

文章编号:1004-4213(2010)09-1631-5

选择原子测量对原子与光场耦合中场量子特性的影响^{*}

卢道明

(武夷学院 电子工程系,福建 武夷山 354300)

摘 要:考虑两个初始处于纠缠态的 Λ 型三能级原子,将其中一原子注入双模腔中与光场发生共振相互作用的情况.采用数值计算方法,研究了对腔外原子的选择测量对双模光场的压缩效应和反聚束效应的影响.研究表明:采用选择原子测量方法,可实现光场压缩效应和反聚束效应的明显增强.

关键词:量子光学;选择原子测量; Λ 型三能级原子;压缩效应;反聚束效应

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103909.1631

0 引言

原子体系与光场相互作用及由此引起的原子与光场的量子特性,一直是量子光学领域一个活跃的课题,尤其是光场的压缩效应,它不仅反映了一类非经典特性,而且在超标准量子极限的高准确度光学测量、超低噪音通信、微弱信号检测及量子通信等领域有着广泛的应用前景.因此对光场与原子相互作用系统中原子和光场压缩效应等量子特性研究一直受到人们的普遍关注^[1-6].近年来,人们已把 Jaynes-Cummings 模型^[7]推广应用到三能级原子和多能级原子的场合,并已对三能级原子与光场的相互作用问题进行了大量的研究^[8-12],得到了许多有意义的结果.1997年,Gerry和 Ghosh^[13]等人提出:采用选择原子测量的方法可以加强光场的压缩效应.最近,吴怀志、詹佑帮等人^[14-17]分别研究了 Λ 型三能级原子和 Kerr 介质 J-C 模型中,采用选择原子测量的方法对场量子特性的影响.但研究原子与光场相互作用的情况中,大多集中在对参与相互作用的原子进行选择测量,而对未参与相互作用的腔外原子进行选择测量的研究少见报道.

本文研究了双模相干态光场与一初始处于纠缠态的 Λ 型三能级原子相互作用系统中光场的量子特性,讨论了对未参与相互作用的腔外原子进行选择测量对光场量子特性的影响.

1 理论模型

图 1 所示为 Λ 型三能级原子,原子的三个能级从上到下分别用 $|e\rangle$ 、 $|f\rangle$ 和 $|g\rangle$ 表示.其中能级 $|f\rangle$ 与 $|g\rangle$ 之间的跃迁是禁戒的, $|e\rangle$ 与 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 与 $|f\rangle$ 之间的跃迁分别与频率 ω_a 和 ω_b 的辐射场相联系.

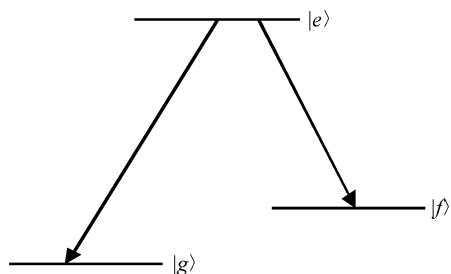


图 1 Λ 型三能级原子的能级结构

Fig. 1 The structure of a Λ -type three level atom

在共振条件下,在相互作用表象中系统的哈密顿量(取 $\hbar=1$)可表示为

$$H_I = g_1(b|e\rangle\langle f| + b^+|f\rangle\langle e|) + g_2(a|e\rangle\langle g| + a^+|g\rangle\langle e|) \quad (1)$$

式中 a^+ , a (b^+ , b) 为光场的产生算符和湮没算符, g_1, g_2 为光场与原子的耦合系数,为简单起见,设 $g_1 = g_2 = g$. 在系统哈密顿量式(1)作用下,经相互作用时间 t 后,原子和双模光场系统的相关态的演化为

$$\begin{aligned} |e, m, n\rangle &\rightarrow \cos(g\sqrt{A}t)|e, m, n\rangle - \\ & i\sqrt{\frac{m+1}{A}}\sin(g\sqrt{A}t)|g, m+1, n\rangle - \\ & i\sqrt{\frac{n+1}{A}}\sin(g\sqrt{A}t)|f, m, n+1\rangle \\ |g, m+1, n\rangle &\rightarrow \left(\frac{m+1}{A}\cos(g\sqrt{A}t) + \frac{n+1}{A}\right) \cdot \end{aligned}$$

^{*}福建省自然科学基金(2008J0217)资助

Tel:0599-5136577 Email:daominglu79@hotmail.com

收稿日期:2010-01-12

修回日期:2010-03-12

$$\begin{aligned}
& |g, m+1, n\rangle - i\sqrt{\frac{m+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) |e, m, n\rangle + \\
& \frac{\sqrt{(m+1)(n+1)}}{A} (\cos(g\sqrt{A}t) - 1) |f, m, \\
& n+1\rangle \\
& |f, m, n+1\rangle \rightarrow \left(\frac{n+1}{A} \cos(g\sqrt{A}t) + \frac{m+1}{A} \right) \cdot \\
& |f, m, n+1\rangle - i\sqrt{\frac{n+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) |e, m, n\rangle + \\
& \frac{\sqrt{(m+1)(n+1)}}{A} (\cos(g\sqrt{A}t) - 1) \cdot \\
& |g, m+1, n\rangle \quad (2)
\end{aligned}$$

式中 $A = m + n + 2$, m, n 分别表示腔场模 a 和模 b 的光子数.

设初始时刻, 两原子处于纠缠态, 辐射场为相干态, 即

$$\left. \begin{aligned}
|\varphi_a(0)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_1 |f\rangle_2 + |f\rangle_1 |g\rangle_2) \\
|\varphi_f(0)\rangle &= |\alpha\rangle |\beta\rangle = \sum_{m,n=0}^{\infty} F(m,n) |m,n\rangle
\end{aligned} \right\} (3)$$

则系统初始时刻态矢可表示为

$$\left. \begin{aligned}
|\varphi(0)\rangle &= |\varphi_a(0)\rangle |\varphi_f(0)\rangle = \sum_{m,n=0}^{\infty} F(m,n) \cdot \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_1 |f\rangle_2 + |f\rangle_1 |g\rangle_2) |m,n\rangle \\
F(m,n) &= \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \frac{\alpha^m \beta^n}{\sqrt{m! n!}}
\end{aligned} \right\} (4)$$

式中 m, n 分别表示光场 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 的光子数. $\alpha = \sqrt{m_0} e^{i\varphi_1}$, $\beta = \sqrt{n_0} e^{i\varphi_2}$, m_0 和 n_0 为光场 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 的初始平均光子数, φ_1, φ_2 为其相位角, 为简单起见, 设 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. 将原子 2 注入腔场, 经相互作用时间 t 后系统态矢演化为

$$\begin{aligned}
|\varphi(t)\rangle &= \sum_{m,n=0}^{\infty} F(m,n) \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} |g\rangle_1 \left(\left(\frac{n}{A_1} \cos B_1 t + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{m+1}{A_1} \right) |f, m, n\rangle_2 - i\sqrt{\frac{n}{A_1}} \sin B_1 t |e, m, n-1\rangle_2 + \right. \\
& \left. \frac{\sqrt{(m+1)n}}{A_1} (\cos B_1 t - 1) |g, m+1, n-1\rangle_2 \right) + \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} |f\rangle_1 \left(\left(\frac{m}{A_1} \cos B_1 t + \frac{n+1}{A_1} \right) |g, m, n\rangle_2 - i\sqrt{\frac{m}{A_1}} \cdot \right. \\
& \left. \sin B_1 t |e, m-1, n\rangle_2 + \frac{\sqrt{m(n+1)}}{A_1} (\cos B_1 t - 1) \cdot \right. \\
& \left. |f, m-1, n+1\rangle_2 \right) \} \quad (5)
\end{aligned}$$

式中 $A_1 = m + n + 1$, $B_1 = g\sqrt{A_1}$.

2 基于选择原子测量的光场压缩效应

为了研究光场的压缩效应, 定义光场的两个正

交分量

$$\begin{aligned}
U_1 &= \frac{1}{2^{3/2}} (a + a^\dagger + b + b^\dagger) \\
U_2 &= \frac{1}{2^{3/2} i} (a - a^\dagger + b - b^\dagger)
\end{aligned} \quad (6)$$

它们满足对易关系和测不准关系

$$[U_1, U_2] = \frac{i}{2}, \langle (\Delta U_1)^2 (\Delta U_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \quad (7)$$

对于给定的状态, 若光场的 U_j ($j=1, 2$) 分量的涨落满足

$$(\Delta U_j)^2 = \langle U_j^2 \rangle - \langle U_j \rangle^2 < \frac{1}{4} \quad (8)$$

则称光场的 U_j ($j=1, 2$) 分量被压缩. 引入反映光场压缩程度的参量

$$F_j = (\Delta U_j)^2 - \frac{1}{4}, \quad (j=1, 2) \quad (9)$$

那么光场 U_j ($j=1, 2$) 分量的压缩条件为 $F_j < 0$

$$\left. \begin{aligned}
F_1 &= \frac{1}{8} (\langle a^2 + a^{\dagger 2} \rangle + \langle b^2 + b^{\dagger 2} \rangle + 2\langle a^\dagger a \rangle + \\
& 2\langle b^\dagger b \rangle + 2\langle ab + a^\dagger b^\dagger \rangle + 2\langle ab^\dagger + a^\dagger b \rangle) - \\
& \frac{1}{8} \langle a + a^\dagger + b + b^\dagger \rangle^2 \\
F_2 &= \frac{1}{8} (-\langle a^2 + a^{\dagger 2} \rangle - \langle b^2 + b^{\dagger 2} \rangle + 2\langle a^\dagger a \rangle + \\
& 2\langle b^\dagger b \rangle - 2\langle ab + a^\dagger b^\dagger \rangle + 2\langle ab^\dagger + a^\dagger b \rangle) + \\
& \frac{1}{8} \langle a - a^\dagger + b - b^\dagger \rangle^2
\end{aligned} \right\} (10)$$

利用式(5)和式(10)可计算出没有对原子进行选择测量时反映双模光场压缩程度的参量 F_j 随时间的演化. 为简单起见, 只讨论 F_1 随时间的演化, 以下各图中用实线表示. 另一方面, 若利用场电离技术对腔外原子 1 进行选择测量, 若测得原子处于低能态 $|g\rangle$, 那么腔场和原子 2 构成的系统的态矢塌缩为

$$\left. \begin{aligned}
|\varphi(t)\rangle &= N \sum_{m,n=0}^{\infty} F(m,n) \left(\left(\frac{n}{A_1} \cos B_1 t + \frac{m+1}{A_1} \right) \cdot \right. \\
& |f, m, n\rangle_2 - i\sqrt{\frac{n}{A_1}} \sin B_1 t |e, m, n-1\rangle_2 + \\
& \left. \frac{\sqrt{(m+1)n}}{A_1} (\cos B_1 t - 1) |g, m+1, n-1\rangle_2 \right) \\
N^{-2} &= \sum_{m,n=0}^{\infty} |F(m,n)|^2 \left(\left(\frac{n}{A_1} \cos B_1 t + \frac{m+1}{A_1} \right)^2 + \right. \\
& \left. \frac{n}{A_1} \sin^2 B_1 t + \frac{n(m+1)}{A_1^2} (\cos B_1 t - 1)^2 \right)
\end{aligned} \right\} (11)$$

式(11)中 N 为归一化常量. 利用式(5)和式(11)式可计算出对腔外原子 1 进行选择测量后处于去纠缠态的光场压缩参量 F_j 随时间的演化. 为简单起见, 只讨论 F_1 随时间的演化, 以下各图中用虚线表

示.取光场 $|\alpha\rangle$ 和光场 $|\beta\rangle$ 初始平均光子数平方根 $\sqrt{m_0} = \sqrt{n_0}$, 并分别取 0.5 和 1 时 F_1 随时间的演化见图 2. 从图 2 可见:采用选择原子测量方法,对腔外原子 1 进行选择性测量后,如图 2 中虚线所示,光场 U_1 分量交替出现压缩效应,并且随光场强度的增大,其压缩深度加深,压缩效应增强.另一方面,

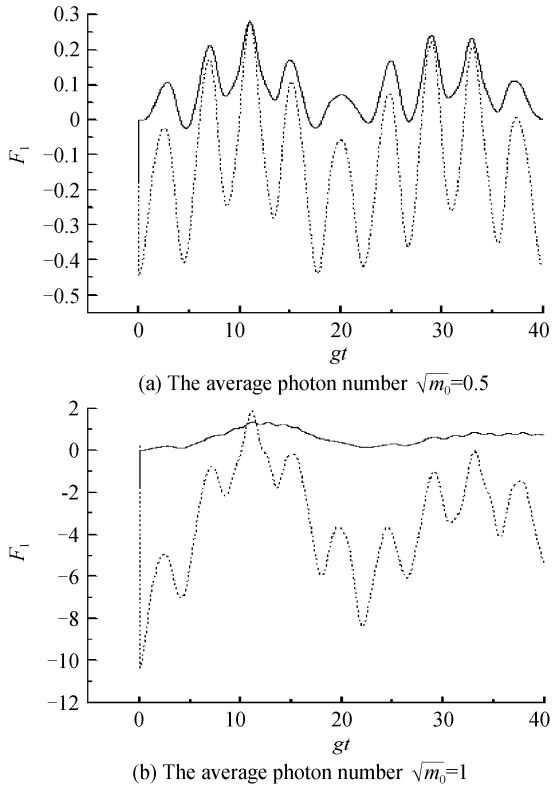


图 2 压缩参量 F_1 随时间的演化关系

Fig. 2 Time evolution of compression parameter F_1

数值计算结果还表明:若测得原子处于低能态 $|f\rangle$, 光场压缩效应与测得原子处于低能态 $|g\rangle$ 的情况一致.可见采用选择原子测量方法对腔外原子 1 进行选择性测量可产生具有较强压缩效应的非经典光场.

3 基于选择原子测量的光场反聚束效应

光场的聚束或反聚束效应由描述光场的二阶关联函数决定.对于双模光场,必须考虑两模间光子的交叉关联性,即双模光场模间二阶相干度.双模光场的二阶相干度定义为

$$g_{12}^2(t) = \frac{\langle a^+ a b^+ b \rangle}{\langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle} \quad (12)$$

定义 $G(t) = g_{12}^2(t) - 1$, 若 $G(t) < 0$, 则称 a 模和 b 模是反关联的, 否则它们是关联的. 利用式(5)、(11)和(12)不难求出反映双模光场反聚束效应的二阶关联函数 $G(t)$ 的演化. 取光场 $|\alpha\rangle$ 和光场 $|\beta\rangle$ 初始平均光子数平方根 $\sqrt{m_0} = \sqrt{n_0}$, 并分别取 0.5 和 1 时,

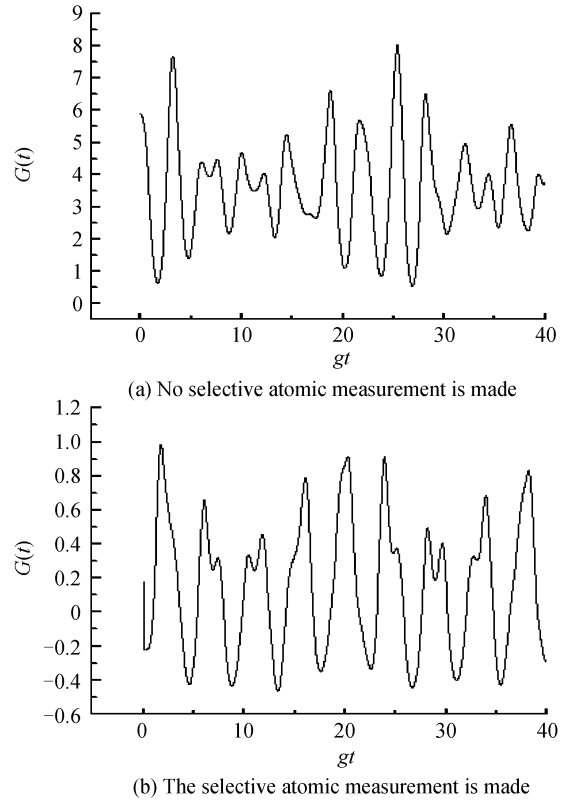


图 3 二阶关联函数 $G(t)$ 随时间的演化 $\sqrt{m_0}=0.5$
Fig. 3 Time evolution of the second-order correlation function $G(t)$

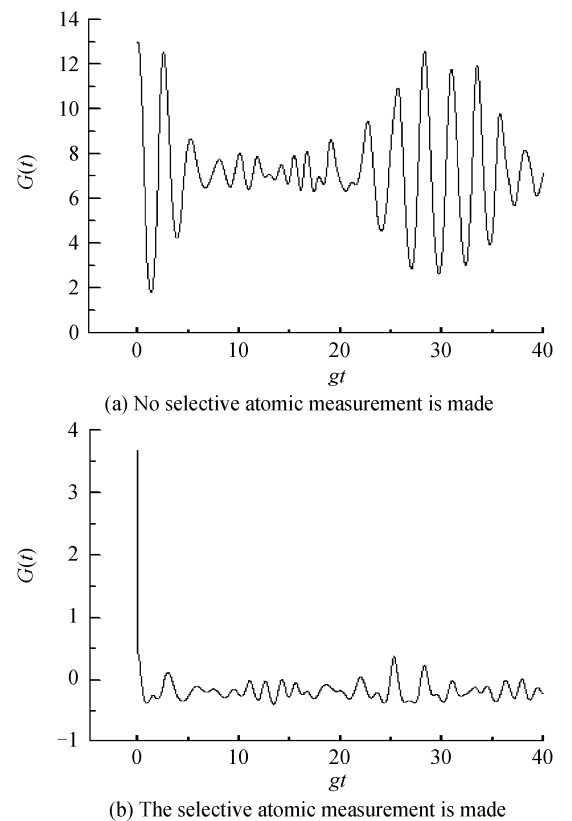


图 4 二阶关联函数 $G(t)$ 随时间的演化 $\sqrt{m_0}=1$
Fig. 4 Time evolution of the second-order correlation function $G(t)$

$G(t)$ 随时间的演化见图 3 和图 4. 图 3 和图 4 中(a)

图表示没有对原子进行选择测量时的计算结果, (b)图表示对原子进行选择测量后的计算结果. 从图 3 和图 4 可见:若没有采用选择原子测量方法,光场不出现反聚束效应;采用选择原子测量方法可使光场出现反聚束效应,并且随光场强度的增大,反聚束效应增强.另一方面,数值计算结果还表明:若测得原子处于低能态 $|f\rangle$,光场反聚束效应与测得原子处于低能态 $|g\rangle$ 的情况一致.可见采用选择原子测量方法,对腔外原子 1 进行选择测量可产生具有较强反聚束效应的非经典光场.

4 结论

本文考虑两个初始处于纠缠态的 Λ 型三能级原子,将其中一原子注入双模腔中与光场发生共振相互作用的情况.采用数值计算方法,研究了光场的压缩效应和反聚束效应,并对是否采用选择原子测量方法对腔外原子进行选择测量的结果进行比较.研究表明:采用选择原子测量方法,对腔外原子进行选择测量可实现光场压缩效应和反聚束效应的明显增强.

参考文献

- [1] ZHANG Chun-fa, WANG Chang-chun, WU Hai-bin, *et al.* Light squeezing in the system of coherent state interacting with two identical two-level atoms [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2004, **21**(6): 767-772.
张春发,王长春,吴海滨,等.相干态光场与两纠缠原子相互作用过程中光场的压缩效应[J].量子电子学报,2004,**21**(6): 767-772.
- [2] GU Qiao. Squeezing in a two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 1988, **37**(5): 751-759.
顾樵.双光子 Jaynes-Cummings 模型中的压缩[J].物理学报,1988,**37**(5): 751-759.
- [3] GUO Hong, PENG Jin-sheng. The relations of atomic dipole squeezing and two mode radiation field squeezing in a generalized two mode Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(2): 135-140.
郭红,彭金生.双模 Jaynes-Cummings 模型中原子偶极压缩与双模光场压缩间的关联[J].光学学报,1998,**18**(2):135-140.
- [4] ZHAN You-bang. Atomic Dipole squeezing in off-resonance two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 1994, **43**(6): 31.
詹佑邦.非共振双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的偶极压缩[J].物理学报,1994,**43**(6):31.
- [5] NIE Yi-you, LIU San-qiu, SHEN Shi-hua, *et al.* Atomic squeezing effects in a two-photon process under strong coherent field of initial state[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(11): 1066-1070.
聂义有,刘三秋,申世华,等.强场作用下二能级原子双光子过程中原子的压缩效应[J].光子学报,1999,**28**(11):1066-1070.
- [6] WANG Xiao-guang, YU Rong-jin, YU Hua. Antibunching effect in the time-dependent Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(4): 304-308.
王晓光,于荣金,于桦.依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应[J].光子学报,1998,**27**(4):304-308.
- [7] JAYNES E T, CUMMINGS F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theory with application to the beam maser[J]. *IEEE*, 1963, **51**(1): 89-109.
- [8] TIAN Yong-hong, PENG Jing-shan. Dipole squeezing effects of a three-level cascade atom interacting with a correlated two-mode field[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2000, **17**(3): 481.
田永红,彭金生.与关联双模辐射作用的级联三能级原子的偶极压缩效应[J].原子与分子物理学报,2000,**17**(3):481.
- [9] HUANG Chun-jia, HE Hui-yong, KONG Fan-zhi, *et al.* Evolution of the entropy of light field interacting with the V-type three-level atom via intensity-dependent coupling [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(8): 2539-2543.
黄春佳,贺慧勇,孔凡志,等.光场与 V 型三能级原子依赖强度耦合系统场熵的演化特性[J].物理学报,2004,**53**(8):2539-2543.
- [10] WANG Xian-cai, CAO Zhuo-liang. Photon antibunching effect in the system of two-mode entangled coherent states interacting with a moving V-type three-level atom [J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2007, **24**(4): 785-788.
汪贤才,曹卓良.双模光场与运动三能级原子作用系统的反聚束效应[J].原子与分子物理学报,2007,**24**(4):785-788.
- [11] ZHANG Shao-wu, SHI Du-fang. Photon antibunching in the interacting of a cascade three-level moving atom with field [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2003, **20**(4): 449-453.
张少武,是度芳.级联三能级运动原子与单模场相互作用系统中光子的反聚束效应[J].量子电子学报,2003,**20**(4):449-453.
- [12] NIE Yi-you, CHEN Ying, ZOU Dao-wen, *et al.* Atomic dipole squeezing effects in the interaction of a cascade three-level atom with strong coherent field of initial state[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(8): 913-918.
聂义有,陈莹,邹道文,等.强场与级联三能级原子相互作用中原子的偶极压缩效应[J].光子学报,2002,**31**(8):913-918.
- [13] GERRY C C, GHOSH H. Squeezing enhancement in the Jaynes-Cummings model via selective atomic measurements [J]. *Phys Lett A*, 1997, **229**(1): 17-22.
- [14] WU Huai-zhi, SU Wan-jun. Nonclassical properties in the resonant interaction of a three level Λ -type atom with two-mode field in coherent state[J]. *Chinese Physics*, 2007, **16**(1): 106-110.
- [15] ZHAN You-bang, ZHOU Ping. Properties of the field of the de-entangled state in the J-C model with Kerr-Like medium [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 1999, **16**(5): 398-405.
詹佑邦,周平. K 介质中 J-C 模型去纠缠态的场性质[J].量子电子学报,1999, **16**(5): 398-405.
- [16] YE Sai-yun. Measurement induced enhancement of squeezing in nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2006, **46**(6): 1065-1068.
- [17] ZHOU Yuan, ZHANG Ying-jie, XIA Yun-jie. Remote control of quantum statistical properties of light field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1122-1128.
周原,张英杰,夏云杰.远程控制光场的量子统计性质[J].光学学报,2007, **27**(6): 1122-1128.

Quantum Properties of the Field in the System of Λ -type Three-level Atom Interacting with Two-mode Coherent Light Field

LU Dao-ming

(*Department of Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China*)

Abstract: Considering two Λ -type three-level atoms initially in the entangled state, one atom is poured into the cavity and interacts with a two-mode cavity. The squeezing and antibunching effects of the field are investigated. The influences of the selective atomic measurement and the intensity of the coherent field, which interacts with atom on squeezing and antibunching effect of the field, are discussed. The results obtained by numerical calculations show that squeezing and antibunching effect of the field can be strengthened through selective atomic measurement for atom outside of the cavity.

Key words: Quantum optics; Selective atomic measurement; Λ -type three-level atom; Squeezing; Antibunching effects



LU Dao-ming was born in 1963 and received his M. S. degree from Nanjing University in 1988. Now he is a professor and his research interests focus on quantum optics.