文章编号:1004-4213(2010)08-1351-8

基于小波域三状态 HMT 模型的含噪图像增强*

常霞,焦李成,贾建华,辛芳芳,万红林

(西安电子科技大学智能感知与图像理解教育部重点实验室智能信息处理研究所,西安710071)

摘 要:针对含噪图像增强问题,提出一种基于小波域三状态隐马尔可夫树模型的方法,采用三状态的高斯混合模型逼近小波系数的分布,不需要设定精确的阈值,依据期望最大算法训练得到的每 个系数所属状态的后验概率,将系数区分为噪声系数、弱边缘系数和强边缘系数,然后通过抑制噪 声系数,增强细节特征系数来达到对含噪图像增强的目的,并引入循环平移策略避免人工失真.通 过对含噪的标准图像和人脑核磁共振图像进行仿真实验,并与几种经典的图像增强方法作视觉上 的对比和定量分析.实验结果表明,本文所提出的方法具有很好的鲁棒性,在突出了图像中更多的 细节信息的同时,可以有效抑制噪声.

doi:10.3788/gzxb20103908.1351

0 引言

由于受光照条件、成像设备和传输器件等因素 的影响,图像在获取和传输过程中,不但质量会有所 退化,通常还会受到噪声的污染,降低了图像的使用 价值.图像增强是一种重要的图像预处理方法,可以 改善图像的视觉效果,提高图像的清晰度,使增强后 的图像特征突出,更适合于人或计算机进行分析处 理^[1].对含噪图像增强的难点在于增强图像细节特 征信息的同时,需抑制噪声,且不引入人工失真.

现有的图像增强方法主要有空域处理和频域处 理两种.基于空域的方法包括直方图均衡化^[2],对比 度限制的自适应直方图均衡化^[3]和反锐化掩模^[4-5] 等.这些基于空域的方法对不含噪声的图像可以达 到较好的对比度增强效果,而对于含噪图像,在增强 细节特征的同时也会增强噪声.基于频域的方法包 括基于傅里叶变换和多尺度变换的方法^[6-9].基于多 尺度变换的图像增强算法一般通过适当的阈值,对 高频系数进行区分,并采用不同策略进行增强或抑 制.然而这种方法存在阈值选择的问题,当关于含噪 图像的先验知识很少的时候,合适的阈值变得难以 选择.

小波变换是一种性能优良的时一频分析工具, 在具有局部性、多尺度性和稀疏性的同时,小波分解 系数值的相对大小会在小波四叉树的各个尺度间传 递,考虑到小波系数稀疏性在小波系数分布上所呈 现的"高尖峰,长拖尾"和小波系数值沿着小波四叉 树的统计相关性,本文提出一种基于小波域三状态 隐马尔可夫树(Hidden Markov Tree, HMT)模型 的含噪图像增强方法,不需要设定精确的阈值,采用 三状态("大","中"和"小")的高斯混合模型将每个 高频子带系数的分布表示为大值、中值和小值系数 的混合,依据期望最大(Expectation Maximization, EM)算法训练得到的每个系数所属状态的后验概 率,将系数区分为噪声系数、弱边缘系数和强边缘系 数,并抑制噪声系数,增强细节特征系数.我们还在 算法中引入循环平移(Cycle Spinning)算子^[10]来克 服易在增强后的图像中产生"振铃"和抖动.

1 小波域三状态 HMT 模型

图像经小波分解后,高频子带系数分布具有"高 尖峰、长拖尾"非高斯的统计特性,且在小波分解的 各个尺度之间,大(或小)系数值沿着小波四叉树逐 级传递^[11-12].小波域的 HMT 模型用隐状态的混合 和隐状态在尺度间的概率传递很好地描述了这种特 性.假设每个独立的小波系数处于三种隐状态之一. 这三种隐状态分别是:"大"状态——对应于图像中 清晰可见的边缘轮廓信息;"中"状态——对应于图 像中的弱边缘;"小"状态——对应于图像中的噪声.

^{*} 国家 自 然 科 学 基 金 (60703109, 60970066, 60702062, 60971128)、国 家 "863" 计 划 项 目 (2007AA12Z136, 2007AA12Z23,2008AA01Z125)、陕西省自然科学基金 (2007F09)、国家教育部博士点基金(200807010003)、国 家"973"计划项目(2006CB705707)以及高等学校学科创新 引智计划(111 计划)(B07048)资助

Tel:029-88209786 Email:changxia@mail.xidian.edu.cn 收稿日期:2009-09-16 修回日期:2009-11-15

我们采用三状态、零均值的高斯混合模型来近似逼 近每个小波系数的分布. HMT 模型中所用的隐状 态即是高斯混合模型中选用的状态. 定义隐状态变 量 $S, f\{S | S = m, m \in \{0, 1, 2\}\}, 分别对应小波$ HMT 模型中的三种隐状态. 每一种隐状态具有概 率密度函数 $p_s(m), l p_s(0) + p_s(1) + p_s(2) = 1$. 小 波系数的概率密度函数 $f_w(w)$ 为

$$f_{w}(w) = \sum_{m=0}^{2} p_{s}(m) f_{W/S}(w/S = m)$$
(1)

式中, $f_{W/S}(w/S=m)$ 表示小波系数 w 在隐状态S=m时的条件概率密度函数. 当隐状态 S=m时,其服 从均值 μ_m 为 0,方差为 σ_m^2 的高斯分布

$$f_{W/S}(w/S=m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m^2}} \exp \frac{-(w-\mu_m)^2}{2\sigma_m^2} \quad (2)$$

图 1 给出了三层小波分解结构和小波 HMT 模型示意图. 从图中可以看到,图 1(a)分解结构中的



图 1 小波分解和 HMT 模型示意图

Fig. 1 Sketch maps of wavelet decomposition and HMT model 每个高频子带(HH、LH、HL)都有一个如图 1(b)所示的四叉树结构.图 1(c)的树形 HMT 模型模拟了 这种结构.

图 1(c)中的白点代表每个小波系数所对应的 隐状态变量,黑点代表小波系数变量 W.小波 HMT 模型中每个父节点有四个子节点,每个子节 点的分布由其父节点的分布及其父子节点间的转移 概率确定.

对于二维图像,需要在水平、垂直和对角三个子 带方向上对小波系数分别进行 HMT 建模,所以需 要分别对应三个子带的 HMT 模型参量向量: Θ^{LH} , Θ^{HL} , Θ^{HH} .有模型参量向量:

$$\Theta = \{ P_{S_i}(m), \varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,r}, \mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2 \}$$
(3)
式中 $i \in \{1, 2, \cdots, M\} m, r \in \{0, 1, 2\}, P_{S_i}(m)$ 表示当

状态变量 S = m 时,每棵四叉树上索引标记为 i 的 系数节点的概率密度函数; $\epsilon_{i,\rho(i)}^{m,r}$ 表示父系数节点状 态 $S_{\rho(i)} = r$ 时,子系数节点处于状态 $S_i = m$ 的条件 概率, $\epsilon_{i,\rho(i)}^{m,r} = P_{S_i|S_{\rho(i)}}(S_i = m|S_{\rho(i)} = r)$, $\mu_{i,m}$ 和 $\sigma_{i,m}^2$ 分 别表示当状态变量 S = m 时,系数变量 W_i 的均值和 方差.通过基于最大似然性准则的 EM 算法对上述 参量进行估计,得到确定的 Θ ,就完成了对二维图像 小波系数的 HMT 建模.在图 2 中给出了高斯混合





概率密度函数的三个成分,这三个成分的和即是图 3 的高斯混合概率密度函数曲线,他们的方差依次 从小到大,分别对应着小波系数中的噪声、弱边缘和 强边缘成分.图 3 是小波子带系数经过三状态 HMT 训练后,高斯混合概率密度函数对标准图像 lena 典型子带的逼近结果.如图 3 所示,高斯混合概 率密度函数曲线很好地拟合了小波系数的直方图分 布.



图 3 三状态 HMT 对小波典型子带的逼近结果 Fig. 3 The estimation result of three-state HMT model to wavelet classical subband

2 基于小波域三状态 HMT 模型的 含噪图像增强

图 4 给出了基于多尺度变换的图像增强算法示 意图.由于噪声和细节特征多尺度变换后的高频子 带的表现形式不同,基于多尺度变换的图像增强算 法一般通过适当的阈值,将高频系数分为三类:幅值 大的系数对应于图像中清晰可见的边缘轮廓信息; 幅值处于中等范围的系数对应图像中的弱边缘,也 是需要增强的部分;在各个高频分解子带幅值都比 较小的系数对应噪声.然后针对系数的不同类别,采 取不同策略,达到抑制噪声和增强图像中细节特征 的目的.通过阈值对系数进行区分,存在阈值选择的 问题,当关于含噪图像的先验知识很少的时候,合适 的阈值变得难以选择.



图 4 基于多尺度分析的图像增强算法

Fig. 4 Image enhance algorithm based on multiscale analysis 2.1 增益规则

不需要设定精确的阈值,通过逼近小波系数的 分布,三状态 HMT 模型可以将小波系数 区分为三 种类别.我们对不同类别的小波系数采用不同的增 益因子.定义增益规则为

$$y_{i} = \begin{cases} a_{0}w_{i} & \text{if } S_{i} = 0\\ a_{1}(w_{i})w_{i} & \text{if } S_{i} = 1\\ a_{2}w_{i} & \text{if } S_{i} = 2 \end{cases}$$
(4)

这里,S=0,1,2 状态分别对应小波系数中的噪声、 弱边缘和强边缘成分, y_i 为小波系数处于不同类别 时所取的增强值,i 为小波系数 w 在每棵四叉树上 的索引标记, a_m 是增益因子.为了对噪声进行抑制, 本文设定 $a_0=0$.通过调整 a_2 对强边缘系数进行适 度增强,有 a₂>1. 非线性映射函数 a₁(w_i)用来对弱 边缘系数进行增强. 通常非线性增益函数在满足单 调性、反对称性的同时,需要使对比度低的成分得到 更高的增强,并且保留陡峭的边缘部分以避免过增 强. A. F. Laine 提出的经典的非线性增益函数^[13], 由于加入了阈值的选取,需要调整多个参量.本文对 该增强函数进行简化,只采用一个参量 t>1 用于控 制图像增强的程度,t 值越大,图像增强程度越大. 为避免图像过增强,应选取适当大小的t 值. 图 5 给



图 5 非线性映射函数 $a_1(w_i)$,参量 t分别取 4,5,6,7 Fig. 5 Nonlinear mapping function $a_1(w_i)$,

parameter *t* is selected as 4,5,6,7 respectively 出了当参量 *t* 取值分别为 4、5、6 和 7 时,非线性映 射函数 $a_1(w_i)$ 的曲线. $a_1(w_i)$ 的表达式为

$$a_1(w_i) = \frac{1}{1 + e^{-tw_i}} - \frac{1}{1 + e^{tw_i}}$$
(5)

2.2 含噪小波系数的增强

得到含噪小波系数的 HMT 模型,按照最小均 方误差准则,给定含噪小波系数 w_i,增强的信号 y_i 在隐状态 S_i下的条件期望为

$$E[Y_i | W_i = w_i, S_i = m] = \frac{\rho_{i,m}^2}{\sigma_n^2 + \rho_{i,m}^2} a_m w_i \qquad (6)$$

考虑图像受加性高斯白噪声污染的一般情况, 那么信号在状态 $S_i = m$ 时的方差 $\rho_{i,m}^2 = \sigma_{i,m}^2 - \sigma_n^2, \sigma_{i,m}^2$ 是 HMT 对含噪图像小波系数训练得到的混合成分 的方差, σ_n^2 是噪声方差,可以由小波变换在最细尺度 上的中值算子逼近^[14],有

 $\sigma_n^2 = \text{Median}(|w_i|)/0.6745, w_i \in \text{\# HH}_1 \quad (7)$

已知系数节点的隐状态概率 $P(S_i | w, \Theta)$,则增强后的小波系数可以表示为 y_i 的条件期望为

$$E(y_i | w, \Theta) = \sum_{m=0}^{3} P(S_i = m | w, \Theta) E[Y_i | W_i = w_i, S_i = m] = \sum_{m=0}^{3} P(S_i = m | w_i) \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{i,m}^2} a_m w_i \quad (8)$$

2.3 循环平移

由于小波基缺乏平移不变性,所以易在信号不 连续的邻近区域产生振铃和抖动失真,即 Gibbs 现 象.针对这一问题,本文在算法中引入循环平移策 略.对含噪图像进行循环平移后,会改变不连续点的 位置,使得 Gibbs 失真出现在不同的地方,因此通过 对行和列方向上每组平移量得到的增强结果作平 均,就可以抑制这种失真.小波变换用T来表示,含 噪图像为 I, 增强后的图像为 I', 定义两维循环平移 操作算子为 R_{i,i},小波系数增强操作算子为 H,图像 的循环平移过程可以表示为:

$$I' = \frac{1}{K_1 K_2} \sum_{i=1,j=1}^{K_1, K_2} R_{-i,-j} (T^{-1} (H[T(R_{i,j}(I))])) \quad (9)$$

K1 和 K2 分别表示图像在水平和垂直方向的 最大平移量.

根据上述分析,小波域三状态 HMT 模型的含 噪图像增强算法步骤总结如下:

1)初始化,设定最大循环平移量为8,行和列循 环平移量初始值 i, j=1, + 数 n=0;

for i = 1 : 8

for i = 1 : 8

(e)Brain1

$$n=n+1$$

2)对含噪图像进行步行循环平移后,进行 j步 列循环平移;

3)对循环平移后的含噪图像进行小波变换,保 留低频子带系数;

4) 对变换后的小波系数进行三状态 HMT 建 模,得到确定的模型参量向量 Θ ;

5)根据增强规则,利用式(8)计算各个高频子带 增强后的小波系数;

6)对步骤 3)得到的低频子带系数和增强后的 高频子带系数进行小波逆变换,并对逆变换的结果 进行逆向 *j* 步列循环平移和 *i* 步行循环平移,输出 增强图像 I'(n);

end end

7) 对输出的增强图像作平均,得到最终增强图 像.

3 实验结果与分析

为了验证算法的有效性,本文对加噪的标准图 像 Lena、Baboon 和人脑核磁共振图像进行了对比 仿真实验,所加噪声均为方差为15,均值为零的高 斯白噪声.图6给出了测试图像,他们都具有像素值 分布均匀的区域和细节特征明显的区域.本文对加



(f)Noisy Brain1 image



(h)Noisy Brain2 image

图 6 测试图像 Fig. 6 Test images

噪的原图像采用不同方法进行增强,对比分析细节 特征的增强情况和均匀区域的抑噪情况,仿真实验 采用直方图均衡化 HE、对比度限制的自适应直方 图均衡化 CLAHE、基于小波的参量调整方法 WT 和本文所提出的算法进行对比.WT采用文献[6]中 提出的具有较好抑噪能力的增强算法.小波统一选 取'db4'小波基函数,作四层分解.式(4)增益规则

中选取 $a_2 = 2$,非线性映射函数 $a_1(w_i)$ 中选取参量 t=6. 最大循环平移量取为 8.

图 7 给出了不同方法对含噪图像的增强结果和 相应的直方图分布.从实验结果可以看出,HE和 CLAHE 方法对噪声比较敏感,在增强图像细节特 征的同时,也增强了图像的噪声.WT 方法抑制了图 像的噪声,突出了图像的细节特征,但由于阈值法对

平滑的增强结果.观察增强结果的直方图分布,可以

发现,对于亮度分布差别不大的 Lena 和 Baboon 标

准图,本文得到的增强图像的直方图与原不含噪图

像的直方图最为接近,表示本文方法保留了更多的

原图像中的信息.对于亮度分布差别较大的人脑核

磁共振图像,HE方法会将灰度频度数较小的区域

噪声的估计能力有限,且小波变换缺乏平移不变性, 使得增强后的图像在均匀区域不够平滑,在边缘区 域存在抖动失真.尤其对于医学图像来说,这种失真 应当尽可能避免,因为会影响医生的诊断.相比于几 种经典的图像增强算法,本文提出的方法可以得到 图像整体清晰度较高,细节特征突出,均匀区域较为

(e1)Histogram of Lena



(e2)Histogram of noisy Lena

(e3)Histogram of (a1)









(10)

消除,这使得其增强图像产生水洗效果,CLAHE、WT和本文方法均扩展了原图像的灰度范围,且本 文方法和WT方法所得到的直方图与原图像的直 方图较接近.对于人脑MRI图像,WT方法所得到 的直方图在零值的灰度频度数要小于本文方法,这 是由于WT方法在黑色背景与人脑颅骨邻近区域 引入了抖动失真,减少了零值像素的数目.

含噪图像增强评价指标,既要可以表现出对细节的增强,又要表现出对噪声的抑制能力,单纯的采用图像对比度和信噪比 SNR 作为衡量指标,不能反映出对含噪图像的增强效果.联合图像对比度和 SNR,本文采用总的含噪图像增强评价指标^[15],有

$$C_{\text{total}} = C_{\text{contrast}} * C_{\text{snr}}$$

$$C_{\text{contrast}} = \frac{1}{MN} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{N} I^{'2}(k,l) - \left| \frac{1}{MN} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{N} I^{'}(k,l) \right| \quad (11)$$

$$C_{\rm snr} = 10 \log_{10} \left(\operatorname{var}(I) / \frac{1}{MN} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{N} (I(k,l) - I'(k,l))^2 \right)$$
(12)

这里,I[']和I分别为增强图像和原不含噪图像, C_{contrast}为增强图像的对比度,C_{snr}是增强图像相对于 原不含噪图像的信噪比,var(I)表示原不含噪图像 的方差.显然,C_{total}值越大表示增强图像的整体视觉 效果越好.表1给出了含噪图像增强结果的C_{total}指 标比较.从表1中可以看出本文的算法具有优势.

表 1 不同算法的 C_{total} 值的比较(×10³)

```
Table 1 The C_{\text{total}} values using different algorithms ( \times 10^3 )
```

	HE	CLAHE	WT	Proposed
Lena	5.648 4	-0.0865	14.3722	15.922 1
Baboon	-0.576 6	-2.0527	2.158 7	8.500 5
Brain1	-17.414 1	11.903 5	22.211 9	32.931 2
Brain2	-17.759 3	19.007 7	35.063 9	36.142 9

4 结论

本文提出的基于小波域三状态 HMT 模型的含 噪图像增强方法,克服了传统图像增强方法对噪声 敏感的缺点,不需要精确估计阈值,通过逼近小波高 频子带系数的分布将高频系数区分为噪声、弱边缘 和强边缘系数.本文引入循环平移策略,有效避免因 小波缺乏平移不变性而在增强后的图像中产生的人 工失真.实验结果表明,本文方法具有很好的鲁棒 性,可以得到整体视觉效果好、细节特征信息突出和 均匀区域平滑的增强图像,是一种有效可行的含噪 图像增强方法.

参考文献

- [1] JIA Yong-hong. Digital image processing [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003: 62-72. 贾永红. 数字图像处理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2003:62-72.
- [2] AGAIAN S S, SILVER B, PANETTA K A. Transform coefficient histogram-based image enhancement algorithms using contrast entropy [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(3):741-758.
- [3] REZA A M. Realization of the contrast limited adaptive histogram equalization (CLAHE) for Real-Time image enhancement[J]. The Journal of VLSI Signal Processing, 2004,38(1):35-44.
- [4] POLESEL A, RAMPONI G, MATHEWS V J. Image enhancement via adaptive unsharp masking [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000,9(3):505-510.
- [5] ZHANG Ling, HUANG Fen-ping, ZHENG En-rang. Image enhancement based on rough sets and wavelet unsharp masking
 [J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(6):1285-1288.
 张玲,黄粉平,郑恩让. 基于粗糙集与小波反锐化掩模的图像增强[J]. 光子学报, 2008, 37(6):1285-1288.
- [6] STARCK J-L, MURTAGH F, CANDES E J, et al. Gray and color image contrast enhancement by the curvelet transform
 [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(6): 706-717.
- [7] TANG Jin-shan, LIU Xiao-ming, SUN Qing-ling. A direct image contrast enhancement algorithm in the wavelet domain for screening mammograms [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(1):74-80.
- [8] MENCATTINI A, SALMERI M, LOJACONO R, et al. Mammographic images enhancement and denoising for breast cancer detection using dyadic wavelet processin [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2008, 57 (7):1422-1430.
- [9] XIANG Jing-bo, SU Xiu-qin, LU Tao. Image enhancement based on the contourlet transform and mathematical morphology [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(1):224-227. 向静波,苏秀琴,陆陶. 基于 Contourlet 变换和形态学的图像增 强方法[J]. 光子学报, 2009, 38(1):224-227.
- [10] COIFMAN R R, DONOHO D L. Translation invariant denoising[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

- [11] CROUSE M S, NOWAK R D, BARANIUK R G. Waveletbased statistical signal processing using hidden Markov models[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(4):886-902.
- [12] JIAO Li-cheng, SUN Qiang. Advances and perspective on image perception and recognition in multiscale transform domains[J]. Chinese Journal of Computers, 2006, 29(2):177-193.

焦李成,孙强.多尺度变换域图像的感知与识别:进展和展望 [J].计算机学报,2006,29(2):177-193.

- [13] LAINE A F, ZONE X. A multiscale sub-octave wavelet transform for de-noising and enhancement [J]. Wavelet Applications in Signal and Image Processing IV, SPIE, 1996,2825:238-249.
- [14] CHANG S G, YU B, VETTERLI M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000,9(9):1522-1531.
- [15] ROSENFELD A, AVINASH C K. Digital Picture Processing[M]. 2nd ed. Orlando: Academic Press, 1982.

Noisy Image Enhancement Based on Three-state HMT Model in Wavelet domain

CHANG Xia¹, JIAO Li-cheng¹, JIA Jian-hua¹, XIN Fang-fang¹, WAN Hong-lin¹

(1 Key Laboratory of Intelligent Perception and Image Understanding of Ministry of Education of China, Institute of Intelligent Information Processing, Xidian University, Xian 710071, China)

Abstract: A noisy image enhancement method is proposed based on the three-state hidden Markov tree model in wavelet domain. It is not need to confirm thresholds accurately, the three-state Gaussian mixture model is adopted to estimate the distribution of wavelets coefficients, according to the states posterior probability of each coefficient belongs to achieving by the training of expectation maximization algorithm, coefficients are distinguished into noise, weak edge and strong edge coefficients respectively. Then the enhanced noisy image is obtained by restraining noise coefficients and enhancing detail feature coefficients. Cycle spinning strategy is introduced to avoid visual artifacts. By experimenting on noisy standard images and brain magnetic resonance images, compared with several classical image enhancement methods in visual effects and quantitative analysis, experiments show that the enhancement method proposed bears better robustness, can emerge more detail information and restrain noise effectively at the same time. **Key words**: Image processing; Image enhancement; Wavelet transform; Hidden Markov tree model



CHANG Xia was born in 1982, Ph. D. candidate. Her current research interests focus on multiscale geometric analysis, image processing, and data fusion.



JIAO Li-cheng was born in 1959, professor. His current research interests focus on signal and image processing, machine learning, natural computation, and intelligent information processing.