

文章编号:1004-4213(2010)09-1621-6

# 非旋波近似下 $\Lambda$ 型三能级原子与相干态光场的量子纠缠\*

夏建平,任学藻<sup>†</sup>,丛红璐,姜道来,廖旭

(西南科技大学 理学院, 四川 绵阳 621010)

**摘 要:**在非旋波近似下,利用相干态正交化展开方法,对相干态光场与  $\Lambda$  型三能级原子相互作用的量子场熵进行了精确求解.利用量子熵理论讨论了耦合强度、平均光子数以及初始时刻原子处于不同的能级对量子纠缠的影响.数值计算的结果表明:当初始时刻原子处于激发态时,量子纠缠在较短的时间内就能演化到最大值,随着平均光子数的增大,纠缠演化的周期性逐渐明显;原子初始时刻处于三个能级的叠加态会使初始阶段量子纠缠显著降低;与旋波近似下的结果不同的是,随着耦合强度以及平均光子数的增加,非旋波项的贡献显著增强,使得量子纠缠演化曲线出现小锯齿状的振荡.

**关键词:**量子纠缠;相干态光场; $\Lambda$  型三能级原子

**中图分类号:**O431.2

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20103909.1621

## 0 引言

量子纠缠被认为是一种量子信息传送和处理的重要资源,它是量子通信和量子计算的重要组成部分<sup>[1]</sup>.在量子纠缠方面,冯诺依曼熵起着重要的作用.它首先被 Phoenix 和 Knight<sup>[2-3]</sup> 等人引入到量子光学领域.通过研究发现,熵在解释光场与原子的关联程度、光场与原子相互作用时所呈现的量子效应方面都显示出了很强的优越性,尤其人们发现可以利用熵来度量光场与原子之间的纠缠程度<sup>[4-5]</sup>.

Jaynes-Cummings 模型<sup>[6]</sup>是描述单模光场与二能级原子相互作用的最理想的模型,由于其在旋波近似下能够解析求解因而被广泛的应用.但是,随着实验条件和实验方法的提高,腔场与原子相互作用的耦合强度得到了显著的提高<sup>[7-8]</sup>,在这种情况下非旋波项不可忽略<sup>[9-10]</sup>.近年来人们发现,与二能级原子系统相比,三能级原子系统能够显示出更为全面的量子效应<sup>[11]</sup>,如电磁诱导透明<sup>[12]</sup>、玻色爱因斯坦凝聚<sup>[13]</sup>等.本文利用相干态正交化展开方法<sup>[14-17]</sup>,在非旋波近似下精确求解了  $\Lambda$  型三能级原子与相干态光场之间的量子纠缠,讨论了平均光子数、光场与原子之间的耦合强度以及原子初始时刻的态对量子纠缠的影响.

## 1 模型及求解

研究如图 1 所示的  $\Lambda$  型三能级原子<sup>[18]</sup>,原子的三个能级从下到上分别用  $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 、 $|3\rangle$  表示,其中能级  $|1\rangle$  与  $|2\rangle$  之间的跃迁是禁戒的.描述光场与原子

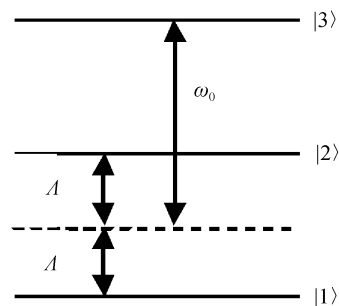


图 1  $\Lambda$  型三能级原子  
Fig. 1  $\Lambda$  type three-level atom

相互作用的哈密顿量在非旋波近似下可表示为(取  $\hbar = 1$ )

$$H' = H_f + H_a + H_I \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^\dagger a \quad (2)$$

$$H_a = \omega_1 |1\rangle\langle 1| + \omega_2 |2\rangle\langle 2| + \omega_3 |3\rangle\langle 3| \quad (3)$$

$$H_I = u(a + a^\dagger)(|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) + v(a + a^\dagger)(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) \quad (4)$$

式中,  $a^\dagger$  ( $a$ ) 为光场的产生(湮没)算符,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  和  $\omega_3$  分别是原子各个能级的本征频率,  $\omega_0$  为光子的频率,令  $u = g \sin \theta$  和  $v = g \cos \theta$  为光场与原子的耦合强度,(在下面的计算中取  $\theta = 45^\circ$ ),  $\Delta = \omega_0 - (\omega_3 - \omega_2) = (\omega_3 - \omega_1) - \omega_0$  为光子跃迁失谐量.系统的哈密顿量可以写成

\* 国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(10976025/A06)资助

<sup>†</sup> Tel: 0816-6089680

Email: rxz63@sohu.com

收稿日期: 2010-02-03

修回日期: 2010-04-21

$$H' = \begin{bmatrix} \omega_3 + \omega_0 a^+ a & v(a+a^+) & u(a+a^+) \\ v(a+a^+) & \omega_2 + \omega_0 a^+ a & 0 \\ u(a+a^+) & 0 & \omega_1 + \omega_0 a^+ a \end{bmatrix} \quad (5)$$

作  $SO(3)$  旋转变换, 可以使系统的哈密顿量对角化. 所以引入么正矩阵  $U$

$$U = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \cos \theta & \sqrt{2}/2 \sin \theta \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \cos \theta & \sqrt{2}/2 \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用么正变换  $H = U^{-1} H' U$  可以得到对角化的哈密顿量

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} + K_1 & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} + K_2 & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} + K_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中

$$K_1 = \omega_0 a^+ a + g(a+a^+)$$

$$K_2 = \omega_0 a^+ a - g(a+a^+)$$

$$K_3 = \omega_0 a^+ a$$

$$h_{11} = h_{22} = \frac{(\omega_3 + \omega_2 \cos^2 \theta + \omega_1 \sin^2 \theta)}{2}$$

$$h_{33} = \omega_2 \sin^2 \theta + \omega_1 \cos^2 \theta$$

$$h_{12} = h_{21} = \frac{(-\omega_3 + \omega_2 \cos^2 \theta + \omega_1 \sin^2 \theta)}{2}$$

$$h_{13} = h_{31} = h_{23} = h_{32} = \frac{-\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta (\omega_2 - \omega_1)}{2}$$

运用相干态正交化展开方法, 令系统的波函数为<sup>[19]</sup>

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A \\ \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B \\ \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n e^{-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N d_n \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^+)^n e^{\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N f_n \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0\rangle \end{bmatrix} \quad (8)$$

在这里利用了两个平移变换  $A = a + g/\omega_0$  和  $B = a - g/\omega_0$ <sup>[19-21]</sup>, 从而引入了新的玻色算符  $A(A^+)$  以及  $B(B^+)$ , 其中  $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$  是对应新的玻色算符的 Fock 态,  $|n\rangle$  是 Fock 态, 因此由  $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$  和  $|n\rangle$  构成了新的完备归一基. 将式(7)和式(8)代入薛定谔方程  $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$  后, 分别左乘  ${}_A\langle m|$ 、 ${}_B\langle m|$  和  $\langle m|$  得

$$(h_{11} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}) c_m + h_{12} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + h_{13} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E c_m \quad (9)$$

$$h_{21} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + (h_{22} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}) d_m + h_{23} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E d_m \quad (10)$$

$$h_{31} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + h_{32} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + (h_{33} + \omega_0 m) f_m \langle m|n\rangle = E f_m \quad (11)$$

式中

$${}_B\langle m|n\rangle_A = (-1)^m D_{mm} \left( \frac{2g}{\omega_0} \right),$$

$$\langle m|n\rangle_A = (-1)^m D_{mm} \left( \frac{g}{\omega_0} \right),$$

$${}_B\langle m|n\rangle = \langle m|n\rangle_A,$$

$${}_A\langle m|n\rangle = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_A,$$

$$\langle m|n\rangle_B = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_A,$$

$${}_A\langle m|n\rangle_B = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_A,$$

$$D_{mm} = \sum_{i=0}^{\min(m,n)} \frac{\sqrt{m! n!}}{i! (m-i)! (n-i)!} \cdot (-1)^{-i} x^{m+n-2i} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

$x = g/\omega_0$ . 通过求解式(9)、(10)和(11)组成的这  $3N+3$  个本征方程, 可以得到系统的本征波函数  $\{c_n^{(i)}\}$ 、 $\{d_n^{(i)}\}$  和  $\{f_n^{(i)}\}$  和能谱  $\{E^{(i)}\}$ .

假设初始时刻原子处于能级的叠加态  $C_a |1\rangle + C_b |2\rangle + C_c |3\rangle$ ,  $C_a$ 、 $C_b$  和  $C_c$  分别为各个能级的叠加系数, 而光场初始时刻处于相干态  $|\alpha\rangle = \exp(\alpha a^+ - \alpha^2/2)$ ,  $\bar{n} = \alpha^2$  为初始时刻光场的平均光子数. 那么如果原子初始时刻处于  $|3\rangle$  能级 ( $C_a = C_b = 0, C_c = 1$ ), 则初始时刻的波函数可以写为

$$|\Psi(0)\rangle = e^{\alpha a^+ - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle |3\rangle = e^{\alpha a^+ - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle (U_{11} |3'\rangle + U_{21} |2'\rangle + U_{31} |1'\rangle) = \sum_{i=0}^{3N} k_i \left[ \sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle) \right] \quad (12)$$

式中,  $|3'\rangle$ 、 $|2'\rangle$  和  $|1'\rangle$  是原子能级通过  $SO(3)$  旋转变换后得到的新的原子能级,  $U_{11}$ 、 $U_{21}$  和  $U_{31}$  是么正矩阵  $U$  的矩阵元. 通过式(12)可以得到

$$\sum_{i=1}^{3N+3} k_i c_m^{(i)} = U_{11} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{(g+\alpha\omega_0)^2}{2\omega_0^2}} \left( \alpha + \frac{g}{\omega_0} \right)^m \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{3N+3} k_i d_m^{(i)} = U_{21} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{(g-\alpha\omega_0)^2}{2\omega_0^2}} \left( \alpha - \frac{g}{\omega_0} \right)^m \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{3N+3} k_i f_m^{(i)} = U_{31} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \alpha^m \quad (15)$$

通过求解式(13)、(14)和(15)组成的非齐次线性方程组, 便可以得到  $\{k_i\}$ , ( $i = 1 \dots 3N+3$ ). 所以任意时刻的波函数可以写成

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=1}^{3N+3} k_i e^{-iE_i t} \left[ \sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle) \right] \quad (16)$$

## 2 量子纠缠

光场与原子之间的相互作用可以导致量子纠缠, 本文利用场(原子)熵来度量原子与光场相互作用

用时所产生的量子纠缠. 冯诺依曼熵被定义为  $S = -Tr\rho \ln\rho$ <sup>[3]</sup>, 其中  $\rho = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$  为系统的密度矩阵, 那么原子的约化密度矩阵

$$\rho_a = Tr_f |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| = \sum_{i,j=1}^{3N+3} k_j^* k_i e^{-i(E_i - E_j)t} \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{13}^* & \rho_{23}^* & \rho_{33} \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \sum_{m=0}^N c_m^{(i)} c_m^{(j)*} \\ \rho_{12} &= \sum_{n,m=0}^N c_n^{(i)} d_m^{(j)*} \langle m|n\rangle_A \\ \rho_{13} &= \sum_{n,m=0}^N c_n^{(i)} f_m^{(j)*} \langle m|n\rangle_A \\ \rho_{22} &= \sum_{m=0}^N d_m^{(i)} d_m^{(j)*} \\ \rho_{23} &= \sum_{n,m=0}^N d_n^{(i)} f_m^{(j)*} \langle m|n\rangle_B \\ \rho_{33} &= \sum_{m=0}^N f_m^{(i)} f_m^{(j)*} \end{aligned}$$

如果选择式(12)的初态, 则初始光场和原子均处于纯态, 那么光场与原子相互作用的整个系统的熵为零, 并且不随时间变化. 根据 Araki-Lieb<sup>[3]</sup> 不等式

$$|S_a - S_f| \leq S \leq |S_a + S_f| \quad (18)$$

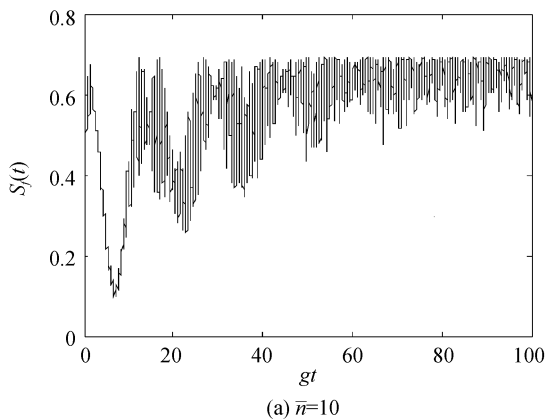
可知, 在  $t \geq 0$  的任意时刻, 光场与原子的熵相等. 因此可利用原子约化密度矩阵得到量子系统的场(原子)熵<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned} S_f(t) = S_a(t) &= -Tr\{\rho_a(t) \ln\rho_a(t)\} = \\ &= -\sum_k \lambda_k \ln\lambda_k \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $\lambda_k$ , ( $k=1, 2, 3$ ) 为原子约化密度矩阵的本征值. 通过数值计算就可以, 详细讨论相干态光场与  $\Lambda$  型三能级原子间的量子纠缠特性. 为讨论方便, 文中令  $\eta = \Delta/g = 0.05$ .

### 3 结果与讨论

图 2 为原子初始时刻处于  $|3\rangle$  能级 ( $C_a = C_b = 0$ ,



$C_c = 1$ ), 平均光子数  $\bar{n} = 25$ , 耦合强度取不同值时纠缠随时间的演化. 从图中可以明显的看到纠缠的演化具有周期性的振荡. 通过对比图 2(a) 和 (b) 可知, 纠缠演化的周期并不随耦合强度的增大而发生改变. 如图 2(a), 当耦合强度较小时  $\omega_0 = 500g$ , 纠缠演化的曲线较为光滑. 但当耦合强度  $\omega_0 = 100g$  时, 纠缠演化的曲线会出现小锯齿状的振荡, 如图 2(b). 这主要是非旋波项起的作用<sup>[14]</sup>, 说明了, 随着耦合强度的增大, 非旋波项的贡献显著增强.

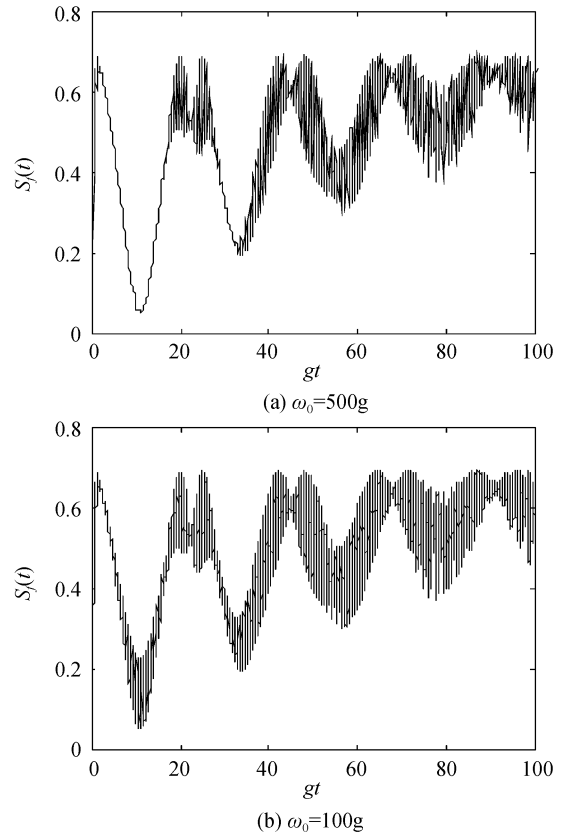
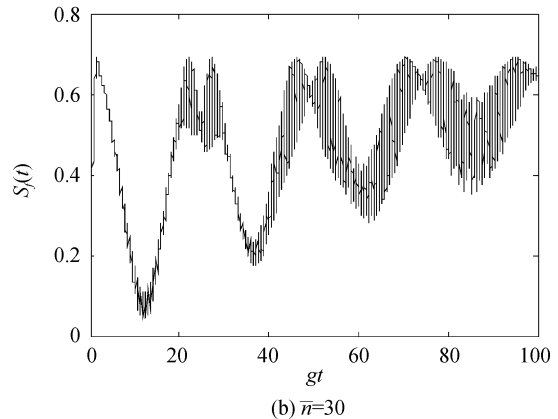


图 2 耦合强度取不同值时纠缠随时间的演化  
Fig. 2 Evolution of the entanglement for different coupling intensity

图 3 为当原子初始时刻处于  $|3\rangle$  能级, 耦合强度  $\omega_0 = 200g$ , 平均光子数  $\bar{n}$  取不同值时纠缠随时间的



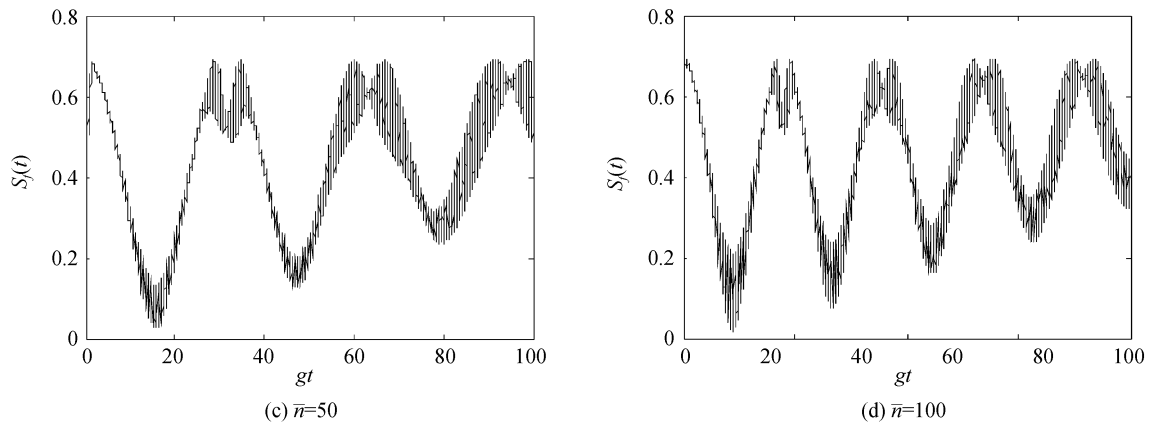


图3 原子初始时刻处于 $|3\rangle$ 能级,平均光子数取不同值时纠缠随时间的演化

Fig. 3 Evolution of the entanglement for different mean photon number when the atom is initially in the  $|3\rangle$  state

演化.如图3(a),当平均光子数 $\bar{n}=10$ 时,纠缠的振荡没有规则,但是平均值很大,说明了光场和原子之间的纠缠十分的强烈.从图3(b)~(d)可以看出,随着平均光子数 $\bar{n}$ 的增加,纠缠演化的周期性逐渐明显,而且演化的周期随着平均光子数 $\bar{n}$ 的增大而增大.从纠缠的演化图中可以看到,当原子初始时刻处于 $|3\rangle$ 能级时,光场和原子之间相互作用产生的纠缠在很短的时间就能从0演化到最大值(约为0.7).另外从图3中还可以发现,随着平均光子数 $\bar{n}$ 的增大,纠缠演化的曲线会出现小锯齿状的振荡.这同样是由于非旋波项的作用,说明了随着平均光子数的

增大非旋波项的贡献显著增强.

图4为当原子初始时刻处于三个能级的等权叠加态( $C_a=C_b=C_c=\sqrt{3}/3$ ),耦合强度 $\omega_0=200g$ ,平均光子数 $\bar{n}$ 取不同值时纠缠随时间的演化.对比图3和图4可以看到,原子初始时刻处于三个能级的叠加态导致了原子与光场在演化初始阶段的纠缠度显著降低(约为0.1),从图4中还可以看到,纠缠需要较长时间的演化才能达到最大值,并且达到最大值的时间随着平均光子数的增大而增加,纠缠一旦达到最大值就会始终保持在最大值附近演化下去.

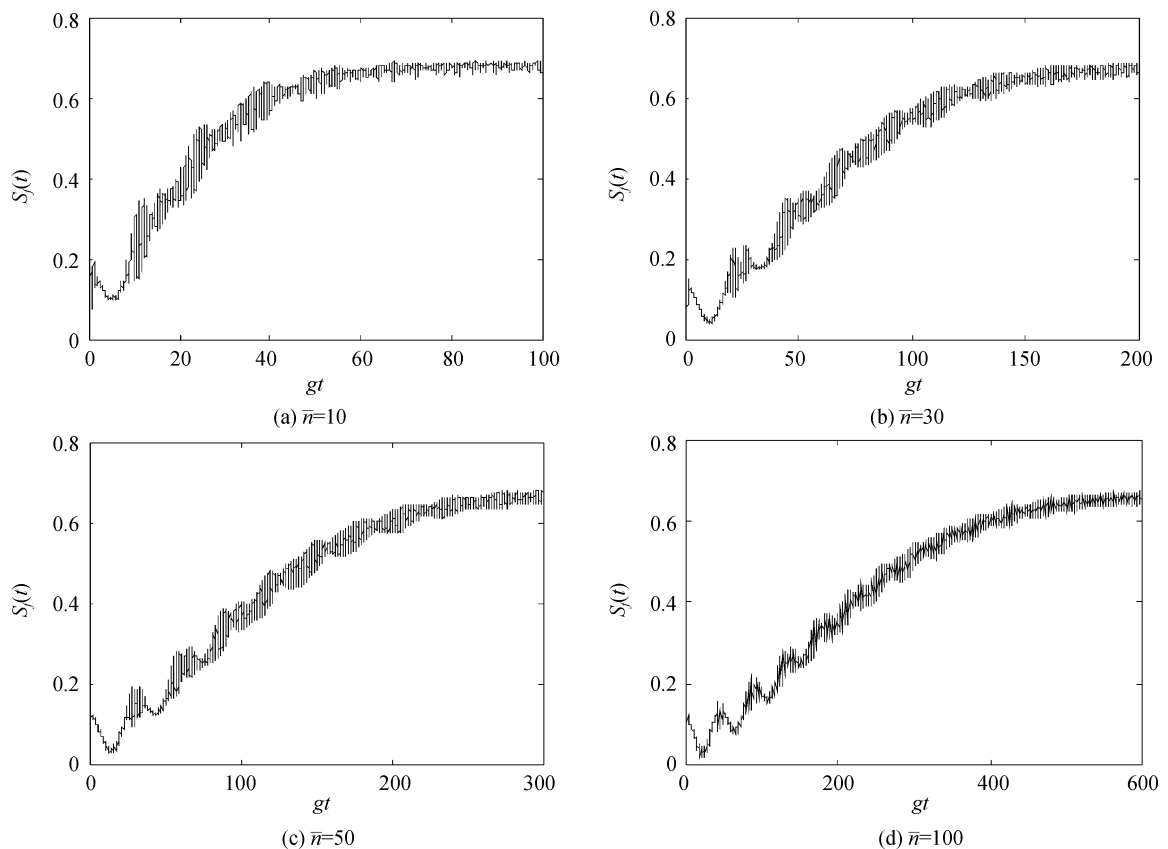


图4 原子初始时刻处于三个能级的叠加态,平均光子数取不同值时纠缠随时间的演化

Fig. 4 Evolution of the entanglement for different mean photon number when the atom is initially in all the three-level

另外对比图 3 和图 4 可以发现,由于原子初始时刻处于三个能级的叠加态,使得纠缠演化的周期性遭到了破坏.

## 4 结论

本文利用全量子理论,在非旋波近似下精确求解了相干态光场与  $\Lambda$  型三能级原子之间的量子纠缠.数值计算的结果表明了,耦合强度的变化对量子纠缠的周期没有影响,但是随着耦合强度的增大,非旋波项的贡献逐渐增强;原子初始时刻处于  $|3\rangle$  能级时,随着平均光子数的增大,纠缠演化的周期逐渐变长,同时非旋波项的贡献也随之增大,纠缠在较短的时间内就演化到最大值;当原子初始时刻处于三个能级的等权叠加态时,初始阶段的纠缠显著降低,并且随着平均光子数的增大,纠缠演化到达最大值的时间逐渐增加.

### 参考文献

- [1] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information [M]. London: Cambridge University Press, 2000: 571-572.
- [2] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Fluctuation and entropy in models of quantum optical resonance[J]. *Annals of Physics*, 1988, **186**(2): 381-407.
- [3] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cummings model[J]. *Phys Rev A*, 1991, **44**(9): 6023-6029.
- [4] OBADA A S F, AHMED M M A, FARAMAWY F K, *et al.* Entropy and entanglement of the nonlinear Jaynes-Cummings model[J]. *Chin J Phys*, 2004, **42**(1): 79-91.
- [5] HINES A P, DAWSON C M, McKENZIE R H, *et al.* Entanglement and bifurcations in Jahn-Teller models[J]. *Phys Rev A*, 2004, **70**(2): 022303.
- [6] JAYNES E T, CUMMINGS F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theory with application to the beam maser[C]. *IEEE*, 1963, **51**(1): 89-109.
- [7] IRISH E K, GEA-BANACLOCHE J, MARTIN I, *et al.* Dynamics of a two-level system strongly coupled to a high-frequency quantum oscillator[J]. *Phys Rev B*, 2006, **72**(19): 195410.
- [8] GUNTER G, ANAPPARA A A, HEES J, *et al.* Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction[J]. *Nature*, 2009, **458**(7235): 07838.
- [9] JIA Fei, XIE Shuang-yuan, YANG Ya-ping. Interaction of an atom with a field with varying frequency without rotating-wave approximation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(11): 5835-5841.  
贾飞,谢双媛,羊亚平.非旋波近似下频率变化的场与原子的相互作用[J]. *物理学报*, 2006, **55**(11): 5835-5841.
- [10] GAMBETTA J, BLAIS A, SCHUSTER D I, *et al.* Qubit-photon interactions in a cavity: Measurement-induced dephasing and number splitting[J]. *Phys Rev A*, 2006, **74**(4): 042318.
- [11] HU Yao-hua, FANG Mao-fa, LIAO Xiang-ping, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4631-4637.  
胡要花,方卯发,廖湘萍,等.二项式光场与级联三能级原子的量子纠缠[J]. *物理学报*, 2006, **55**(9): 4631-4637.
- [12] ZHANG Lian-Shui, LI Xiao-Li, WANG Jian, *et al.* Electro magnetically induced absorption and electro magnetically induced transparency in an optical-radio two-photon coupling configuration[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(8): 4921-4926.  
张连水,李晓莉,王健,等.光学-射频双光子耦合作用下的电磁诱导透明和电磁诱导吸收[J]. *物理学报*, 2008, **57**(8): 4921-4926.
- [13] FLEISCHHAUER M, OTTERBACH J, UNANYAN R G. Bose-Einstein condensation of stationary-light polaritons[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **101**(16): 163601-3.
- [14] REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, CONG Hong-lu, *et al.* Exact calculations of the energy spectra and the dynamical properties of a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(8): 5394-5399.  
任学藻,姜道来,丛红璐,等.精确计算非旋波近似下二能级系统的能谱和动力学性质[J]. *物理学报*, 2009, **58**(8): 5394-5399.
- [15] REN Xue-zao, LIAO Xu, HUANG Shu-wen, *et al.* Study of one-dimensional Holstein polaron in infinite lattice[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(4): 2680-2683.  
任学藻,廖旭,黄书文,等.有限格点一维 Holstein 极化子研究[J]. *物理学报*, 2009, **58**(8): 5394-5399.
- [16] REN Xue-zao, LIAO Xu, LIU Tao, *et al.* The influence of the electron and one pair of phonons interaction on Holstein polaron[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6): 2865-2870.  
任学藻,廖旭,刘涛,等.电子与双声子相互作用对 Holstein 极化子的影响[J]. *物理学报*, 2006, **55**(6): 2865-2870.
- [17] FAN Yun-xia, LIU Tao, FENG Mang, *et al.* Dynamics of Jaynes-Cummings model in the absence of rotating-wave approximation[J]. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(5): 781-786.
- [18] HARIBALA, SACHUERFU, YANG Rui-fang, *et al.* Quantum entanglement of the squeezed coherent state interacting with a  $\Lambda$ -type three-level atom [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7): 1846-1851.  
哈日巴拉,萨楚尔夫,杨瑞芳,等.压缩相干态与  $\Lambda$  型三能级原子相互作用的纠缠特性[J]. *光子学报*, 2009, **38**(7): 1846-1851.
- [19] CHEN Qing-hu, ZHANG Yu-yu, LIU Tao, *et al.* Numerically exact solution to the finite-size Dicke model[J]. *Phys Rev A*, 2008, **78**(5): 051801.
- [20] LIU Tao, WANG Ke-Lin, FENG Mang. Lower ground state due to counter-rotating wave interaction in a trapped ion system[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2007, **40**(11): 1967-1974.
- [21] LIU Tao, ZHANG Yu-yu, CHEN Qing-hu, *et al.* Large-N scaling behavior of the ground-state energy, fidelity, and the order parameter in the Dicke model [J]. *Phys Rev A*, 2009, **80**(2): 023801.

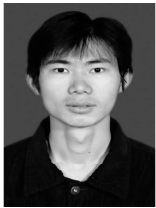
## Quantum Entanglement of the Coherent State Field Interacting with a $\Lambda$ Type Three-level Atom Without Rotating Wave Approximation

XIA Jian-ping, REN Xue-zao, CONG Hong-lu, JIANG Dao-lai, LIAO Xu

(School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China)

**Abstract:** Applying the method of coherent-state orthogonalization expansion, the quantum entropy of the coherent state light field interacting with a  $\Lambda$  type three level atom is calculated accurately without rotating wave approximation. The influences of the couplings, mean photon number and the atom in different levels at the initial time on quantum entanglement are studied via quantum entropy theory. The results obtained from using the numerical method show that when atom is initially in the excited state, the entanglement reaches the maximum value in a short time, with the increase of the mean photon number, the period of entanglement evolution becomes clearly. The degrees of entanglement in a short time become lower due to the atom is initially in the superposition state of all three levels. Compared with the results of using the method of rotating wave approximation, the contribution of the without rotating wave approximation terms increase notably and the quantum entanglement curves displays small zigzag-shaped oscillation, with the increasing of couplings and mean photon number.

**Key words:** Quantum entanglement; Coherent state field;  $\Lambda$  type three-level atom



**XIA Jian-ping** was born in 1985. Now he is working for the M. S. degree and his research interests focus on condensed matter physics.



**REN Xue-zao** was born in 1963. Now he is a professor at Southwest University of Science and Technology, and his research interests quantum optics and condensed matter physics.