

文章编号:1004-4213(2010)05-0956-5

基于多尺度总体最小二乘的图像去噪*

许淑华^a, 齐鸣鸣^b

(绍兴文理学院 a. 数理信息学院; b. 工学院, 浙江 绍兴 312000)

摘要:提出了一种基于多尺度总体最小二乘的图像去噪算法. 采用平稳小波变换对噪声图像进行分解, 分别对各个分解层的高频子带, 通过总体最小二乘算法估计信号小波系数; 并且考虑到不同尺度小波系数之间的相关性, 将尺度相关性约束到总体最小二乘算法中, 进而准确估计各高频子带信号小波系数, 再由估计的信号小波系数通过小波逆变换得到去噪图像. 实验结果表明, 考虑尺度间相关性的总体最小二乘平稳小波变换图像去噪算法能有效去除图像噪声, 在信噪比和视觉质量上有了较大改善.

关键词:图像去噪; 多尺度小波变换; 总体最小二乘; 尺度相关性

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20103905.0956

0 引言

由于图像在采集、获取和编码时, 均会不同程度地受到各种噪声的干扰, 降低图像质量. 图像噪声的存在不仅降低了图像的视觉效果, 而且严重影响图像分析和压缩等, 为了抑制噪声, 提高图像质量, 研究图像噪声滤除算法是一个重要课题.

目前在众多去噪算法中, 具有低熵性、多分辨率和选基灵活性的小波变换在去除信号或图像中的噪声方面具有独特优势^[1-3], 其中平稳小波由于具有平移不变性在去噪方面有明显的优越性^[4]. 一般小波去噪方法主要有两类: 一类是小波阈值萎缩法, 另一类是小波比例萎缩法, 即采用阈值法或最小均方误差估计不同尺度不同方向上的信号小波系数, 再通过小波反变换得到去噪图像. 但是小波阈值萎缩法在去除噪声的同时, 也对信号的突出部分(边缘、拐角等)的重要特征信息进行了模糊, 因为这部分信息通常也具有高频特性, 并且阈值和阈值函数的选取也较为困难^[5]; 而小波比例萎缩法将会使估计的信号小波系数小于真实小波系数, 造成去噪后图像的能量低于真实图像^[6], 使去噪后的图像变暗.

为了改善图像去噪效果人们提出了多种改进的信号小波系数估计算法^[7-11], 比如非线性阈值技术和统计方法等试图获得更好的图像去噪效果, 但是由于缺少先验噪声知识, 去噪效果并不令人满意. 本文采用国内外学者近年来提出的总体最小二乘算

法^[12-16]估计信号小波系数, 利用局部小波系数块的邻近多个局部小波系数块估计该信号小波系数块, 并且结合平稳小波变换小波系数的尺度间相关性^[3,6], 给出了一种有效去除图像噪声的新算法, 能有效克服小波系数萎缩法存在的不足. 实验结果分析表明, 本文给出的方法在信噪比和主观视觉质量较传统的小波去噪算法都有了明显改善.

1 基于最小均方误差的小波去噪

1.1 噪声图像小波域描述

平稳小波变换是非采样小波变换, 同离散正交小波变换相比, 具有“平移不变性”, 分解后各层子带的小波系数个数和原图像的像素个数相同. 设噪声图像模型为 $f = y + g$, 其中 $y \in R^{K \times Q}$ 是原始图像, $f \in R^{K \times Q}$ 为噪声图像, g 是方差为 σ^2 的高斯噪声, $K \times Q$ 为图像大小. 上述模型在尺度 j 的小波域表示为

$$\omega_j = t_j + r_j \quad (1)$$

式中 t_j 、 ω_j 和 r_j 分别是 y 、 f 和 g 在尺度 j 的高频子带小波系数, 对应的尺度 j 的低频子带小波系数为 h_j . 高频子带小波系数分为对角、水平和垂直三个方向, 分别为 $\omega_{j+1}^D = h_0 * L_j^D$ 、 $\omega_{j+1}^H = h_0 * L_j^H$ 和 $\omega_{j+1}^V = h_0 * L_j^V$, 其对应的滤波器^[3]为 $L_j^D = H_0 * H'_0 * \dots * H_{j-1} * H'_{j-1} * G_j * G'_j$ 、 $L_j^H = H_0 * H'_0 * \dots * H_{j-1} * H'_{j-1} * G_j * H'_j$ 和 $L_j^V = H_0 * H'_0 * \dots * H_{j-1} * H'_{j-1} * H_j * G'_j$, 式中 $*$ 为卷积运算, 如图 1^[6].

* 国家自然科学基金(10871226)资助

Tel: 0575-88923309

Email: shuaxu@163.com

收稿日期: 2008-09-25

修回日期: 2008-12-05

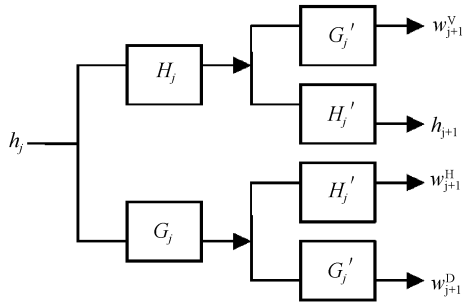


图 1 二维平稳小波分解
Fig. 1 The 2-D stationary wavelet decomposition

1.2 基于最小均方误差的图像去噪

由于噪音主要集中在高频部分,而有用的图像信息集中在低频部分,需要从高频小波系数中估计出信号小波系数,再结合低频部分通过小波反变换得到无噪图像.常采用维纳滤波,即最小均方误差算法估计信号小波系数,即最小化 $E[\|\hat{t}_j - t_j\|_F^2]$,其中 $\hat{t}_j = c \cdot w_j$,令 $\sigma_{r_j}^2$ 和 $\sigma_{t_j}^2$ 分别为 r_j 和 t_j 的方差,有

$$c = \frac{\sigma_{t_j}^2}{\sigma_{r_j}^2 + \sigma_{t_j}^2} \quad (2)$$

式中 $\sigma_{r_j}^2$ 和 $\sigma_{t_j}^2$ 通过下面的讨论得到:尺度 j 的噪音标准差^[10] $\sigma_{r_j} = L_{j-1}\sigma$,式中 \cdot 是范数运算.对于噪音方差 σ^2 可采用鲁棒的中值估计器 $\sigma = \frac{\text{med}(|d_j^D|)}{0.6745}$ 得到, d_j^D 为所有高频子带小波系数幅度的中值.由于噪音与信号相互独立,因此无噪图像方差 $\hat{\sigma}_{t_j}^2 \approx \sigma_{w_j}^2 - \sigma_{r_j}^2$,并且 $\sigma_{w_j}^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q w_j^2(k, q) / (K \times Q)$,可以由式(2)求得 c ,最后再通过 $\hat{t}_j = c \cdot w_j$ 估计信号小波系数 t_j .

2 基于总体最小二乘的小波系数估计

2.1 总体最小二乘

基于最小均方误差的小波系数估计是一种整体误差最小估计,在去除噪音的同时也对图像的细节信息进行了破坏.本文采用总体最小二乘算法估计信号小波系数,使得估计的信号小波系数在去噪的同时,也能较好保持图像细节信息.

令 $s_0 \in R^m$ 是对图像分解得到的某个尺度上某方向小波系数 w 中截取的一个局部小波系数块(设为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$)拉直形成的向量, $\{x_i \in R^m\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ 从小波系数 w 中截取的一组与 s_0 所在位置很相近的小波系数块拉直形成的向量集合,设 $m \geq n+1$,如图 2.

可以采用 $\{x_i\}$ 的某种线性组合来表示 s_0 ,即

$$s_0 = X\alpha \quad (3)$$

式中 $X = [x_1, \dots, x_n]$ 为截取的小波系数块向量组

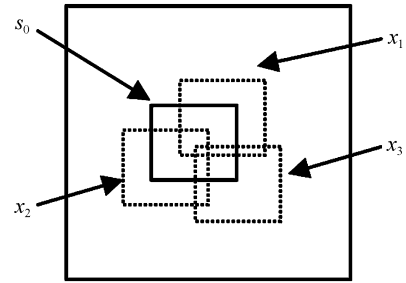


图 2 小波系数块示意图
Fig. 2 The wavelet coefficients' batches sketch

成的矩阵.一般情况下,由于 $s_0 \notin \text{span}\{x_i\}$,不存在 α 使得式(3)成立.通常在上式中引入一个扰动项 e_0 ,即

$$s_0 + e_0 = X\alpha \quad (4)$$

求解在 L^2 意义下使 $\|e_0\|_F^2$ 最小的权重向量 α ,称为最小二乘算法,其中 $\|\cdot\|_F$ 是 F 范数.但是上式只考虑到局部小波系数块向量 s_0 受到噪音污染,忽略了 X 受到的噪音污染对准确估计信号小波系数的影响,为此在 X 和 s_0 都各自引入一个扰动项,即

$$s_0 + e_0 = (X + E)\alpha \quad (5)$$

求解使 $\| [E, e_0] \|_F^2$ 最小的权重向量 α ,称为总体最小二乘算法,其解表示为 α_{TLS} ,这样估计的 α 将更为准确,再通过(3)式估计信号小波系数.

通常这类问题可以通过奇异值分解进行求解,令 $[X, s_0] = U\Sigma V^T$,则^[12]

$$\alpha_{\text{TLS}} = -[v_{1,n+1}, \dots, v_{n,n+1}]^T v_{n+1,n+1}^{-1} \quad (6)$$

式中 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{n+1})$, $(\sigma_i^2 > \sigma_{i+1}^2)$, $[v_{1,n+1}, \dots, v_{n+1,n+1}]^T$ 是对应于 σ_{n+1} 的右奇异向量.

2.2 小波系数估计

定义 s_i 为与小波系数块向量 x_i 对应的信号小波系数块向量,并假设 $s_0 \in \{s_i\}$,则 $x_i = s_i + \sigma n_i$,其中 $n_i \in R^m$ 是与 x_i 相对应的单位噪音小波系数块拉直形成的向量,且满足 $E\{n_i\} = 0$, $E\{n_i n_k^T\} = \begin{cases} I, i=k \\ 0, i \neq k \end{cases}$, σ 为该尺度上的噪音方差.为了求解式(5),令 $S = [s_1, \dots, s_n]$,对于 $P = ([X, s_0])^T ([X, s_0]) = V\Sigma^2 V^T$,并定义 $E\{\cdot\}$ 是期望运算,因为当 $m \geq n+1$ 时,有 $P \approx E\{P\}$,所以^[14]

$$P \approx E\{([X, s_0])^T ([X, s_0])\} = \begin{bmatrix} P_{XX} & S^T s_0 \\ s_0^T S & s_0^T s_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 $P_{XX} = E\{X^T X\} = S^T S + m\sigma^2 I_{n \times n}$,则 $S^T S = X^T X - m\sigma^2 I_{n \times n}$;而 $s_0^T S$ 是 $S^T S$ 的第 1 行, $S^T s_0$ 是 $s_0^T S$ 的转置, $s_0^T s_0$ 是 $S^T S$ 的左上 1×1 子矩阵,从而得到矩阵 P ,进而可以得到 P 的右奇异矩阵 $V^{[12,14-15]}$,再通过式(6)获得 α_{TLS} ,因此估计到的信号小波系数为

$$\hat{s}_0 = X\alpha_{\text{TLS}} \quad (8)$$

3 多尺度总体最小二乘小波系数估计

3.1 多尺度总体最小二乘描述

平稳小波变换是一种冗余小波变换,小波系数在尺度间具有相关性,并且尺度间的相关性随着尺度间层数的增加而减小^[6],这里我们仅采用相邻两尺度进行信号小波系数的联合估计.

令 $s_0^j \in R^m$ 是对图像分解得到的尺度 j 上某方向小波系数 ω_j 中截取的一个局部小波系数块(设为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$)拉直形成的向量, $s_0^{j+1} \in R^m$ 是尺度 $j+1$ 上该方向小波系数 ω_{j+1} 中截取的一个局部小波系数块(设为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$)拉直形成的向量, $\{x_i^j \in R^m\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ 从小波系数 ω_j 中截取的一组与 s_0^j 所在位置很相近的小波系数块拉直形成的向量集合, $\{x_i^{j+1} \in R^m\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ 从小波系数 ω_{j+1} 中截取的一组与 s_0^{j+1} 所在位置很相近的小波系数块拉直形成的向量集合,设 $m \geq n+1$.

可以采用 $\{x_i^j\}$ 和 $\{x_i^{j+1}\}$ 的某种线性组合来表示 s_0^j 和 s_0^{j+1} . 令 $s_0 = [s_0^j, s_0^{j+1}]$, ${}^jX = [x_1^j, x_1^{j+1}, \dots, x_n^j, x_n^{j+1}]$, 分别为截取的相邻尺度小波系数块向量组成的矩阵. 因此采用总体最小二乘算法估计 s_0 , 即

$${}^j s_0 + {}^j e_0 = ({}^j X + {}^j E) \cdot {}^j \alpha \quad (9)$$

使 $\|{}^j E, {}^j e_0\|_F$ 最小的权重向量 ${}^j \alpha$, 称为多尺度总体最小二乘算法, 其解表示为 ${}^j \alpha_{\text{TLS}}$.

3.2 多尺度总体最小二乘小波系数估计

与 2.2 节所述类似, 定义 s_i^j 为与小波系数块向量 x_i^j 对应的信号小波系数块向量, 假设有 $s_0^j \in \{s_i^j\}$, 则 $x_i^j = s_i^j + \sigma_j n_i^j$, 其中 n_i^j 是与 x_i^j 相对应的单位噪声小波系数块拉直形成的向量, 且有 $E\{n_i^j\} = 0$, $E\{n_i^j n_k^j\} = \begin{cases} I, & i=k \\ 0, & i \neq k \end{cases}$, σ_j 为该尺度上的噪声方差.

同理可得对应于尺度 $j+1$ 上的描述. 令 $[{}^j X, {}^j s_0] = {}^j U {}^j \Sigma {}^j V^T$, 则左奇异值 ${}^j U$ 和右奇异值 ${}^j V$ 表示为

$${}^j U = \begin{bmatrix} {}^j U_1 & & \\ & {}^j U_2 & \\ & & \dots \end{bmatrix}_{2n}, {}^j V = \begin{bmatrix} {}^j V_{11} & & & & \\ & {}^j V_{12} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & {}^j V_{21} & \\ & & & & {}^j V_{22} \\ & & & & & \dots \end{bmatrix}_n, \text{ 则}$$

$${}^j \alpha_{\text{TLS}} = -{}^j V_{12} {}^j V_{22}^{-1} \quad (10)$$

为了求解 ${}^j \alpha_{\text{TLS}}$ 需要估计 $[{}^j X, {}^j s_0]$. 令 ${}^j S = [s_1^j, s_1^{j+1}, \dots, s_n^j, s_n^{j+1}]$, 且当 $m \gg n+1$ 时, 有 ${}^j P \approx E\{{}^j P\}$, 则

$${}^j P \approx E\{([{}^j X, {}^j s_0])^T ([{}^j X, {}^j s_0])\} = \begin{bmatrix} {}^j P_{XX} & {}^j S^T {}^j s_0 \\ {}^j s_0^T {}^j S & {}^j s_0^T {}^j s_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 ${}^j P_{XX} = E\{({}^j X^T {}^j X)\} = {}^j S^T {}^j S + m(I_{n \times n} \otimes K_j)$,

其中 \otimes 为 Kronecker 张量积, $K_j = \begin{bmatrix} \sigma_j^2 & \rho_{j,j+1} \sigma_j \sigma_{j+1} \\ \rho_{j,j+1} \sigma_j \sigma_{j+1} & \sigma_{j+1}^2 \end{bmatrix}$, $\rho_{j,j+1}$ 是噪声在不同尺度小波空间中的映射 v_j 和 v_{j+1} 之间的相关系数^[3], 其计算式为

$$\rho_{j,j+1} = \frac{\sqrt{\sum_k \sum_q L_{j-1}(k, q) L_j(k, q)}}{\|L_{j-1}\| \cdot \|L_j\|} \quad (12)$$

因此 ${}^j S^T {}^j S = {}^j X^T {}^j X - m(I_{n \times n} \otimes K_j)$; 而 ${}^j s_0^T {}^j S$ 是 ${}^j S^T {}^j S$ 的前 2 行, ${}^j S^T {}^j s_0$ 是 ${}^j s_0^T {}^j S$ 的转置, ${}^j s_0^T {}^j s_0$ 是 ${}^j S^T {}^j S$ 的左上 2×2 子矩阵, 从而得到矩阵 ${}^j P$, 进而可以得到 ${}^j P$ 的右奇异矩阵 ${}^j V$, 从而可通过式(10)得到 ${}^j \alpha_{\text{TLS}}$. 因此估计到的信号小波系数为

$${}^j \hat{s}_0 = {}^j X {}^j \alpha_{\text{TLS}} \quad (13)$$

用粗尺度估计细尺度, 只取 ${}^j \hat{s}_0$ 的第一列 \hat{s}_0^j 作为 s_0^j 的估计, 依次可以估计经过边界延拓的信号小波系数, 再通过平稳小波逆变换获得去噪图像.

4 实验结果

在去噪算法里取图像大小分别为 256×256 和 512×512 , 采用多尺度总体最小二乘估计小波系数再进行反变换重构图像进行去噪. 在去噪算法里平稳小波函数取 bior2.2 小波, 采用三层小波分解, 其中 $m = 23 \times 23$, $n = 5 \times 5 = 25$. 采用信噪比评价图像去噪效果, 其定义为

$$\text{SNR} = 10 \times \log \left[\frac{\frac{1}{K \times Q} \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q y_{kq}^2}{\frac{1}{K \times Q} \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q (y_{kq} - \hat{y}_{kq})^2} \right] \quad (14)$$

通常绝对值较小的小波系数一般是以噪声为主, 绝对值较大的小波系数以信号为主, 先选择一个阈值 $T = 2.5\sigma_j$ ^[6] 对 ω_j 进行处理, 小于该阈值的小波系数置零, 大于该阈值的系数不变. 然后对阈值化的小波系数采用多尺度总体最小二乘算法估计信号小波系数. 为验证本文方法的去噪效果, 对大小为 256×256 标准测试图像 Peppers 和 512×512 标准测试图像 Lena 进行仿真实验, 并和其他几种最近提出的小波去噪算法作了比较.

图 3(a) 是 256×256 的 Peppers 无噪图像, 图 3(b) 表示高斯噪声方差为 20 时的噪声图像, 图 3(c) 表示 SURE-LET^[17] 算法去噪结果, 图 3(d) 表示多尺度最小均方误差的平稳小波变换 (MLSWT)^[6] 去噪结果, 图 3(e) 表示本文给出的基于多尺度总体最小二乘的平稳小波变换 (MTLSSWT) 去噪结果. 表 1 给出了在不同噪声方差下不同算法去噪效果的信噪比.

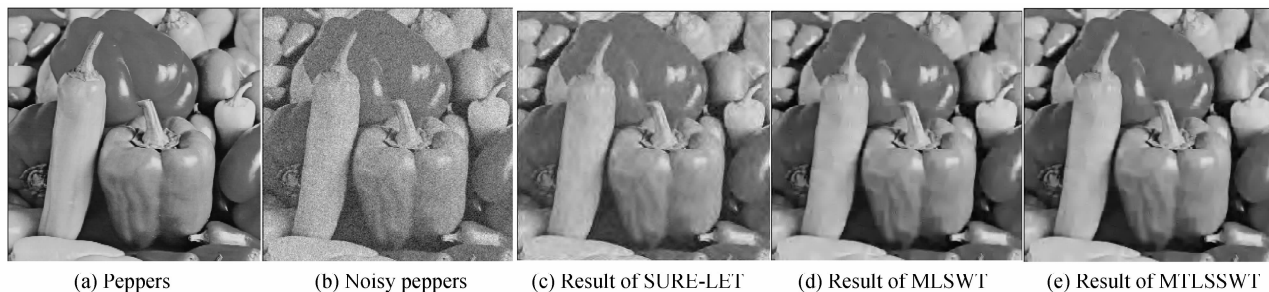


图3 噪音方差为 20 的 Peppers 图像去噪效果对比
Fig. 3 Denoised image comparisons for noisy Peppers image

表 1 不同噪音水平的 Peppers 去噪后的信噪比
Table 1 SNR values of denoised image different noise levels of noisy peppers

Noise variance	Noisy image	SURE-LET	MLSWT	Algorithm in the paper
5	28.568 2	31.581 9	31.977 6	32.503 6
10	22.547 6	27.583 6	28.309 2	29.287 1
15	19.025 8	25.317 6	26.168 3	27.312 2
20	16.527 0	23.750 1	24.686 8	26.254 9
25	14.588 8	22.548 3	23.569 0	25.364 8
30	13.005 2	21.569 5	22.653 7	24.752 7
35	11.666 3	20.746 2	21.900 6	24.312 5

与最近提出的算法 MLSWT、SURE-LET 相比可以看出本文给出的方法使得去噪图像在主观质

量和信噪比等方面有了明显改善. 本文给出的方法信噪比比 SURE_LET 提高了 2.504 8 dB, 比 MLSWT 提高了 1.568 1 dB, 信噪比得到了大幅提高; 视觉效果上看本文算法较好保持了图像的细节信息, 没有明显失真, 去噪效果有明显改善.

图 4(a)表示 512×512 的 Lena 图像, 图 4(b)表示高斯噪音方差为 20 时的噪音图像, 图 4(c)表示 SURE-LET 算法去噪结果, 图 4(d)表示多尺度最小均方误差的平稳小波变换(MLSWT)去噪结果, 图 4(e)表示基于多尺度总体最小二乘的平稳小波变换(MTLSSWT)去噪结果. 表 2 给出了在不同噪音方差下不同算法去噪效果的信噪比.



图4 噪音方差为 20 的 Lena 图像去噪效果对比
Fig. 4 Denoised image comparisons for noisy Lena image

可以看出本文给出的方法信噪比 SURE_LET 提高了 4.488 1 dB, 比 MLSWT 提高了 2.001 7 dB, 可以看出信噪比也得到了大幅提高; 视觉效果上看本文算法能较好保持图像的细节信息.

表 2 不同噪音水平的 Lena 去噪后的信噪比
Table 2 SNR values of denoised image different noise levels of noisy lena

Noise variance	Noisy image	SURE-LET	MLSWT	Algorithm in the paper
5	28.568 2	31.581 9	32.383 9	33.202 8
10	22.547 6	27.583 6	29.360 2	30.542 1
15	19.025 8	25.317 6	27.553 7	29.331 4
20	16.527 0	23.750 1	26.236 5	28.238 2
25	14.588 8	22.548 3	25.202 2	27.481 6
30	13.005 2	21.569 5	24.348 8	26.875 2
35	11.666 3	20.746 2	23.607 8	26.404 6

通过与当前部分主流小波去噪算法相比, 本文给出的去噪算法使得去噪后的信噪比得到了很到改善, 克服了传统小波去噪算法在去噪的同时对边缘等细节信息产生的模糊; 而且基本上保证了去噪图像的能量, 不会使去噪图像变暗, 从而保证了良好的视觉效果, 证明了该算法的优势, 并且随着噪音方差的增大该算法的去噪效果与其它算法相比优势越明显.

本文算法去噪效果的改善是以耗时增加为代价, 在 CPU3.6 GHz, 内存 4.0 GB 通过 Matlab 7.9 对 256×256 的 Peppers 图像进行去噪, SURE-LET 耗时 1.09 s, MLSWT 耗时 12.17 s, 本文算法耗时 25.75 m; 对 512×512 的 Lena 图像去噪, SURE-LET 耗时 2.12 s, MLSWT 耗时 20.15 s, 本文算法耗时 47.2 m. 虽然耗时有所增加, 但是去噪效果得

到了大幅提高.

5 结论

为了抑制图像中存在的噪音干扰,本文给出了一种新的基于多尺度总体最小二乘的小波系数估计算法,并且将该算法和当前部分主流小波去噪方法进行了比较,对比结果表明本文给出的去噪算法的有效性.由于在信号小波系数的估计中,需要多次计算各个小波系数块,在信号小波系数估计准确提高的同时增加了计算时间,如何进一步提高运算速度是一个值得进一步考虑的问题;同时分解层数的选取等也是值得进一步研究的问题.

参考文献

- [1] CHANG S G, YU Bin, VETTERLI M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **9**(9):1522-1531.
- [2] LUO Peng, GAO Xie-ping. Image denoising algorithm based on dual tree complex wavelet transform [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(3):605-608.
罗鹏,高协平.基于双树复数小波变换的图像去噪方法[J].光子学报,2008, **37**(3):605-608.
- [3] ZHANG L, PAUL B, WU X. Hybrid inter- and intra wavelet scale image restoration[J]. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(8):1737-1746.
- [4] GAO Qing-wei, LI Bin, XIE Guang-jun, et al. An image denoising method based on stationary wavelet transform[J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2002, **39**(12):1689-1694.
高清维,李斌,解光军,等.基于平稳小波变换的图像去噪方法[J].计算机研究与发展,2002, **39**(12):1689-1694.
- [5] HOU Jian-hua, TIAN Jin-wen, LIU Jian. An improved joint scheme for image denoising[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(11):1748-1751.
侯建华,田金文,柳健.一种改进的图像组合滤波方法[J].光子学报,2005, **34**(11):1748-1751.
- [6] ZHANG L, PAUL B, WU X. Multiscale LMMSE-based image denoising with optimal wavelet selection [J]. *IEEE Trans Circuits and Systems for Video Technology*, 2005, **15**(4):469-481.
- [7] HOU Z. Adaptive singular value decomposition in wavelet domain for image denoising[J]. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(8):1747-1763.
- [8] ZHENG Yi, LIU Shang-qian. Hybrid denoising of a target image with complex-valued wavelet and local gradient[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8):1698-1702.
郑毅,刘上乾.基于复小波和局部梯度的靶标图像混合降噪[J].光子学报,2008, **37**(8):1698-1702.
- [9] ZHAO Ping, ZHAO Chun, SHANG Zhao-wei. Image denoising based on non-based estimator of local variance for complex wavelet coefficients [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2008, **13**(1):14-18.
赵平,赵春,尚赵伟.基于复小波系数局部方差无偏估计量的图像去噪[J].中国图象图形学报,2008, **13**(1):14-18.
- [10] SENDUR L, SELESNICK W. Bivariate shrinkage with local variance estimation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, **9**(12):438-441.
- [11] PORTILLA J, STRELA V, WAINWRIGHT M J, et al. Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet domain[J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2003, **12**(11):1338-1351.
- [12] HIRAKAWA K, PARKS T. Image denoising using total least squares[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2006, **15**(9):2730-2742.
- [13] IVAN M, SABINE V. Overview of total least-squares methods[J]. *Signal Processing*, 2007, **87**(10):2283-2302.
- [14] HIRAKAWA K, PARKS T. Image denoising for signal-dependent noise[C]. Proceedings on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'05), 2005, **2**:29-32.
- [15] SONG Chang-xin. Infrared image denoising through orthogonal wavelet transform based on TLS[J]. *Laser & Infrared*, 2009, **39**(1):74-77.
宋长新.基于TLS的正交小波变换红外图像去噪[J].激光与红外,2009, **39**(1):74-77.
- [16] GUDMUNDSON E, STOICA P. On denoising via penalized least-squares rules[C]. IEEE, 2008:3705-3708.
- [17] BLU T, LUISIER F, LAUSANNE. The SURE-LET approach to image denoising [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, **16**(11):2778-2786.

Image Denoising Based on Multi-scales Total Least Squares

XU Shu-hua^a, QI Ming-ming^b

(a. School of Math and Physics; b. School of Engineerings, Shaoxing College of Arts and Sciences, Shaoxing, Zhejiang 312000 China)

Abstract: A methods using stationary wavelet transform based on multi-scales total least squares for image denoising is proposed. The noisy image is decomposed using stationary wavelet. For the high frequency components of image decomposition, the wavelet coefficients are estimated using total least squares. The interscale correlations of wavelet coefficients are considered. The multi-scales total least squares for estimating wavelet coefficients is proposed. Then the high frequency coefficients of signal are obtained. The denoised image is obtained through inverse wavelet transform. The experimental results show that the image can be denoised effectively based on total least squares using the interscale correlations of wavelet coefficients. The SNR and the visual quality are improved substantially.

Key words: Images denoising; Multiscales wavelet transform; Total least squares; Interscale correlations



XU Shu-hua was born in 1977. She received her M. S. degree from Guizhou University in 2004. Now she is a lecturer, and her research interests focus on Image processing, database and net security.