文章编号:1004-4213(2010)08-1481-6

光波 p 分量在单轴晶体表面反射和折射的相位特性*

万玲玉1,谷巍1,班卫华1,刘立人2

(1 广西大学 物理科学与工程技术学院,南宁 530004)

(2 中国科学院上海光学精密机械研究所 中国科学院空间激光通信及检验技术重点实验室,上海 2018002)

摘 要:根据单轴晶体的双折射和双反射性质,通过数值计算研究了光轴在入射面内并与晶体界面成任意角时光波 p 分量在单轴晶体表面反射和折射的相位特性.结果表明,光轴取向对相位变化有较大影响,光从光疏各向同性介质射入单轴晶体时,光轴方向改变反射光 p 分量的相位突变点,但 对折射光 p 分量相位无影响.光从光密各向同性介质射入单轴晶体未发生全反射时,光轴方向同时 影响 p 分量反射光和折射光的相位突变;发生全反射后,光轴方向影响反射光 p 分量的相位变化曲 线.从单轴晶体出射到光疏各向同性介质未发生全反射时,光轴方向改变反射光 p 分量的相位跃变 规律,折射光 p 分量在光轴方向和晶面成小角度时在布儒斯特角附近发生相位突变;发生全反射 后,反射光 p 分量的相位变化曲线随光轴方向的改变发生较大变化.

关键词:物理光学;单轴晶体;反射;折射;相位特性

中图分类号:O436.4 文献标识码:A

0 引言

光波在各向同性介质界面反射和折射的相位特 性由人们所熟悉的菲涅耳公式[1-2]确定,当光在各向 异性介质表面反射和折射时,原有的公式只适用于 寻常偏振光,即光波中的垂直偏振分量 s 分量,在考 虑非常偏振光即光波中的平行偏振分量p分量在晶 体表面反射和折射的相位变化时,原有的公式不再 适用,需进行修正^[3].尽管人们对光波在晶体界面的 反射和折射已做了很多工作,但大部分都是针对振 幅和反射率的研究,对光波 p 分量在晶体界面反射 和折射的相位变化并没有详尽的分析. Wooten^[4-5] 分析了光从空气入射到晶体时三种特殊情况下(包 括光轴垂直入射面、光轴垂直界面和光轴在入射面 内并平行界面)的反射率,Fuzi^[6]等人研究了从各向 同性介质射入单轴晶体时反射光的偏振转换特性及 反射率,宋哲^[9]等人分析了光轴在入射面内与界面 成任意角度时,非常偏振光从各向同性介质入射到 单轴晶体和从单轴晶体出射到各向同性介质两种情 况下的反射率特性,但对相位特性都未作研究,本文 在上述研究工作的基础上,研究光轴在入射面内时 任意角度下光波 p 分量在单轴晶体界面反射和折射

*国家自然科学基金(10964001)和中国科学院空间激光通 信及检验技术重点实验室开放课题资助

 Tel:0771-3227133
 Email:wanlingyu75@126.com

 收稿日期:2009-11-26
 修回日期:2010-01-06

的相位变化特性.

1 光从各向同性介质入射到单轴晶体

doi:10.3788/gzxb20103908.1481

考虑图 1 的界面反射和折射,光从各向同性介 质射入单轴晶体,晶体光轴在入射面内与界面成 θ 角,其中 K_1 、 K_2 分别为入射波矢、反射波矢、和折 射波矢, E_1 、 E_1 、 E_2 , H_1 、 H_2 分别为入射波、反射 波和折射波的电场矢量和磁场矢量.



图 1 光从各向同性介质入射到晶体中时 **E**和 **H** 矢量关系图 Fig. 1 Vector relation of **E** and **H** when light is incident from an isotropic medium upon a crystal

根据麦克斯韦方程组和电磁场边值关系推导出 的光波 p 分量的反射系数和透射系数为^[9]

$$r_{\rm e} = \frac{\sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \alpha - \cos (\theta_{2k} + \alpha) \sin \theta_{2k}}{\sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \alpha + \cos (\theta_{2k} + \alpha) \sin \theta_{2k}}$$
(1a)

$$t_{e} = \frac{2\cos\theta_{1}\sin\theta_{2k}}{\sin\theta_{1}\cos\theta_{1}\cos\alpha + \cos(\theta_{2k} + \alpha)\sin\theta_{2k}}$$
(1b)
其相应的相位变化函数为

(2b)

$$\phi_r = \arg r_{\rm e} \tag{2a}$$

$$\phi_t = \arg t_e$$

式中,

$$\tan \theta_{2k} = \frac{2(n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta)}{(n_e^2 - n_o^2)\sin 2\theta + 2n_o n_e \sqrt{\frac{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta}{n_1^2 \sin^2 \theta_1}} - 1}$$
(3)

$$\tan \alpha = \left(\frac{n_o^2}{n_e^2} - 1\right) \frac{\operatorname{ctan}\left(\theta - \theta_{2k}\right)}{1 + \frac{n_o^2}{n^2} \operatorname{ctg}^2\left(\theta - \theta_{2k}\right)}$$
(4)

式中, θ_1 为入射光线与界面法线之间的夹角即入射 角, θ_2 ,为 e 光传播光线和界面法线之间的夹角,定义 为 e 光折射角, θ_{2k} 为折射波矢 k_2 与界面法线的夹 角, θ 为光轴与界面的夹角. n_1 是各向同性介质的折 射率, n_0 、 n_e 分别为晶体中 o、e 光的主折射率, n_{2k} 是 晶体中 e 光折射波矢的折射率, α 为 o、e 光传播方向 之间的偏离角.

光从光疏各向同性介质射入晶体时,不同 θ 下, 数值计算的光波 p 分量在空气-方解石界面反射和 折射的相位变化如图 2 和图 3. 从图中可看出,光从 空气入射到方解石晶体,反射光 p 分量的相位变化 和各向同性界面反射的特性类似,入射角等于布儒 斯特角时发生 π 的相位突变,但不同的是,相位跃变 点 和θ有关,在0°~90°的范围内随θ的增大而增



图 2 光从空气入射到方解石晶体反射光 p 分量的相位变化 Fig. 2 Phase variation of p-polarized reflecting light





图 3 光从空气入射到方解石晶体折射光 p 分量的相位变化 Fig. 3 Phase variation of p-polarized refracting light

when light is incident from air upon a calcite crystal 大. 对于透射光,相位变化和各向同性介质中的情况 一致,都为 0,和 θ 无关.

光从光密各向同性介质射入晶体时,分入射角 小于和大于全反射角两种情况.当入射角小于全反 射角时,数值计算的不同下光波 p 分量在重火石玻 璃(n_1 =1.7398)-方解石界面反射和折射的相位变 化如图4和图5.对于确定 θ 的晶体,相位变化特性 和各向同性介质界面反射的相同,原为 π ,入射角大 于等于布儒斯特角后变为0,但不同 θ 下对应的全 反射角不同,布儒斯特角也不同,因此不同 θ 时相位



图 4 光波从重火石玻璃(n₁=1.7398)入射到方解石晶体 反射光 p 分量的相位变化(入射角小于全反射角)

Fig. 4 Phase variation of p-polarized reflecting light when light is incident from heavy flint glass $(n_1 = 1, 7398)$ upon a calcite crystal



图 5 光波从重火石玻璃(n1=1.7398)入射到方解石晶体折射光 p 分量的相位变化

(5)

Fig. 5 Phase variation of p-polarized refracting light when light is incident from heavy flint glass $(n_1 = 1, 739 \ 8)$ upon a calcite crystal

突变点不同.对于折射光,在临界角附近发生相位突 变,相位突变点也和 θ 相关.

当入射角大于全反射角后,只剩反射光,计算得 反射光 p 分量的相位变化函数为

 $n_1 \sin \theta_1$

 n_{2k}

 $\phi_r = 2 \arctan$

• sin θ_{2k}

由式(5)计算得光波 p 分量在重火石玻璃(n_1 = 1.739 8)-方解石晶体界面反射的相位变化如图 6 所示,相位随入射角的增大而逐渐变大,但 θ 不同变 化的规律不同, θ 小于 20°时,除了邻近临界角的入 射光外,相位随入射角的增大几乎成线性增加, θ 大 于 30°后,以不同的非线性规律增大.





Fig. 6 Phase variation of p-polarized reflecting light when light is incident from heavy flint glass $(n_1 = 1.739 \ 8)$ upon a calcite crystal

2 光从单轴晶体出射到各向同性介质

当光从单轴晶体出射到各向同性介质时,考虑 如图 7 所示的界面反射和折射,此时入射光和反射 光的波矢量与光线矢量均不重合,设入射光波矢 k_1 与光线矢量 s_1 间的离散角为 α ,反射光波矢 k'_1 与光 线矢量 s'_1 间的离散角为 α' ,光波入射角为 θ_{1k} 、反射 角为 θ'_{1k} ,光线入射角为 θ_{1s} 、反射角为 θ'_{1s} , n_{1k} 表示入 射光波折射率, n_{1k} 表示反射光波折射率, n_2 表示各向同性介质折射率, θ_2 表示折射角,光轴与界面成 θ 角.



图 7 光从晶体出射到各向同性介质中时 E 和 H 矢量关系图 Fig. 7 Vector relation of E and H when light is incident from a crystal upon an isotropic medium

该情况下,p分量的反射系数和透射系数为^[9]

$$r_{e} = \frac{\cos \theta_{1s} \sin \theta_{1k} \sin \theta_{1k} - \sin \theta_{1k} \sin \theta_{2} \cos \theta_{2} \cos \alpha}{\cos (\theta_{1k} + \alpha') \sin \theta_{1k} \sin \theta_{1k} + \sin \theta_{1k} \sin \theta_{2} \cos \theta_{2} \cos \alpha'}$$
(6)

$$t_{e} = \frac{\cos \theta_{1s} \sin \theta_{1k} \sin \theta_{2} \cos \alpha' + \sin \theta_{1k} \sin \theta_{2} \cos \alpha \cos (\theta_{1k} + \alpha')}{\cos (\theta_{1k} + \alpha') \sin \theta_{1k} \sin \theta_{2k} \sin \theta_{2k} \sin \theta_{2k} \sin \theta_{2k} \cos \theta_{2k} \cos \alpha'}$$

$$\tan \left(\theta - \theta_{1k}\right) = \frac{n_o^2}{n_e^2} \tan \left(\theta - \theta_{1s}\right) \tag{8}$$

$$\tan \alpha = \left(1 - \frac{n_{\rm o}^2}{n_{\rm e}^2}\right) \frac{\operatorname{ctg}\left(\theta - \theta_{1k}\right)}{1 + \frac{n_{\rm o}^2}{n_{\rm e}^2} \operatorname{ctg}^2\left(\theta - \theta_{1k}\right)}$$
(9)

$$n_{1k} = \frac{n_{o}n_{e}}{\sqrt{n_{o}^{2}\cos^{2}(\theta - \theta_{1k}) + n_{e}^{2}\sin^{2}(\theta - \theta_{1k})}}$$
(10)
$$\tan \theta_{1k} = \pm \frac{2(n_{o}^{2}\cos^{2}\theta + n_{e}^{2}\sin^{2}\theta)}{\sqrt{n_{e}^{2}\cos^{2}\theta + n_{e}^{2}\sin^{2}\theta}}$$

$$(n_{\rm o}^2 - n_{\rm e}^2) \sin 2\theta + 2n_{\rm o}n_{\rm e} \sqrt{\frac{n_{\rm o}^2 \cos^2 \theta + n_{\rm e}^2 \sin^2 \theta}{n_{\rm lk}^2 \sin^2 \theta_{\rm lk}}} - 1$$
(11)

$$\tan \alpha' = \left(1 - \frac{n_{\rm o}^2}{n_{\rm e}^2}\right) \frac{\operatorname{ctg} (\theta + \dot{\theta_{1k}})}{1 + \frac{n_{\rm o}^2}{n_{\rm e}^2} \operatorname{ctg}^2 (\theta + \dot{\theta_{1k}})}$$
(12)

当光线正入射或近正入射时,如出现光波法线与光 线将在界面法线的两侧的情况,即 $\theta_{1k} < 0$,则式(11) 中的 θ_{1k} 取负值,其余情况取正号.

入射角 θ₁,小于全反射角时,相位变化函数由公式(2)确定,θ₁,大于临界角发生全反射后,相位变化 函数变为

$$\phi_r = \phi_{r1} + \phi_{r2} \tag{13a}$$

$$\phi_{r1} = \operatorname{arcot} \left[\frac{\frac{n_{1k}}{n_2} \sqrt{\frac{n_{1k}^2 \sin^2 \theta_{1k}}{n_2^2} - 1 \cdot \cos \alpha}}{\frac{n_2 \cos \theta_r}{n_1 \cos \theta_r}} \right]$$
(13b)

$$\phi_{r1} = \operatorname{arcot} \left(\frac{\frac{n_{1k}}{n_2} \cdot \sin \theta_{1k} \sqrt{\frac{n_{1k}^2 \sin^2 \theta_{1k}}{n_2^2} - 1} \cdot \cos \alpha}{n_2 \cos (\theta_{1k} + \alpha) \cdot \sin \theta_{1k}} \right) (13c)$$

图 8-10 给出了光波从方解石晶体出射到空气 时反射光和折射光 p 分量的相位变化曲线,从图中 可看出,无论是入射角小于还是大于全反射角,其相 位变化都和在各向同性界面的反射和折射不同,且



(7)

图 8 光波从方解石晶体入射到空气反射光 p 分量的相位变化 Fig. 8 Phase variation of p-polarized reflecting light when light is incident from a calcite crystal upon air

180

160

 $\theta = 0^{\circ}$

θ=9°

o

180

160





图 10 光波从方解石晶体入射到空气反射光 p 分量的相位变化

Fig. 10 Phase variation of p-polarized reflecting light when light is incident from a calcite crystal upon air

和θ密切相关.入射角小于全反射角时,反射光 p分 量的相位在 0 和 π 间跃变, θ 不同相位跃变规律不 同.当θ为小角度时,折射光p分量在布儒斯特角附 近有相位突变.发生全反射后,反射光p分量的相位 变化曲线随 θ 的增加而变化显著. θ 小于 27°时, 不 同θ下的相位变化曲线和各向同性界面反射的类 $(U, \theta$ 大于 27°后, 不同 θ 下的相位变化曲线迥异.

3 结论

在需要了解相位性质的光器件系统中,光波在 器件表面反射和折射的相位异常是影响相位性能的 一个重要因素,本文根据双折射和双反射性质,研究 了光波从各向同性介质射入单轴晶体和从单轴晶体 出射到各向同性介质两种情况下,光轴在入射面内 并与晶体界面成任意角时,光波 p 分量在单轴晶体 表面反射、折射的相位特性.研究表明,从各向同性 介质射入单轴晶体时,如果各向同性介质相对晶体 为光疏媒质,反射光 p 分量的相位变化曲线和光轴 方向有关,但对于确定光轴方向的晶面,相位变化规 律和光在各向同性介质表面的反射一样,只是光轴 方向不同,相位突变点不同,折射光p分量的相位无 变化且和光轴方向无关,和在各向同性介质表面折 射的变化相同.如果各向同性介质相对晶体为光密 媒质,入射角小于全反射角时,反射光 p 分量的相位 变化和各向同性介质为光疏媒质的情况一样,但折 射光 p 分量在临界角附近有相位突变,入射角大于 临界角后,反射光 p 分量随光轴方向的改变有不同 的相位变化曲线.从单轴晶体出射到光疏各向同性 介质且入射角小于全反射角时,反射光 p 分量的相 位在 0~π间跃变,光轴方向不同跃变规律不同,折 射光 p 分量在光轴方向和晶面成小角度时在布儒斯 特角附近有相位突变,其余情况为 0,入射角大于全 反射角后,反射光 p 分量的相位变化曲线随光轴方 向的改变发生较大的变化.研究结果对充分认识光 波在单轴晶体表面反射和折射的光学特性有一定实 际意义.

参考文献

- [1] 梁铨廷,物理光学[M].北京:机械工业出版社,1987.
- [2] BORN M, WOLF E. Principles of optics [M]. 7th. ed. Cambridge:Cambridge University Press, 1999.
- [3] WEN JING, ZUO Chun-ying. Fresnel formula of plane wave in anisotropic crystals [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29 (7): 2000-2005.

温静,左春英.平面波在各向异性晶体中的菲涅耳公式[J].光 学学报,2009,29(7):2000-2005.

- [4] MOSTELLER L P, Wooten F. Optical properties and reflectance of uniaxial absorbing crystals [J]. JOSA, 1968, 58 (4):511-518.
- [5] WOOTEN F. Reflectivity of uniaxial absorbing crystals[J]. *Appl Opt*, 1984, **23**(23): 4226-4227.
- [6] YANG F, SAMBLES J R. Optical characterization of a uniaxial material by the polarization-conversion reflectivity technique [J]. JOSA B, 1994, 11(4): 605-617.
- [7] SHEN Wei-min, SHAO Zhong-xing. Dispersion between ordinary ray and extraordinary ray in uniaxial crystals for any orientation of optical axis [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22 (6):765-768.
 沈为民,邵中兴. 单轴晶体中光轴任意取向时寻常光与非常光 间的离散[J]. 光学学报,2002,22(6):765-768.
- [8] REN Hai-xia, LIU Li-ren, SONG Zhe, et al. Double refraction and reflection of sequential interfaces in a crystal: the optic axis orientation arbitrary [J]. Acta Photonica Sinica, 2004, 33 (11):1397-1400.
 任海霞,刘立人,宋哲,等. 光轴方向任意的晶体连续双折射双
- 反射[J]. 光子学报,2004,**33**(11):1397-1400. [9] SONG Zhe, LIU Li-ren, ZHOU Yu, *et al.* Reflection and transmission of extraordinary beam at uniaxial crystal surfaces [J]. *Acta Optica Sinica*,2004,**24**(12):1701-1704. 宋哲,刘立人,周煜等. 非常偏振光在单轴晶体表面的反射-透射研究[J]. 光学学报,2004,**24**(12):1701-1704.

Phase Characteristics of p-polarized Light Reflecting and Refracting at the Uniaxial Crystal Surfaces

WAN Ling-yu¹, GU Wei¹, BAN Wei-hua¹, LIU li-ren²

(1 College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning 530004, China)
(2 Key Laboratory of Space Laser Communication and Testing Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract: Based on the phenomena of double refraction and double reflection in crystals, phase characteristics of p-polarized light reflecting and refracting at the boundary between an isotropic and a uniaxial crystal are studied by numerical evaluation. Results show that the direction of optical axis has important influence on phase properties. When light is incident from an optically thinner isotropic medium upon a crystal, the direction of optical axis affects the phase shift of reflected p-polarization light but has no effect on the phase of refracted light. When light is incident from an optically denser isotropic medium upon a crystal with the incident angle less than angle of total reflection, the direction of optic axis affects both the phase shift of reflected and refracted p-polarization light. If the incident angle is larger than critical angle, the optical axis has influence on the curve of phase change of reflected p-polarization light. For the case of light enters into an optically thinner isotropic medium from a crystal with the incident angle less than angle of total reflection, the direction light. For the case of light enters into an optically thinner isotropic medium from a crystal with the incident angle less than angle of total reflection, the direction of optical axis will change the way of phase shift of reflected p-polarization light. And the refracted p-polarization light undergoes a phase shift near the Brewster's angle when the angle between the optical axis and crystal boundary is small. After the incident light is reflected totally, the curve of phase change of reflected p-polarization light varies with the direction of optical axis. **Key words**; Physical optics; Uniaxial crystal; Reflection; Refraction; Phase characteristic



WAN Ling-yu was born in 1975. She received Ph. D. degree from Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, in 2005. Now, she is an associate professor at Guangxi University, and her research interests focus on free space laser communication, crystal optics and diffraction optics.