

文章编号:1004-4213(2010)08-1461-5

# 变形镜像差拟合能力的有限元仿真<sup>\*</sup>

周超<sup>1,2</sup>, 杨洪波<sup>1</sup>, 王富国<sup>1</sup>, 林旭东<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘要:**为了研究变形镜对于 Zernike 多项式像差模式的拟合能力, 利用有限元仿真方法, 建立了两种不同单元排布方式的变形镜有限元模型. 通过给促动器施加理论位移, 进行了仿真分析. 结果指出了不同的促动器排布方式与像差拟合能力之间的关系, 同时表明 57 点促动器密布的排列方式已经能校正像差到  $\lambda/20$  甚至更小, 验证了促动器对变形镜“印透效应”等的影响.

**关键词:**变形反射镜; 有限元法; 像差拟合

**中图分类号:** O436; TB133

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3788/gzxb20103908.1461

## 0 引言

自适应光学系统通过实时探测和校正波前相位畸变来减弱大气湍流的有害影响, 提高光束穿过湍流大气后的光束质量, 主要应用于天文观测和激光大气传输领域<sup>[1]</sup>. 变形反射镜作为自适应光学技术的关键器件, 主要用于光学系统中校正系统自身或外部各种因素对光束造成的静态以及动态的波前误差. 其特点是在外加力作用下以高分辨率快速实现光学镜面形变化, 从而改变光束波前相位, 使系统成为能动可控的光学系统, 并具有高精度(分辨率为纳米级)、高速度(响应时间为毫秒级)、高频响应( $>5\text{kHz}$ )等特性<sup>[2-3]</sup>, 已广泛应用于国内外的多个自适应光学系统.

变形反射镜对不同像差模式的拟合能力代表了它对该像差模式的补偿能力, 采用由 Zernike 多项式像差模式计算出的变形反射镜标准面形与拟合像差模式形成的面形之差产生的残余面形的均方根值(Root Mean Square, RMS)来评价变形反射镜对各种像差模式的拟合能力. 通过有限元仿真软件对变形反射镜进行拟合像差的模拟计算, 可以对变形反射镜的拟合能力和应力分布等有较清楚的认识<sup>[4]</sup>.

国外在自适应光学方面起步较早, 很多现代地基大口径光电望远镜, 如欧南台的超大型望远镜(Very Large Telescope, VLT)等, 都采用了自适应光学系统. 但国外文献中对变形镜像差拟合方面具体的报道较少, 没有详细的算法和结果. 中国科学院

力学研究所的严海星、李树山、陈涉等在自适应光学系统的静态、动态数值模拟方面做了不少工作<sup>[5-6]</sup>, 中国科学院光电技术研究所则多以控制理论的解析分析为基础. 本文引用的文献中也有人通过把有限元手段和相差结合起来研究变形镜的拟合能力, 但没有具体考虑到“印透效应”等的影响因素.

本文利用位移型压电陶瓷促动器对变形镜进行镜面面型控制和校正. 选用的 PZT 促动器最大行程为  $7\ \mu\text{m}$ . 每个促动器与镜子接触的面积:  $3 \times 2\ \text{mm}^2$ . 建立了直径为  $50\ \text{mm}$ , 镜厚比高达  $50:1$  的平面镜变形镜, 材料 K4 玻璃. 在镜面上合理的布置促动器的位置, 对镜子建立有限元模型, 在镜面获取一系列节点. 通过 Zernike 多项式像差模式给镜面面型任意一像差表达式, 计算出镜面所有节点的理论位移值, 得出标准面型. 把促动器位置处节点的理论位移值施加到有限元模型上进行分析, 通过有限元仿真得出所有节点的仿真位移值, 重新拟合面型. 对两组面型进行对比, 其残余 RMS 值小于要求数值时, 本文认为其排列方式可行. 这时当变形镜出现某一面型时, 可以通过对促动器施加相反方向的位移量使其变平.

## 1 变形镜有限元模型的建立

变形镜的驱动单元通常有环形、正三角形、正方形、正六边形等几种排布方式. 环形子孔径布局的探测性能在低阶像差上与方型子孔径布局的探测能力相近, 但其波前重构准确度比方型布局的重构准确度差. 而在方形布局中, 又以正三角形布局和正方形布局是校正能力较强也最常采用的两种<sup>[7-8]</sup>. 根据本文的圆形变形镜和矩形促动器的特点, 选择促动器在镜子背面矩形排列方式. 促动器编号方式: 对整个

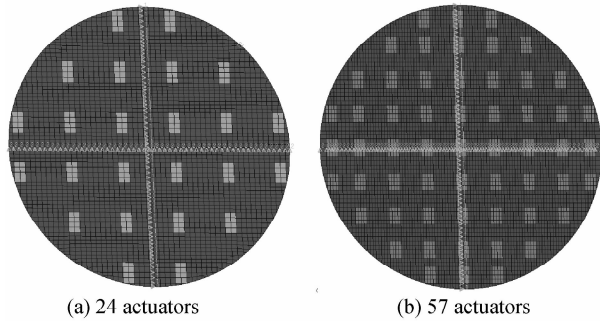
<sup>\*</sup> 中国科学院三期创新项目和长春光机所创新重点支撑项目资助

Tel: 0431-86176234 Email: zhouchaociomp@163.com

收稿日期: 2009-11-06

修回日期: 2010-02-03

镜面,左上角促动器编号为 1,然后从左到右,从上到下依次编号为 2、3、4…。其排列方式如图 1 中亮区所示,亮区代表促动器位置和截面大小。



(a) 24 actuators

(b) 57 actuators

图 1 24 和 57 促动器排列

Fig. 1 Arrangement of 24 and 57 actuators

变形反射镜镜面的形状主要由镜面和驱动器的物理参量、驱动器数量和驱动器位置共同决定。针对 24 单元和 57 单元两组不同数量的促动器排布方式,采用壳单元对变形镜进行网格划分,建立了如图 1(a)、(b)所示的两个有限元模型。图 1(a)中间  $4 \times 4$  排列促动器间隔大约 9 mm,图 1(b)中间矩形排列的促动器间隔 6 mm。采用对称约束在两个方向上分别约束镜面的 X 向和 Y 向,在促动器位置处 Z 向给理论位移值。分在不同的工况下进行了分析,得出一系列镜面节点的变形情况。

## 2 变形反射镜拟合低阶像差模式的仿真

Zernike 多项式与像差有对应关系(如表 1)。本文中圆形镜面也适用 Zernike 多项式来描述。因此根据 Zernike 多项式像差模式来给出任意的面型值。波前误差可分解为 Zernike 多项式的单独项(如

表 1 部分 Zernike 多项式和像差的对应关系

Table 1 Relationship between partial Zernike polynomial and aberration

Coefficient $A_i$	$Z_i(x, y)$	Aberration
$A_1$	1	Piston
$A_2$	$y$	Tilt-X
$A_3$	$x$	Tilt-Y
$A_4$	$2(x^2 + y^2) - 1$	Focus
$A_5$	$y^2 - x^2$	Pri Astig. -X
$A_6$	$2xy$	Pri Astig. -Y
$A_7$	$-2y + 3y^3 + 3x^2y$	Pri Coma -X
$A_8$	$-2x + 3xy^2 + 3x^3$	Pri Coma -Y
$A_9$	$1 - 6y^2 - 6x^2 + 6y^4 + 12y^2x^2 + 6x^4$	Pri Spherical
$A_{10}$	$y^3 - 3x^2y$	Pri Trefoil-X
...	...	...

倾斜、象散、球差、慧差等),由于支撑镜面的驱动器数目有限,对各个象差模式来讲都存在拟合误差,镜面无法完全地补偿畸变波前,可用 Zernike 多项式的最小二乘法拟合变形表面来评价光学像质<sup>[9]</sup>。其前三项平移和倾斜(两个方向)可以很容易的校正,因此本文通过从第四项离焦开始考察来分析两种促动器排列方式的校正能力。

Zernike 多项式的第四项为  $2(x^2 + y^2) - 1$ ,首先假定离焦 2 个波长,即所有镜面节点的理论位移值由表达式  $2\lambda[2(x^2 + y^2) - 1]$ ( $\lambda$  取为 635 nm)计算得出。

工况 1:图 1(a)排列方式下,给每一个促动器包含的 15 个节点施加同样的 Z 向位移,数值为每个促动器中心节点的理论位移值。仿真每个促动器与变形镜接触面为一小平面的情况。结果面型如图 2。促动器与镜面的接触面会直接对镜面面型造成影响,称之为“印透效应”。

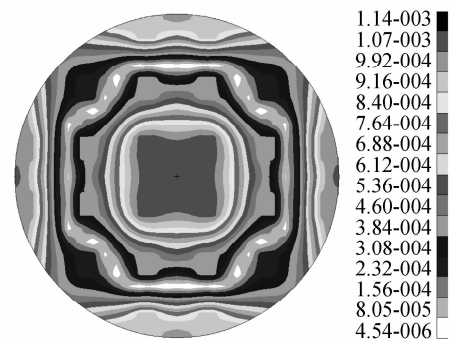
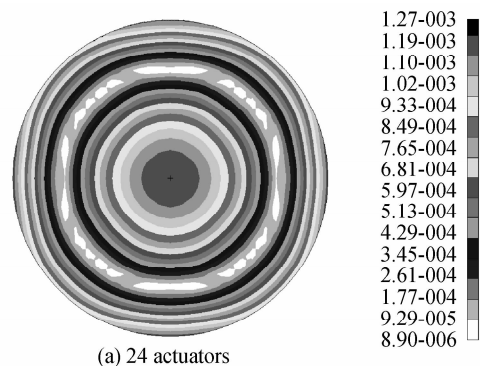


图 2 24 促动器含印透效应面型云图(2λ)

Fig. 2 Surface plot in 24 actuators with print-through effect (2λ)

工况 2:图 1(a)排列方式下,为了减小印透效应的影响,有些促动器在顶端是以球面的方式与镜子结合,这样就可以大大的减少对镜面面型的影响。只针对每个促动器中心的节点施加理论位移值,来模拟这种情况。其结果面型如图 3(a)。

工况 3:图 1(b)排列方式下,对每个促动器中心的节点施加理论位移值,其结果面型如图 3(b)。



(a) 24 actuators

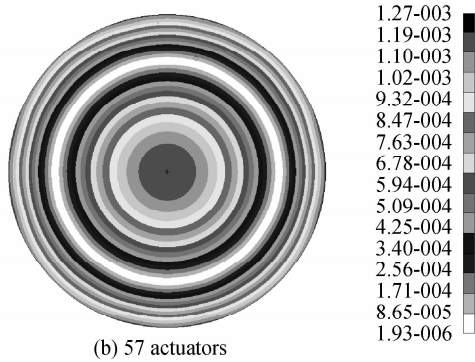


图3 24和57促动器不含印透效应面型云图(2λ)  
Fig.3 Surface plot in 24 and 57 actuators without print-through-effect(2λ)

工况4:图1(b)排列方式下,区别于前三个工况给出2λ的离焦像差,工况4为1λ的离焦.即所有镜面节点的理论位移值由表达式 $\lambda[2(x^2+y^2)-1]$ (λ取为635 nm)计算得出.其结果面型如图4.

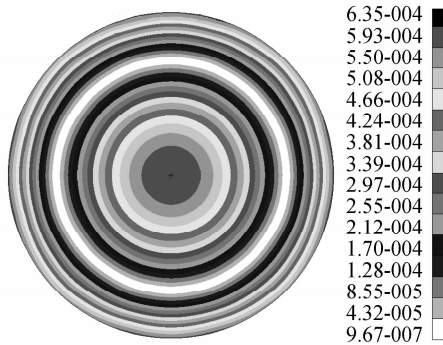


图4 57促动器不含印透效应面型云图(1λ)  
Fig.4 Surface plot in 57 actuators without print-through-effect (1λ)

四种工况下分别计算理论面型和仿真拟合面型之差的均方根RMS值,如表2.

表2 四种工况下的最大变形值和RMS值

Table 2 Maximum displacement and RMS values for four cases

Four cases	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Maximum Displacement/mm	1.14e-3	1.27e-3	1.27e-3	6.35e-4
Residual RMS/nm	230.7	80	28.1	14

对表2得出的结果进行分析比较可以得出:

1)由工况1和2对比看出:虽然没有印透效应的情况下最大变形值稍大,但由于其面型变化比较均匀,因此其RMS值要小得多.印透效应对面型的影响非常大.因此在实际粘贴促动器时,应从工艺上仔细考虑,尽量避免将这种效应引入.

2)由工况2和3对比得出:对同一个变形镜来讲,在镜面尺寸和促动器尺寸允许范围内,促动器的数量越多,变形镜拟合各种像差模式的拟合误差越小,也就是说随着促动器个数的增多,可以明显的提

高校正像差模式的能力.

3)由工况3和4对比得出:最大变形值和残余误差的RMS值都与初始给定的Zernike像差模式下的像差大小成正比例关系.因此对任一像差模式,可以在给定1λ像差下求出所有节点的理论位移值,再由促动器的行程(本压电陶瓷促动器 $\pm 3.5 \mu\text{m}$ )大体得出可以校正的初始像差大小.

像差模式的径向阶次越高,像差的起伏变化程度也就越大,对其的校正也就越困难.因此需要在径向排布更多排的促动器来对其进行校正,其矫正效果要优于促动器排布相对较少的方式<sup>[4]</sup>.对Zernike多项式像差模式来说,高阶项的校正要比低阶项困难,这里只考虑前边的数项.

本文针对Zernike多项式前10项进行校正,假设其初始像差为1λ,促动器排列为57点排列方式,并且不含有印透效应.同样根据表达式计算节点的理论位移值,然后通过有限元计算得出分析位移值.其分析模型的结果面型如图5,残余误差RMS值如表3.

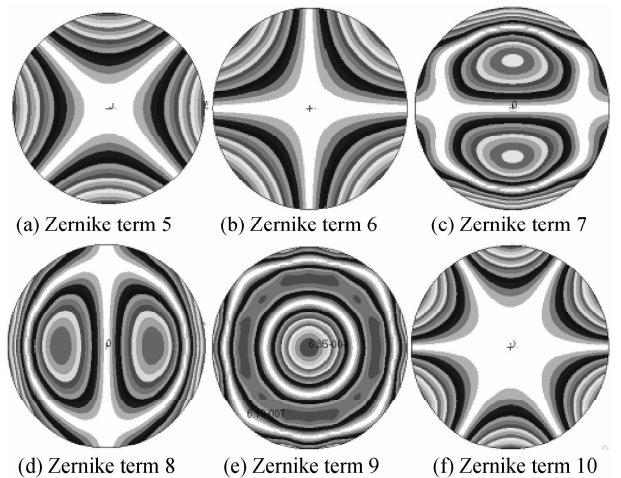


图5 57促动器对Zernike第5到10项仿真云图  
Fig.5 Plot for Zernike fifth to tenth terms in 57 actuators

表3 Zernike多项式5到10项像差校正的误差RMS值

Table 3 RMS values for Zernike terms aberration fitting from five to ten

Orders	Second order		Third order		Fourth order	
	5	6	7	8	10	9
Zernike terms	5	6	7	8	10	9
Residual RMS/nm	23.8	26.2	35.3	32.3	30.8	115.5

由表3可以看出:对于Zernike多项式像差模式,阶次越高,其矫正误差越大,也就是说径向阶次越高,对其校正就越困难;并且对于同一径向阶次来说,旋转对称数既角向阶次越高,误差越小.

### 3 结论

通过以上分析,得出了在对变形镜进行 Zernike 像差拟合的过程中,促动器的排布方式与像差阶次的基本关系,还简单论证了印透效应等的影响.但本文只是从理论上和仿真上对变形镜的校正能力进行了分析验证,由于很多条件的简化,会存在两点问题:

1)对于印透效应的消除,在有限元中简化为对一个节点施加位移.但实际中不可能做到理想的点接触,所以有限元分析的是理想情况,实际情况下的误差 RMS 要比有限元分析下的偏大.在下一步工作中,将促动器位置处的网格进行细分,针对不同大小的接触面积赋值位移初值,详细探讨印透效应对误差的影响大小.

2)有限元模型中施加的位移都是直接理论计算出来的位移,而实际中促动器给出的位移都是其步长的整数倍,不可能和理论位移值恰巧相符,因此实际情况下的误差 RMS 值会比有限元计算的值偏大.在选定确定的促动器型号之后,可以根据其步长对理论位移值进行圆整,以减小误差.

计算中还忽略了实际工作中很多对能动光学器件不利的因素,如温度的变化和约束条件常常变动等等,因此下一步通过实验来比较和证明仿真的正确性以及判别限制因素对能动光学器件的影响是必要的.

#### 参考文献

- [1] ZHOU Ren-zhong. Adaptive optics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996.  
周仁忠. 自适应光学[M]. 北京:国防工业出版社,1996.
- [2] HARDY J W, LEFEBVRE J E, KOLIOPOULOS C L. Real-time atmospheric compensation[J]. *JOSA*, 1977, **67**(3): 360-369.

- [3] ZHANG Yao-ping, XU Hong, LING Ning, *et al.* Finite element analysis on the residual stress of thin film on components of deformable mirror [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2005, **32**(8): 28-31.  
张耀平,许鸿,凌宁,等.变形反射镜薄膜应力与元件变形有限元分析[J]. *光电工程*, 2005, **32**(8):28-31.
- [4] ZENG Zhi-ge, LING Ning, RAO Xue-jun. Preliminary research for active thin mirror[J]. *High Power Laser And Particle Beams*, 1996, **8**(1): 88-94.  
曾志革,凌宁,饶学军.能动薄主镜技术模拟研究[J]. *强激光与离子束*, 1996, **8**(1): 88-94.
- [5] YAN Hai-xing, CHEN She, ZHANG De-liang, *et al.* Numerical simulation of an adaptive optics system by means of modal wavefront reconstruction [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(1): 103-108.  
严海星,陈涉,张德良,等.自适应光学系统的模式法数值模拟[J]. *光学学报*, 1998, **18**(1):103-108.
- [6] YAN Hai-xing, LI Shu-shan, CHEN She. Numerical simulation of an adaptive optics system: dynamic control process and frequency response characteristic[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(6): 667-672.  
严海星,李树山,陈涉.自适应光学系统的数值模拟:动态控制过程和频率响应特性[J]. *光学学报*, 2001, **21**(6):667-672.
- [7] RAO Chang-hui, JIANG Wen-han, ZHANG Yu-dong, *et al.* 61-element adaptive optical system for 1.2m telescope of yunnan observatory [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2006, **23**(3): 295-302.  
饶长辉,姜文汉,张雨东,等.云南天文台 1.2 m 望远镜 61 单元自适应光学系统[J]. *量子电子学报*, 2006, **23**(3):295-302.
- [8] JIN Tao, XU Bing, ZHANG Qiang, *et al.* Performance comparison of two configurations in hartmann-shack wavefront sensor[J]. *High Power Laser and Particie Beams*, 2000, **12**(3): 289-292.  
金涛,许冰,张强,等. Hartmann-Shack 波前传感器两种子孔径布局探测性能比较[J]. *强激光与离子束*, 2000, **12**(3):289-292.
- [9] ZENG Zhi-ge, LING Ning, RAO Xue-jun. Analysis for the finite element of the active thin mirror surface[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1995, **22**(2): 8-19.  
曾志革,凌宁,饶学军.能动薄镜面的有限元分析[J]. *光电工程*, 1995, **22**(2):8-19.

## Finite Element Analysis on the Capability of Fitting Aberration of Deformable Mirrors

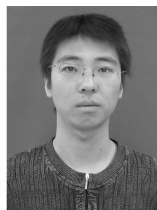
ZHOU Chao<sup>1,2</sup>, YANG Hong-bo<sup>1</sup>, WANG Fu-guo<sup>1</sup>, LIN Xu-dong<sup>1,2</sup>

(1 *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China*)

(2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

**Abstract:** In order to study the capability of fitting Zernike polynomial aberration of the deformation mirror, two finite element models for deformation mirrors in different arrangements are established. Analysis is proceeded by giving theoretic displacements to actuators. The result indicates that the relationship between the different actuator arrangements and capability of fitting aberration, and shows that the arrangement of 57 actuators can fit the aberration to  $\lambda/20$  or smaller and the print-through effects of actuators acted on the deformation mirror are verified.

**Key words:** Deformation mirror; Finite element method; Fitting aberration



**ZHOU Chao** was born in 1984. He is pursuing the M. S. degree, and his research interests focus on optics, mechanical structure design and FEA.



**YANG Hong-bo** was born in 1963. He is a researcher and Doctoral Supervisor, and his research interests focus on optical-mechanical-electrical integration and computer simulation.