA} \langle m | n \rangle - \frac{\eta}{4} \sum_n f_{nA} \langle m | n \rangle_B = E c_m \\
& (\omega_0 m - \frac{\eta}{4}) d_m - \frac{\Omega}{2} \sum_n c_n \langle m | n \rangle_A + \frac{\eta}{4} e_m - \\
& \frac{\Omega}{2} \sum_n f_n \langle m | n \rangle_B = E d_m \\
& (\omega_0 m - \frac{\eta}{4}) e_m - \frac{\Omega}{2} \sum_n c_n \langle m | n \rangle_A + \frac{\eta}{4} d_m - \\
& \frac{\Omega}{2} \sum_n f_n \langle m | n \rangle_B = E e_m \\
& \{\omega_0 [m - (\frac{g}{\omega_0})^2] + \frac{\eta}{4}\} f_m - \frac{\Omega}{2} \sum_n d_{nB} \langle m | n \rangle - \\
& \frac{\Omega}{2} \sum_n e_{nB} \langle m | n \rangle - \frac{\eta}{4} \sum_n c_{nB} \langle m | n \rangle_A = E f_m \quad (10)
\end{aligned}$$

式中,

$$\langle m | n \rangle_A = (-1)^m D_{mm} (\frac{g}{\omega_0})$$

$$\langle m | n \rangle_B = (-1)^n D_{mm} (\frac{g}{\omega_0})$$

$$D_{mm}(x) = \sum_{i=0}^{\min(m,n)} \frac{(-1)^i \sqrt{m!} n! e^{-\frac{x^2}{2}}}{i! (m-i)! (n-i)!} x^{m+n-2i} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10); 通过求解这 $4N+4$ 个本征方程, $(m, n=0, \dots, N)$ 可以得到系统的本征波函数 $\{c_n\}$ 、 $\{d_n\}$ 、 $\{e_n\}$ 和 $\{f_n\}$ 和能谱 $\{E^i\}$. 现在假设系统的初态是两原子处在如下纠缠态, 腔场为真空态

$$|\psi(0)\rangle = [\sin \theta |E\rangle_1 |E\rangle_2 + \cos \theta |G\rangle_1 |G\rangle_2] \otimes |0\rangle \quad (12)$$

将变换式(2)代入式(12), 得到

$$\begin{aligned}
|\psi(0)\rangle &= [\frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |\uparrow \uparrow\rangle + \frac{1}{2} (\sin \theta - \\
& \cos \theta) |\uparrow \downarrow\rangle + \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) |\downarrow \uparrow\rangle + \\
& \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |\downarrow \downarrow\rangle] \otimes |0\rangle \quad (13)
\end{aligned}$$

再将初态展开为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{i=1}^{4N+4} k_i [\sum_{n=0}^N (c_n^i |n\rangle_A |\uparrow \uparrow\rangle + d_n^i |n\rangle |\uparrow \downarrow\rangle + e_n^i |n\rangle |\downarrow \uparrow\rangle + f_n^i |n\rangle_B |\downarrow \downarrow\rangle)] \quad (14)$$

式中 $k_i (i=1, \dots, 4N+4)$ 是待定常量.

比较式(14)和式(13), 可以得到

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N c_n^i |n\rangle_A = \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |0\rangle \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N d_n^i |n\rangle = \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) |0\rangle \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N e_n^i |n\rangle = \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) |0\rangle \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N f_n^i |n\rangle_B = \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |0\rangle \quad (18)$$

分别对式(15)~(18)左乘 $\langle m |$ 、 $\langle m |$ 、 $\langle m |$ 和可得

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i c_m^i = \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) {}_A \langle m | 0 \rangle \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i d_m^i = \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) \delta_{m,0} \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i e_m^i = \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) \delta_{m,0} \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{4N+4} k_i f_m^i = \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) {}_B \langle m | 0 \rangle \quad (22)$$

通过求解方程组(19)~(22), 可以得到一组 $\{k_i\}$ ($i=1, \dots, 4N+4$). 到此可以求出任意时刻的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=1}^{4N+4} k_i e^{-iE_i t} [\sum_{n=0}^N (c_n^i |n\rangle_A |\uparrow \uparrow\rangle + d_n^i |n\rangle |\uparrow \downarrow\rangle + e_n^i |n\rangle |\downarrow \uparrow\rangle + f_n^i |n\rangle_B |\downarrow \downarrow\rangle)] \quad (23)$$

2 两原子纠缠度的计算

对于任意两个量子比特的密度矩阵 $\rho = |\psi(t)\rangle$

$\langle \psi(t) |$, 设 $\rho_{12} = \text{tr}_f(\rho)$, 代表了对光场部分求迹. 构造矩阵

$$\xi = \rho_{12} (\sigma_y^1 \otimes \sigma_y^2) \rho_{12}^* (\sigma_y^1 \otimes \sigma_y^2) \quad (24)$$

式中 ρ_{12}^* 为 ρ_{12} 的复共轭, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 为泡利矩阵.

设 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 为矩阵 ξ 的本征值并按递减顺序排列, 则 Concurrence 为

$$C_{12}(t) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}) \quad (25)$$

当 $C_{12}(t) > 0$ 时, 表明两原子间存在纠缠; 当 $C_{12}(t) = 0$, 两原子处于可分离态. 将式(23)代入式(24), 通过数值计算, 则可求得矩阵 ξ 的本征值.

3 数值计算与分析

3.1 原子间纠缠受耦合常量的影响

为了讨论非旋波项对原子间纠缠的影响, 本文通过数值计算得到了纠缠的演化行为. 图 1 中取 $\Omega/\omega_0 = 1, \eta/\omega_0 = 0$ 时量子纠缠的演化, 其中图 1(a) 为旋波近似下得到的结果, 图 1(b)~(d) 都是非旋波近似下得到的结果. 对比图 1(a) 和 (b) 可知, 当 $g/\omega_0 = 0.2$ 时旋波近似和非旋波近似下量子纠缠的演化都呈现出很好的周期性, 它们两者的演化规律基本相同. 但是非旋波近似情况下会出现小锯齿状的振荡, 这主要是由非旋波项所引起的. 当 θ 接近于 $\pi/2$ 时,

$C_{12}(t)$ 能在很短的时间内减小到零, 但经过一段时间以后又重新恢复, 说明原子间的纠缠经历了突然死亡与恢复的过程.

对比图 1(b) 和 (c) 可知, 随着 g/ω_0 的增大, 非旋波项的效应不可忽略, 此时 Concurrence 的演化不同于 g/ω_0 较小 (图 1(b)) 时的情况. 在图 1(c) 中可以看到, Concurrence 在很短的时间里突然减小到零, 然后经历一段时间后又重新恢复, 但恢复后的 Concurrence 的振幅较小. 通过对比图 1(c) 和 (d) 可以发现, 随着 g/ω_0 的增大, 量子纠缠没有明显的周期性, 且 $C_{12}(t) = 0$ 的部分逐渐增加, 表明了原子之间处于可分离状态的时间增加. 另外在非旋波近似下随着 g/ω_0 的增大, 原子间的纠缠更早地出现了突然死亡的现象, 且恢复的时间间隔将逐渐增加.

如图 1(c)、(d), 当耦合强度较大, $\theta = 0$ 与 $\pi/2$ 时, 初始时刻原子间没有纠缠, 根据文献[7]可知在旋波近似下任意时刻原子之间都不会产生纠缠; 而非旋波近似下的原子之间却有较小的纠缠的产生与死亡现象, 而产生这种现象应该是旋波项与非旋波项共同作用的结果. 因此, 可以认为在耦合常量较大时, 非旋波项可以引起原子之间纠缠的产生与死亡现象.

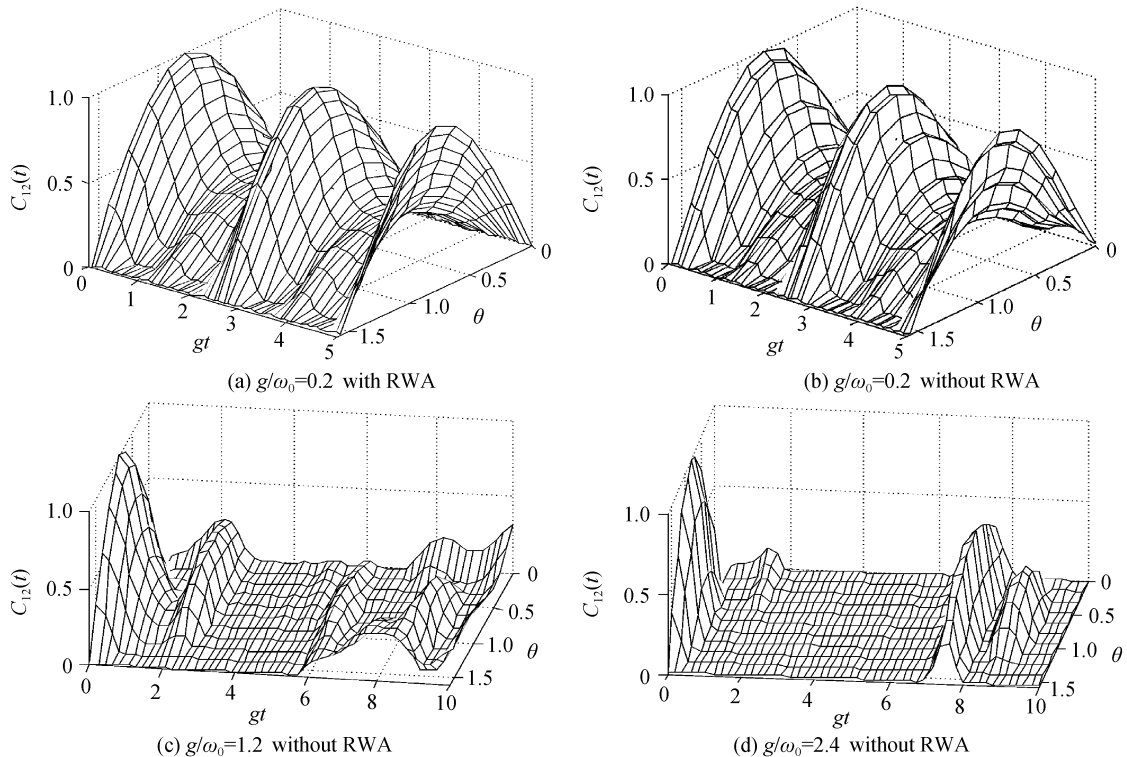


图 1 耦合强度对纠缠演化的影响

Fig. 1 The influence of the coupling strength to entanglement

3.2 原子间的纠缠受偶极相互作用的影响

图 2 中描述了考虑偶极相互作用时原子-原子

的纠缠的演化行为, 其中 $\Omega/\omega_0 = 1, g/\omega_0 = 0.02, \theta = \pi/12$. 比较 (a)~(d) 四幅子图, 可以看到原子间纠缠

振荡周期随着偶极相互作用的增强而变短,同时,原子间的纠缠随着偶极相互作用的增加而得到了加强,但是,Concurrence 的值不能随着偶极作用的加强而无限的增加(如图 2(e),其中 $\Delta C_{12}(t) = C_{12}(t) -$

$C_{12}(0)$),通过图 2(e)可以看到,随着 η 的增大, $\Delta C_{12}(t)$ 的演化就越趋于 0,表明了此时原子-原子的纠缠变化比较缓慢,且原子间的纠缠不会超过原子间的初始纠缠.

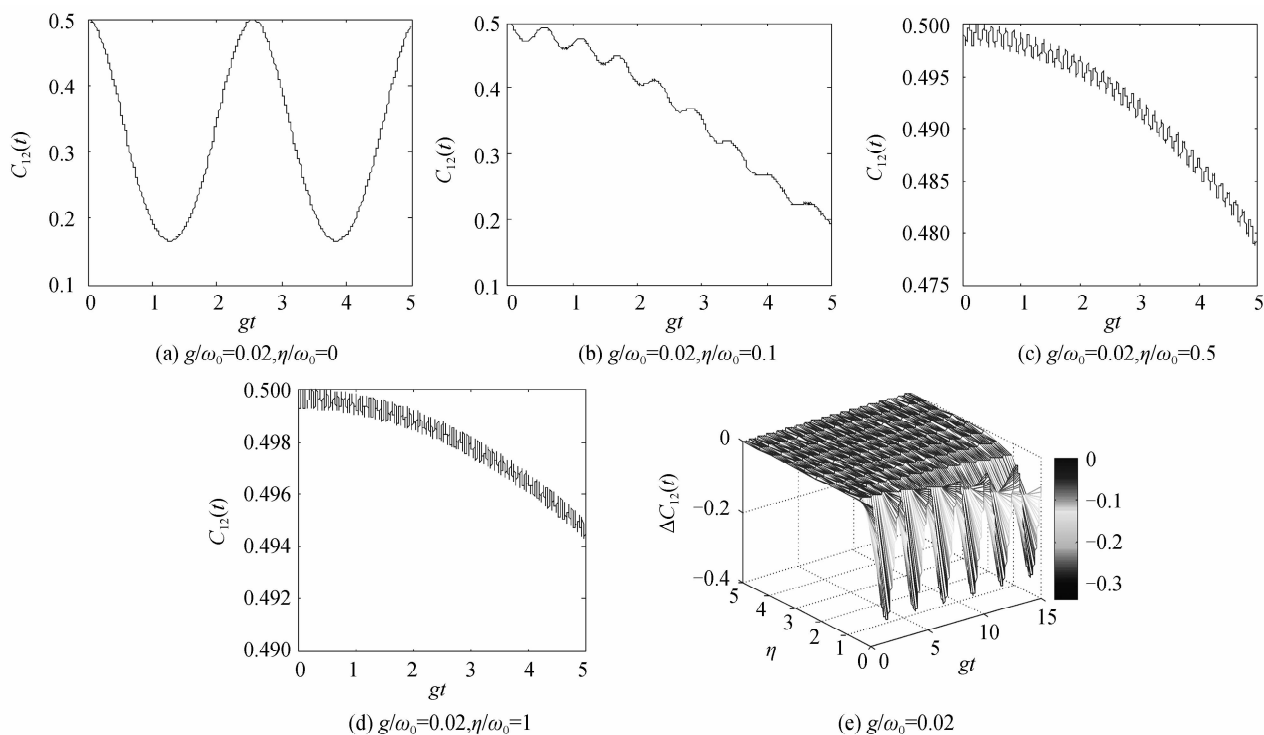


图 2 偶极相互作用对原子间纠缠的影响

Fig. 2 The influence of dipole-dipole interaction to entanglement

4 结论

本文主要讨论了非旋波近似下的 T-C 模型的纠缠性质. 通过与旋波模型作比较可知,在耦合常量比较小时,旋波模型与非旋波模型差异不大,这主要是由于非旋波项贡献较小的原因;当耦合常量较大时,原子的纠缠出现死亡与恢复的现象. 首先,当初态选为 $|\Psi(0)\rangle$,旋波近似下基本上不会有纠缠死亡的区域;而非旋波近似下的系统在耦合常量比较大时,原子的纠缠出现突然死亡现象,且随着 g/ω_0 的增大,原子处于退纠缠的时间增加. 其次,当 $\theta=0$ 和 $\pi/2$ 时,旋波近似下的原子间将不会有纠缠,非旋波却会有纠缠的产生. 再次,我们还讨论了偶极相互作用对原子间的纠缠的影响,说明了偶极相互作用能够加强原子间的纠缠.

参考文献

[1] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 571-572.
 [2] SALNZ I, KLIMOV A B, ROA L. Entanglement dynamics modified by an effective atomic environment[J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**(3): 032303.
 [3] SANTOS M F, MILMAN P, DAVIDOVICH L, et al. Direct measurement of finite-time disentanglement induced by a reservoir[J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**(4): 040305.

[4] FICEK Z, TANAS R. Dark periods and revivals of entanglement in a two-qubit system[J]. *Phys Rev A*, 2006, **74**(2): 024304.
 [5] HU Yao-hua, FANG Mao-fa. Coherence-enhanced entanglement between two atoms at high temperature[J]. *Chin Phys B*, 2008, **17**(5): 1784-1790.
 [6] YU T, EBERLY J H. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**(14): 140404.
 [7] CUI H T, LI K, YI X X. A study on the sudden death of entanglement[J]. *Phys Lett A*, 2006, **365**(1-2): 44-48.
 [8] ZHANG Guo-feng, CHEN Zi-Yu. The entanglement character between atoms in the ion-degenerate two photons tavis cummings model[J]. *Opt Commun*, 2007, **275**(1): 274-277.
 [9] ZHANG G F. Sudden death of entanglement of a quantum model[J]. *Chin Phys B*, 2007, **16**(7): 1885-1890.
 [10] YANG Qing, YANG Ming, CAO Zhuo-liang. Sudden death of entanglement between two atoms with initial tripartite entangled state in the Tavis-Cummings model [J]. *China Phys Lett*, 2008, **25**(3): 825-827.
 [11] METWALLY N. Entanglement and pancharatnam phase for two two-level atoms interacting with a single model field[J]. *Int J Thero Phys*, 2008, **47**(3): 623-633.
 [12] TAVIS M, CUMMINGS F W. Exact solution for an n-molecule-radiation-field hamihonian[J]. *Phys Rev A*, 1968, **170**(2): 379-384.
 [13] RAIMOND J M, BRUNE M, HAROCHE S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity [J]. *Rev Mod Phys*, 2001, **73**(3): 565-582.

- [14] HOOD C J, LYNN T W, DOHERTY A C, *et al.* The atom-cavity microscope: single atoms bound in orbit by single phonon[J]. *Science*, 2000, **287**(5457): 1447-1452.
- [15] WALLRAFF A, SCHUSTER DI, BLAIS A, *et al.* Strong coupling of single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics [J]. *Nature*, 2004, **431**(7005): 162-167.
- [16] LIU Tao, WANG Ke-lin, FENG Mang. Lower ground state due to counter-rotating wave interaction in a trapped ion system[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2007, **40**(11): 1967.
- [17] LIU Tao, FENG Mang, WANG Ke-lin. Exact solution of quantum dynamics of a cantilever coupling to a single trapped ultracold ion[J]. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(3): 561-566.
- [18] LIU Tao, FAN Yun-xa, HUANG Shu-wen, *et al.* Decoherence of entangled states calculated by a systematic approximate method[J]. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(5): 791-800.
- [19] FAN Yun-xa, LIU Tao, FENG Mang, *et al.* Dynamics of jaynes cummings model in the absence of rotating-wave approximation[J]. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(5): 781-786.
- [20] REN Xue-zao, LIAO Xu, LIU Tao, *et al.* The influence of the electron and one pair of phnons interaction on holstein polaron[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6): 2865-2870. 任学藻, 廖旭, 刘涛, 等. 电子与双声子相互作用对 Holstein 极化子的影响[J]. *物理学报*, 2006, **55**(6): 2865-2870.
- [21] REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, CONG Hong-lu, *et al.* Exact calculations of the energy spectra and the dynamical properties of a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(8): 5394-5399. 任学藻, 姜道来, 丛红璐, 等. 精确计算非旋波近似下二能级系统的能谱和动力学性质[J]. *物理学报*, 2009, **58**(8): 5394-5399.
- [22] CHEN Q H, ZHANG Y Y, LIU T, *et al.* Numerically exact solution to the finite-size Dicke model[J]. *Phys Rev A*, 2008, **78**(5): 051801.
- [23] LIU T, ZHANG Y Y, CHEN Q H, *et al.* Large-N scaling behavior of the ground-state energy, fidelity, and the order parameter in the Dicke model[J]. *Phys Rev A*, 2009, **80**(2): 023801.

Entanglement Properties of Two Entangled Atoms Without Rotating Wave Approximation

JIANG Dao-lai, REN Xue-zao, CONG Hong-lu, LIAO Xu

(School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China)

Abstract: Applying the method of coherent-state orthogonalization expansion, the influences of dipole-dipole interaction and the coupling strength on the entanglement between two atoms of the Tavis-Cummings model without rotating wave approximation (without-RWA) are studied. Compared with the rotating wave approximation (RWA), it is found that the entanglement of the without-RWA agree with that of RWA when the coupling strength is weak. In the strong coupling regime, the sudden death phenomena occurs. The results also show that the stronger the atom-field coupling strength is, the longer the state stays in the disentangled separable state, which means that the length of the time interval for the distanglement depends on the atom-field coupling strength. When the dipole-dipole interaction is taken into account, the entanglement of the two atoms will be enhanced with the increase of dipole-dipole interaction.

Key words: Without rotating wave approximation; Sudden death; Tavis-Cumming Model; Dipole-dipole interaction



JIANG Dao-lai was born in 1984. Now he is working for the M. S. degree at Southwest University of Science and Technology, and his research interests focus on condensed matter physics.



REN Xue-zao was born in 1963. Now he is a professor and his research interests focus on quantum optics and condensed matter physics.