

文章编号:1004-4213(2010)07-1203-5

基于超材料的椭圆形电磁波聚焦器设计*

杨成福^{1,2}, 杨晶晶^{1,2}, 黄铭^{1,†}, 印金国¹, 彭金辉²

(1 云南大学 信息学院, 昆明 650091)

(2 昆明理工大学 冶金与能源工程学院, 昆明 650093)

摘要:基于变换光学方法,导出了椭圆形电磁聚焦器的介电常量和磁导率的分布,并用有限元分析软件 COMSOL 进行了证实. 仿真了椭圆形电磁聚焦器聚焦区域面积大小和电磁参量偏离理论值对其聚焦特性的影响,结果表明:聚焦区域越小,电磁聚焦越强;超材料损耗小于或等于 0.01 不影响聚焦特性;当椭圆形变化为圆形时,其聚焦特性与 Rahm 等人获得的圆形聚焦器的结果一致,证明了本文建立电磁模型的有效性.

关键词:光学器件;电磁聚焦;有限元法;超材料

中图分类号: TN011

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20103907.1203

0 引言

2006 年, Pendry 等人提出基于 Maxwell 方程的形式不变性原理设计电磁斗篷的方法^[1],并通过理论证明采用超材料可以灵活控制电磁波的传播方向,从而导致通过电磁场的方法不能检测到斗篷内物体的存在. 同年, Leonhardt 等人^[2]采用变换二维 Helmholtz 方程的方法,亦得到类似的结果; Schurig 等人用超材料在微波频段实验证明了电磁斗篷现象的存在^[3]. 至此,基于变换光学的方法,用超材料控制电磁波成为目前研究的热点^[4-7],许多具有特殊电磁性能的器件被提出,如:旋转斗篷^[8]、电磁虫洞^[9]、阻抗匹配超棱镜^[10]、场移器^[11]、反斗篷^[12]、超散射^[13]、超吸收^[14]、斗篷传感器^[15]和圆柱形电磁波聚焦器^[16-17]等. 由于电磁波聚焦器可能在太阳能电池^[16,18]、无线通信和微波加热等领域有重要的应用,因此研究不同形状的电磁波聚焦器具有重要意义.

基于光学变换理论,本文导出了椭圆形电磁聚焦器的介电常量和磁导率的分布,利用有限元分析软件 COMSOL 分析了该器件的电磁聚焦特性,并讨论了聚焦区域面积大小和超材料电磁特性偏离理论值对聚焦特性的影响.

1 理论模型

根据变换光学理论,变换空间媒质的介电常量和磁导率与原空间的关系为^[19]

$$\begin{cases} \epsilon^{i'j'} = \Lambda_i^i \Lambda_j^j |\det(\Lambda_i^i)|^{-1} \epsilon^{ij} \\ \mu^{i'j'} = \Lambda_i^i \Lambda_j^j |\det(\Lambda_i^i)|^{-1} \mu^{ij} \end{cases} \quad (1)$$

式中, ϵ^{ij} 和 μ^{ij} 为原空间媒质的介电常量和磁导率; $\epsilon^{i'j'}$ 和 $\mu^{i'j'}$ 为变换空间媒质的介电常量和磁导率; i, j 取值均为 1、2、3, 分别代表原空间的三个坐标分量 x, y 和 z ; i', j' 取值均为 1、2、3, 分别代表变换空间的三个坐标分量 x', y' 和 z' ; Λ_i^i 为联系原空间与变换空间媒质的雅可比矩阵; $|\det(\Lambda_i^i)|$ 为该矩阵的行列式. 式(1)适用于时不变的连续空间. 与分析电磁透明体的过程类似^[20], 在变换区, 入射电磁波经过压缩和扩展两次变换, 使变换空间与原空间阻抗匹配, 以达到电磁波离开变换区域后恢复原入射波前的目的.

1.1 压缩变换

理论模型如图 1, 椭圆柱从内到外的短半轴长

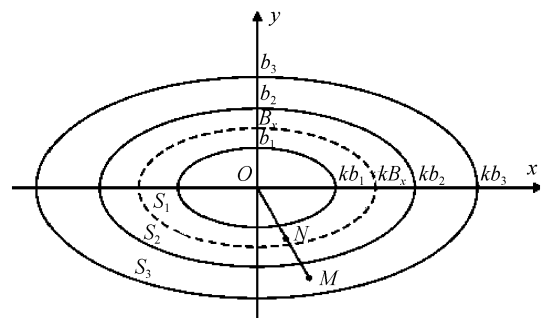


图 1 椭圆形电磁波聚焦器坐标变换示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the space transformation for the design of elliptical concentrator

* 国家自然科学基金(60861002)、国家重点基础研究发展计划(2007CB613606)、教育部重点项目(208133)和云南省自然科学基金(2007F005M)资助

† Tel: 0871-5033743 Email: huangming@ynu.edu.cn
收稿日期: 2009-11-10 修回日期: 2009-12-18

分别为 b_1 、 b_2 和 b_3 , 长半轴为 kb_1 、 kb_2 和 kb_3 , k 为长轴与短轴之比, 计算中取 $k=2$. 通过坐标变换 $r' = b_1 r/b_2$, $\theta' = \theta$, $z' = z$, 区域 S_1 和 S_2 将入射波向内压缩到区域 S_1 中. 在此变换条件下, 可导出坐标变换的雅可比矩阵 $\Lambda_i^t = [b_1/b_2, 0, 0; 0, b_1/b_2, 0; 0, 0, 1]$ 及其行列式 $|\det(\Lambda_i^t)| = (b_1/b_2)^2$, 并由式(1)计算出变换空间媒质介电常量和磁导率

$$\epsilon^{i'j'} = \mu^{i'j'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (b_2/b_1)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

1.2 扩展变换

原空间区域 S_3 内的点 $M(x, y)$, 经过扩展变换

$$\epsilon^{i'j'} = \mu^{i'j'} = \begin{bmatrix} \frac{(M_1^2 + M_2^2)}{(M_1 N_2 - M_2 N_1)} & \frac{(M_1 N_1 + M_2 N_2)}{(M_1 N_2 - M_2 N_1)} & 0 \\ \frac{(M_1 N_1 + M_2 N_2)}{(M_1 N_2 - M_2 N_1)} & \frac{(N_1^2 + N_2^2)}{(M_1 N_2 - M_2 N_1)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(M_1 N_2 - M_2 N_1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, $M_1 = C - k^3 B_x y^2 / (x^2 + k^2 y^2)^{3/2}$, $M_2 = k^3 B_x x y / (x^2 + k^2 y^2)^{3/2}$, $N_1 = k B_x x y / (x^2 + k^2 y^2)^{3/2}$, $N_2 = C - k B_x x^2 / (x^2 + k^2 y^2)^{3/2}$. 仿真时, S_1 区的介电常量和磁导率用式(2)计算, S_2 和 S_3 区用式(4)计算.

2 仿真结果与讨论

2.1 TE 波聚焦特性分析

对于图 1 所示的椭圆形电磁波聚焦器模型, 仿真时, 在模型的四周施加完全匹配边界条件 (Perfectly Matched Layer, PML), 在 PML 层内表面施加沿 z 轴方向的电流, 激励起沿 x 轴方向传播的频率为 2 GHz 的 TE 波. 利用有限元仿真软件 COMSOL 建模和求解, 即可对椭圆形电磁波聚焦器的特性进行仿真和分析. 图 2 为该器件 TE 波聚焦特性的仿真结果. 由图 2(a) 可见, TE 波传输到该器件时, 其电场分布聚焦于 S_1 区, 经扩展变换后穿过聚焦器件, 恢复为原波前. 由图 2(b) 可见, TE 波能量密度聚焦于 S_1 区, 该区能量密度最大. 为了研究 S_1 区面积大小对聚焦特性的影响, 仿真了椭圆短半轴长度 b_1 改变时 x 轴上的电磁场能量密度分布, 结果见图 3. 由图可见, TE 波传输到椭圆聚焦器件表面时, 电磁能量密度扩展, 随后又经历了聚焦和扩展过程; b_1 越小, S_1 区内能量密度越高.

为区域 S_2 和 S_3 内部的点 $N(x', y')$, 扩展变换如式(3)

$$\begin{cases} r' = Cr - k B_x r / \sqrt{x^2 + k^2 y^2} \\ \theta' = \theta \\ z' = z \end{cases} \quad (3)$$

式中: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$, $B_x = b_3(b_2 - b_1)/(b_3 - b_2)$, $C = (b_3 - b_1)/(b_3 - b_2)$. 在此变换条件下, 可导出坐标变换的雅可比矩阵 $\Lambda_i^t = [M_1, M_2, 0; N_1, N_2, 0; 0, 0, 1]$ 和行列式 $|\det(\Lambda_i^t)| = M_1 N_2 - M_2 N_1$, 代入式(1)即可计算出变换空间媒质介电常量和磁导率

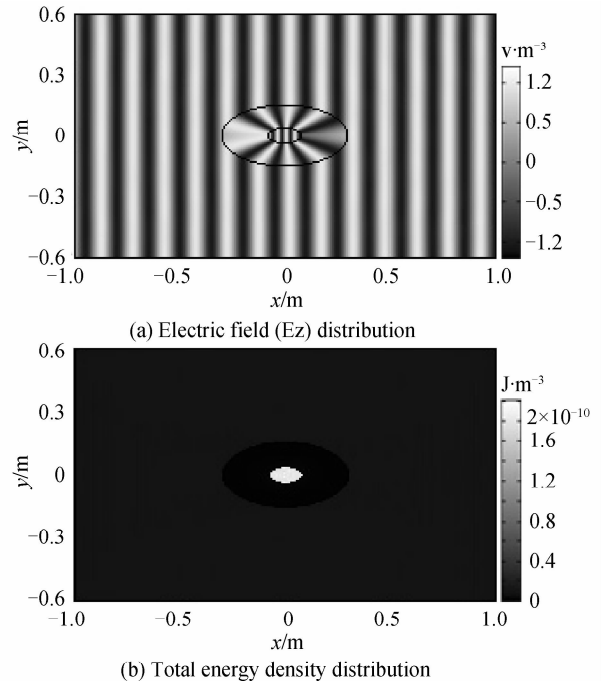


图 2 TE 波激励下椭圆形电磁波聚焦器附近的电场和能量密度分布

Fig. 2 Electric field and total energy density distribution in the vicinity of the elliptical concentrator under TE plane wave excitation

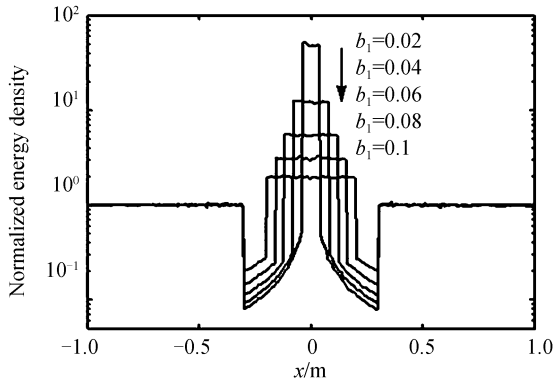


图3 TE波激励下 x 轴上的归一化电磁能量密度分布
Fig. 3 Normalized energy density distribution along x axis under TE plane wave excitation

此外,令 $k=1$,椭圆形电磁波聚焦器退化为圆形,其聚焦特性如图4.由图可见,电磁波聚焦器附近的场分布与文献[16]中图7相符,因此,证实了本文所建立的电磁模型的有效性.

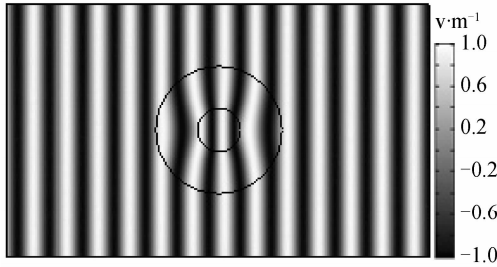


图4 TE波激励下圆形电磁波聚焦器附近的电场(E_z)分布
Fig. 4 Electric field (E_z) distribution in the vicinity of the circular concentrator under TE plane wave excitation

2.2 线源激励下的聚焦特性分析

同理,可仿真线电流源激励下椭圆形电磁波聚焦器的特性.图5(a)为线源位于仿真区域对角线左下方时聚焦器件附近的电场分布.很明显,电磁波聚焦于 S_1 区.图5(b)和(c)为线激励源分别位于 x 轴和 y 轴时的电场分布,从图中可见,椭圆形电磁波聚焦器的聚焦特性不受激励源位置的影响,即聚焦

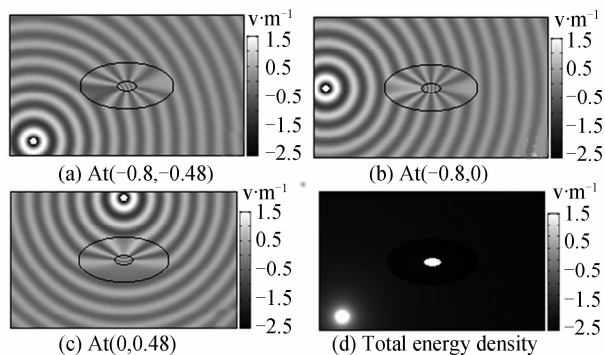


图5 当线电流源放置在仿真区域不同位置时,聚焦器附近的电场分布(E_z)和能量密度分布
Fig. 5 Electric field distribution (E_z) and total energy density distribution in the vicinity of the elliptical concentrator when the current line source is located at different positions

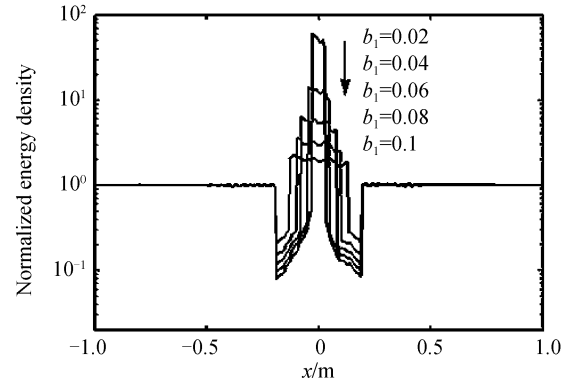


图6 线源激励下直线 $y=0.6x$ 上的归一化能量密度分布
Fig. 6 The normalized energy density distribution along the line of $y=0.6x$ under line source excitation

器件无方向性.图5(d)为与图5(a)对应的电磁能量密度分布.由图5(d)可见,柱面波能量密度聚焦于 S_1 区,该区能量密度最大. S_1 区面积大小对聚焦特性的影响见图6.由图可见,柱面波传输到椭圆聚焦器表面时,其物理过程与TE波激励下的情况类似; b_1 越小, S_1 区内能量密度越高.

2.3 超材料电磁特性偏离对聚焦特性的影响

由于超材料总是有损耗的,采用文献[21]介绍的方法,本文仿真了超材料电和磁损耗 $\tan \delta$ 对聚焦特性的影响.图7(a)~(d)分别为超材料损耗正切等于0.01、0.05、0.08和0.1时,聚焦器附近的场分布情况.参照图2(a)可以得出,损耗正切小于或等于0.01对聚焦效应几乎无影响,而当损耗逐渐增大时,由于阻抗失配,聚焦器附近的场分布产生波动.因此,这种基于超材料的椭圆形聚焦器可以允许一定范围内的材料损耗存在.图8为损耗正切变化时,仿真区域附近 x 轴上的能流密度分布.由图8可见,当 $\tan \delta=0.01$ 时,能量密度分布曲线几乎与无损耗时重合,此时,与无耗情况相比,聚焦区域内的能量密度偏差小于1.2%;增大损耗,聚焦区域内能量密度分布不均匀,这是由于阻抗不匹配造成的,同理,线源激励下也可得到类似的结论.

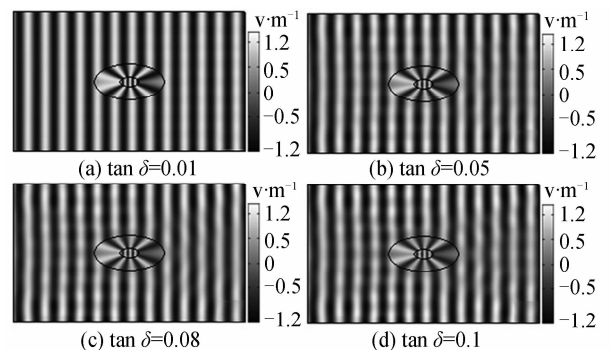


图7 损耗正切 $\tan \delta$ 变化时聚焦区域附近的电场分布
Fig. 7 Normalized energy density distribution in the vicinity of the concentrator for different values of $\tan \delta$

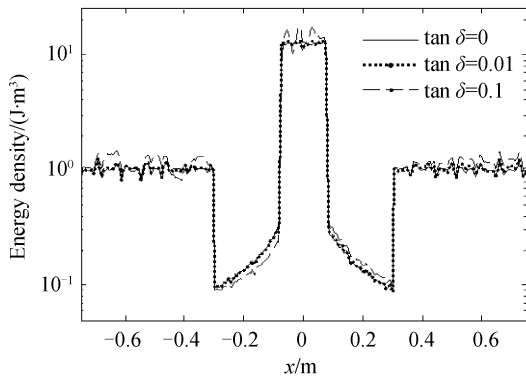


图8 损耗正切 $\tan \delta$ 变化时 x 轴上的归一化能量密度分布
Fig. 8 Normalized energy density distribution along x axis for different values of $\tan \delta$

3 结论

导出了椭圆形电磁聚焦器的介电常量和磁导率的分布,并用有限元分析软件 COMSOL 进行了证实.本文提出的模型不仅可用于椭圆形聚焦器,亦能用于圆形聚焦器,扩充了 Rahm 等人的结果.同时,本文还仿真了椭圆形电磁波聚焦器聚焦区域大小和电磁参量偏差对其聚焦特性的影响,结果表明:聚焦区域 S_1 面积越小,电磁聚焦越强;当损耗小于 0.01 时,聚焦器仍然具有良好的聚焦特性.此外,由于材料参量与频率无关,因此,聚焦特性受频率影响小,可根据需要设计任意尺寸的聚焦器.

参考文献

- [1] PENDRY J B, SCHURIG D, SMITH D R. Controlling electromagnetic fields[J]. *Science*, 2006, **312**(5781): 1780-1782.
- [2] LEONHARDT U. Optical conformal mapping[J]. *Science*, 2006, **312**(5781): 1777-1780.
- [3] SCHURIG D, MOCK J J, JUSTICE B J, *et al.* Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies[J]. *Science*, 2006, **314**(5801): 977-980.
- [4] ALITALO P, TRETAKOV S. Electromagnetic cloaking with metamaterials[J]. *Materialstoday*, 2009, **12**(3): 22-29.
- [5] CALOZ C. Perspectives on EM metamaterials [J]. *Materialstoday*, 2009, **12**(3): 12-30.
- [6] CHEN H Y. Transformation optics in orthogonal coordinates [J]. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2009, **11**(7): 075102.
- [7] HU Bao-jing, HUANG Ming, ZHANG Jian-long, *et al.* Focus character for metamaterial volume with regular polygon structure under light irradiation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1264-1267.

- 胡宝晶,黄铭,张剑龙,等.光波辐射下正多边形异向介质柱聚焦特性分析[J].光子学报,2009,**38**(5):1264-1267.
- [8] CHEN H Y, CHAN C T. Transformation media that rotate electromagnetic fields[J]. *Appl Phys Lett*, 2007, **90**(24): 241105.
- [9] GREENLEAF A, KURYLEV Y, LASSAS M, *et al.* Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials [J]. *Phys Rev Lett*, 2007, **99**(18): 183901.
- [10] KILDISHEV A V, NARIMANOV E E. Impedance-matched hyperlens[J]. *Opt Lett*, 2007, **32**(23): 3432-3434.
- [11] RAHM M, CUMMER S A, SCHURIG D, *et al.* Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **100**(6): 063903.
- [12] CHEN H Y, LUO X D, MA H R. The anti-cloak[J]. *Opt Exp*, 2008, **16**(19): 14603-14608.
- [13] YANG T, CHEN H Y, LUO X D, *et al.* Superscatterer: Enhancement of scattering with complementary media[J]. *Opt Exp*, 2008, **16**(22): 18545-18550.
- [14] NG J, CHEN H Y, CHAN C T. Metamaterial frequency-selective superabsorber[J]. *Opt Lett*, 2009, **34**(5): 644-646.
- [15] ALÙ A, ENGHETA N. Cloaking a sensor[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **102**(23): 233901.
- [16] RAHM M, SCHURIG D, ROBERTS D A, *et al.* Design of electromagnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of Maxwell's equations [J]. *Photonics and Nanostructures- Fundamentals and Applications*, 2008, **6**(1): 87-95.
- [17] YAGHJIAN A D, MACI S. Alternative derivation of electromagnetic cloaks and concentrators[J]. *New Journal of Physics*, 2008, **10**(11): 115022.
- [18] YANG J J, HUANG M, YANG C F, *et al.* Metamaterial electromagnetic concentrators with arbitrary geometries[J]. *Opt Exp*, 2009, **17**(22): 19656-19661.
- [19] SCHURIG D, PENDRY J B, SMITH D R. Calculation of material properties and ray tracing in transformation media [J]. *Opt Exp*, 2006, **14**(21): 9794-9803.
- [20] YU G X, CUI T J, JIANG W X. Design of transparent structure using metamaterial[J]. *J Infrared Milli Terahz Waves*, 2009, **30**(6): 633-641.
- [21] WU Zhong-yuan, HUANG Ming, YANG Jing-jing, *et al.* Metamaterial electromagnetic cloak with elliptical volume under TE wave irradiation [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, **21**(1): 131-134.
- 吴中元,黄铭,杨晶晶,等. TE 波辐射下超材料椭圆柱电磁斗篷特性分析[J].强激光与粒子束,2009,**21**(1):131-134.

Design of the Elliptical Electromagnetic Wave Concentrator Using Metamaterials

YANG Cheng-fu^{1,2}, YANG Jing-jing^{1,2}, HUANG Ming¹, YIN Jin-guo¹, PENG Jin-hui²

(1 School of Information Science and Engineering, Yunnan University, Kunming 650091, China)

(2 Faculty of Metallurgical and Energy Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: Based on transformation-optical approach, the distribution of permittivity and permeability for the elliptical concentrator is derived and functionality of the concentrator is numerically confirmed by the finite element solver COMSOL. The influence of the focus area and deviation of material parameters from perfect elliptical concentrator on the concentrating effect is studied. Results show that the smaller the focus area is, the stronger the total energy density is achieved; the performance of the concentrator is independent on loss tangent when it is less than or equal to 0.01. Besides, for the circular concentrator, the results in this paper are compared with the results of Rahm and validity of the proposed model is proven.

Key words: Optical devices; Concentrator; Finite element method; Metamaterials



YANG Cheng-fu was born in 1986. Now he is a graduate student, and his research interests focus on electromagnetic computation and research of new material.



HUANG Ming received the Ph. D. degree in microwave engineering from Kunming University of Science and Technology in 2006. His research interests focus on wireless communication, microwave power application, and metamaterials.