

文章编号: 1004-4213(2010)05-0847-4

# 一维矩形光子晶体中电磁波的传输特性\*

刘启能

(重庆工商大学 计信学院, 重庆 400067)

**摘要:** 利用一维矩形光子晶体中电磁波横向受限的条件, 推导出电磁波在其中各个模式满足的关系式, 从而研究了电磁波各模式的特性. 通过色散法研究了电磁波的传输特性随模式量子数和矩形边长的变化规律, 得出了一些不同于一维非受限光子晶体的新特征, 即一维矩形光子晶体的禁带由模式量子数确定, 禁带频率中心和频率宽度与模式量子数和边长有关.

**关键词:** 矩形光子晶体; 受限; 模式; 禁带

**中图分类号:** O436

**文献标识码:** A

**doi:** 10. 3788/gzxb20103905. 0847

## 0 引言

光子晶体的概念自 1987 年分别由 S. John 和 E. Yablonovitch 提出来后, 由于光子晶体在带隙方面的特殊性质, 使它很快成为光学前沿领域中一个十分活跃的研究课题<sup>[1-11]</sup>. 在研究中为了使问题简化, 几乎都是把一维光子晶体作为横向不受限来处理. 真实的光子晶体是有一定外形的, 即它的横向受到一定的外形限制, 这种限制必然会影响到电磁波在其中的传输模式和带隙机构. 最近, 文献[12]对一维光子晶体横向受限的问题做了一些研究, 取得了一些成果, 但仍有许多重要问题有待深入研究. 本文将研究一种典型的一维横向受限光子晶体——一维矩形光子晶体中电磁波的模式特征和传输特性.

## 1 模型和计算方法

一维矩形光子晶体的结构如图 1, 沿  $z$  轴(对称轴)方向是由折射率为  $n_1=2.97$ (砷化铝)厚度为  $d_1$  和折射率为  $n_2=1.3$ (氟化钠)厚度为  $d_2$  的两种介

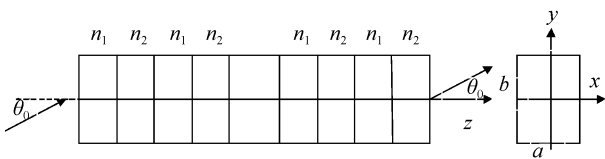


图 1 一维矩形光子晶体  
Fig. 1 The rectangle 1-D photonic crystal

质周期性地交替构成, 该光子晶体被限制在一个横切面为矩形的金属筒内, 矩形的长为  $a$ (沿  $x$  方向)、宽为  $b$ (沿  $y$  方向). 入射空间和出射空间的折射率都为  $n_0=1$ .

在该一维矩形光子晶体中传播的电磁波的波矢  $k(k=n\omega/2\pi c, \omega$  为圆频率、 $c$  为光速、 $n$  为折射率)的三个分量  $k_x, k_y, k_z$  有

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (1)$$

由于电磁波在  $x$  方向和  $y$  受限,  $k_x$  和  $k_y$  必须满足驻波条件

$$\left. \begin{aligned} k_x &= J_x/2a & J_x &= 0, 1, 2, 3, \dots \\ k_y &= J_y/2a & J_y &= 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

而  $k_z = k \cos \theta$  ( $\theta$  为波矢  $k$  与  $z$  轴的夹角), 由式(1)和式(2)得

$$k^2 \sin^2 \theta = (J_x/2a)^2 + (J_y/2b)^2 \quad (3)$$

由式(3)可知  $J_x, J_y$  各取一个值, 对应于一个  $k$ , 即对应于电磁波的一个模式, 将  $J_x, J_y$  称为模式量子数. 由此可见在一维矩形光子晶体中传播的电磁波存在多个  $k$  分离的模式, 其中  $J_x=0, J_y=0$  的模式对应电磁波正入射, 其他模式对应电磁波的斜入射. 式(3)正是一维矩形光子晶体中电磁波各模式满足的关系式. 而这些特征是一维非受限光子晶体中的电磁波没有的.

引入色散函数  $F$ <sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} F &= \left| \cos(\delta_1) \cos(\delta_2) - \frac{1}{2} \left[ \frac{n_1 \cos(\theta_1)}{n_2 \cos(\theta_2)} + \frac{n_2 \cos(\theta_2)}{n_1 \cos(\theta_1)} \right] \sin(\delta_1) \sin(\delta_2) \right| - 1 \quad (\text{TE 波}) \\ F &= \left| \cos(\delta_1) \cos(\delta_2) - \frac{1}{2} \left[ \frac{n_1 \cos(\theta_2)}{n_2 \cos(\theta_1)} + \frac{n_2 \cos(\theta_1)}{n_1 \cos(\theta_2)} \right] \sin(\delta_1) \sin(\delta_2) \right| - 1 \quad (\text{TM 波}) \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\delta_1 = (2\pi/\lambda)n_1 d_1 \cos \theta_1, \delta_2 = (2\pi/\lambda)n_2 d_2 \cos \theta_2$ , 式(4)中的  $\theta$  由式(3)给出.  $F > 0$  对应电磁波的禁带,  $F \leq 0$  对应电磁波的导带. 利用式(3)和(4)可以

\* 重庆市教委科技项目基金(KJ080720)资助  
Tel: 13996014691 Email: liuqineng@yahoo.com.cn  
收稿日期: 2009-06-25 修回日期: 2009-08-24

计算该一维矩形光子晶体中电磁波各个模式的带隙结构. 计算中, 中心波长取  $\lambda_0 = 1\ 500\ \text{nm}$ ,  $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$ , 中心圆频率  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ , 令归一化频率  $g = \omega/\omega_0$ .

## 2 模式的特征

首先由式(3)分析该一维矩形光子晶体中电磁波各个模式的透射角  $\theta_0$  与归一化频率  $g$ 、 $a$  和  $b$  的关系. 令  $a = X\lambda_0$ 、 $b = Y\lambda_0$ , 由式(3)可得

$$\sin \theta_0 = \sqrt{(J_x/2X)^2 + (J_y/2Y)^2}/g$$

$$J_x = 0, 1, 2, 3, \dots, J_y = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

应注意: 若电磁波沿  $xoz$  面入射, 则有

$$\sin \theta_0 = J_x/2gX \quad J_y = 0, J_x = 0, 1, 2, \dots$$

若电磁波沿  $yo z$  面入射, 则有

$$\sin \theta_0 = J_y/2gY \quad J_x = 0, J_y = 0, 1, 2, \dots$$

由式(5)可知, 该一维矩形光子晶体中电磁波各个模式有以下特征:

1) 一维矩形光子晶体中电磁波存在许多模式, 每个模式由模式量子数  $J_x$  和  $J_y$  确定, 记为  $[J_x, J_y]$ . 而在一维非受限光子晶体中电磁波不存在模式;

2) 当  $a$  和  $b$  ( $X$  和  $Y$ ) 一定时, 模式量子数越大对应的透射角越大; 对同一模式的电磁波,  $a$  和  $b$  ( $X$  和  $Y$ ) 越大对应的透射角越小; 透射角一定时,  $a$  和  $b$  越大对应的模式量子数越大;

3) 透射波中出现一级禁带其模式量子数的取值范围: 一级禁带中心出现在  $g=1$  附近, 将式(5)中的  $g$  取 1, 而  $\sin \theta_0 \leq 1$ , 则有

$$\text{在 } x \text{ 方向: } J_x \leq 2X \quad J_x = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{在 } y \text{ 方向: } J_y \leq 2Y \quad J_y = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

式(6)为透射波中出现一级禁带其模式量子数的取值范围的公式. 由式(6)可知, 一级禁带的模式量子数的取值范围由  $X$  和  $Y$  ( $a$  和  $b$ ) 唯一确定,  $X$  和  $Y$  越大, 对应的模式量子数的取值范围就越大.

## 3 带隙结构

从前面的分析可知, 由于电磁波在一维矩形光子晶体中横向受限, 使得其带隙与一维非受限光子晶体中电磁波的带隙相比有新的特征. 这些新特征最主要表现为: 一维矩形光子晶体中电磁波的带隙会受模式量子数以及矩形边长的影响.

### 3.1 带隙随模式量子数的变化

固定  $a = 3\lambda_0$ 、 $b = 4\lambda_0$ , 这种情况下透射波中电磁波的模式量子数的取值范围为  $J_x \leq 6$ 、 $J_y \leq 8$ . 下面计算出  $[1, 1]$ 、 $[1, 4]$ 、 $[1, 8]$  三个模式的 TE 波和 TM 波的带隙结构, 如图 2. 由图可知:

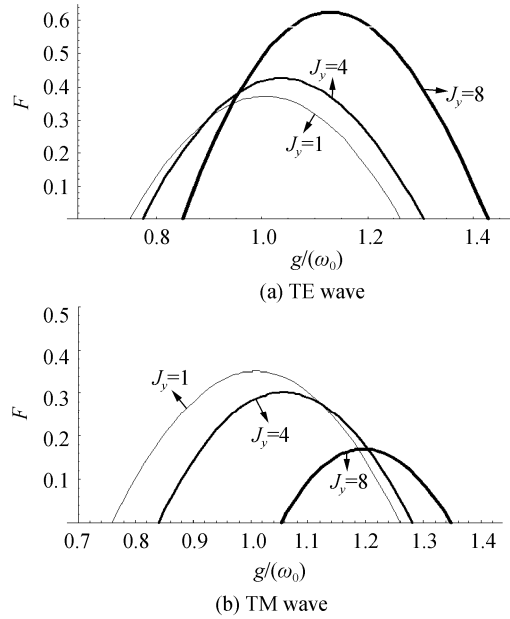


图 2 禁带随  $g$  的响应曲线 (TE 波和 TM 波)  $J_y = 1, 4, 8$   
Fig. 2 Response curves of the bandgap versus  $g$  (TE wave and TM wave)  $J_y = 1, 4, 8$

1) 对于 TE 波和 TM 波的  $[1, 1]$ 、 $[1, 4]$ 、 $[1, 8]$  三个模式, 都出现了禁带 ( $F > 0$ ), 这表明在该一维矩形光子晶体中的 TE 波和 TM 波各个模式都会出现禁带;

2) 对于 TE 波,  $[1, 1]$ 、 $[1, 4]$ 、 $[1, 8]$  三个模式的禁带其频率中心分别在  $g = 1.00, 1.04, 1.12$  处, 即各模式禁带的频率中心随模式量子数的增加而增大. 对于 TM 波, 各模式禁带的频率中心也随模式量子数的增加而增大, 这与 TE 波相同;

3) 对于 TE 波,  $[1, 1]$ 、 $[1, 4]$ 、 $[1, 8]$  三个模式的禁带其频率宽度分别  $\Delta g = 0.51, 0.54, 0.58$ , 即各模式禁带的频率宽度随模式量子数的增加而增大. 对于 TM 波, 三个模式的禁带其频率宽度分别为  $\Delta g = 0.50, 0.44, 0.30$ , 即各模式禁带的频率宽度随模式量子数的增加而减小, 这与 TE 波相反.

这些模式的禁带随模式量子数的变化特征是一维非受限光子晶体中的电磁波不具有的, 因为在一维非受限光子晶体中的电磁波其禁带与模式量子数无关.

### 3.2 带隙随矩形边长的变化

固定  $a = 3\lambda_0$ 、计算出 TE 波和 TM 波的模式  $[1, 1]$  在宽度分别为  $b = \lambda_0$ 、 $b = 2\lambda_0$ 、 $b = 3\lambda_0$  (即  $Y = 1, 2, 3$ ) 的带隙结构图, 如图 3. 由图可知:

1) 当  $Y = 1, 2, 3$  时, TE 波的  $[1, 1]$  模式其禁带频率中心分别在  $g = 1.04, 1.01, 1.00$  处, 即禁带的频率中心随边长的增加而减小. 对于 TM 波,  $[1, 1]$  模式的禁带频率中心也随边长的增加而减小, 这与 TE 波相同;

2) 当  $Y=1, 2, 3$  时, TE 波的  $[1, 1]$  模式的禁带频率宽度分别为  $\Delta g=0.54, 0.52, 0.51$ , 即禁带频率宽度随边长的增加而减小. 对于 TM 波,  $[1, 1]$  模式的禁带频率宽度分别为  $\Delta g=0.44, 0.48, 0.49$ , 即禁带频率宽度随边长的增加而增大, 这与 TE 波相反.

本文模式的禁带随矩形边长的变化特征也是一维非受限光子晶体中的电磁波不具有的, 因为在一维非受限光子晶体中的电磁波其禁带与矩形边长无关.

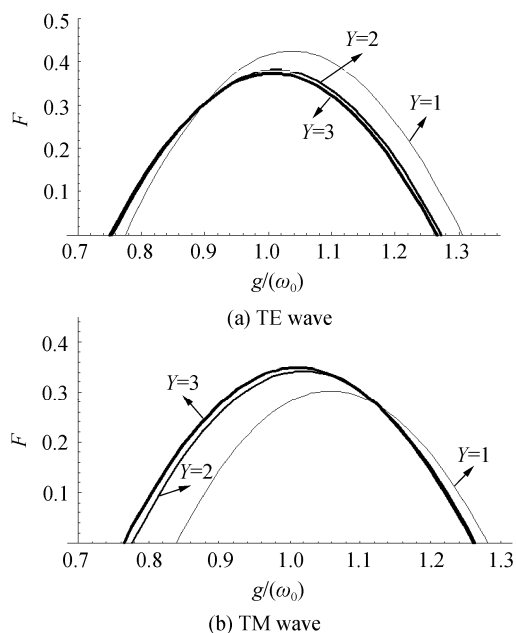


图3 禁带随  $g$  的响应曲线(TE 波和 TM 波)

Fig. 3 Response curves of the bandgap versus  $g$  (TE wave and TM wave)

## 4 结论

本文利用电磁波在一维矩形光子晶体中横向受限的条件, 推导出电磁波在一维矩形光子晶体中各个模式满足的关系式. 利用这个关系式并结合色散函数, 计算出 TE 波和 TM 波各模式的禁带随模式量子数和矩形边长的变化规律. 得出了一些不同于一维非受限光子晶体禁带的新特征. 对于 TE 波有: 禁带的频率中心随模式量子数的增加而增大, 但随矩形边长的增加而减小. 禁带的频率宽度随模式量子数的增加而增大, 但随矩形边长的增加而减小. 对于 TM 波有: 禁带的频率中心随模式量子数的增加而增大, 但随矩形边长的增加而减小. 禁带的频率宽度随模式量子数的增加而减小, 但随矩形边长的增加而增大.

### 参考文献

[1] CHEN Wei-zong, SHEN Ying, HU Man-li. Structure of basic period of one-dimensional photonic crystal and the characters of forbidden bands[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2001, **30**(12): 1453-1456.

陈慰宗, 申影, 忽满利. 一维光子晶体的基本周期构及其禁带特征[J]. *光子学报*, 2001, **30**(12): 1453-1456.

[2] DUAN Xiao-feng, NIU Yan-xiong, ZHANG Cu. Light propagation characteristics of 1-D photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2003, **32**(9): 1086-1089.

段晓峰, 牛燕雄, 张维. 一维光子晶体的光学传输特性分析[J]. *光子学报*, 2003, **32**(9): 1086-1089.

[3] FANG Yun-tuan, SHEN Ting-gen, TAN Xi-lin. Study on one dimensional photonic crystal with impurity defect [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1557-1560.

方云团, 沈廷根, 谭锡林. 一维光子晶体掺杂缺陷模研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(11): 1557-1560.

[4] ZHOU Jin-gou, DU Gui-qiang, ZHANG Ya-wen. Electromagnetic modes of thickness modulated dual periodic one dimensional photonic crystals[J]. *Acta Phys Sin*, 2005, **54**(8): 3703-3707.

周金苟, 杜桂强, 张亚文. 双周期厚度调制的一维光子晶体的电磁模[J]. *物理学报*, 2005, **54**(8): 3703-3707.

[5] DU Gui-qiang, LIU Nian-hua. Optical transmission spectra of one-dimensional photonic crystals with a mirror symmetry[J]. *Acta Phys Sin*, 2004, **53**(4): 1095-1097.

杜桂强, 刘念华. 具有镜像对称结构的一维光子晶体的透射谱[J]. *物理学报*, 2004, **53**(4): 1095-1097.

[6] ZHANG Deng-guo, NI Na, AN He-nan. Electromagnetic field analysis and numerical calculation of one-dimensional magneto-photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2004, **33**(8): 1007-1010.

张登国, 倪娜, 安鹤南. 一维磁性光子晶体的电磁场分析和数值计算[J]. *光子学报*, 2004, **33**(8): 1007-1010.

[7] WANG Rui, ZHANG Cun-xi, NIE Yi-hang. Band structure and propagation properties of one-dimension anisotropy photonic crystals[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2007, **35**(1): 89-92.

王瑞, 张存喜, 聂一行. 一维各向异性光子晶体的带隙结构和传输特性[J]. *光子学报*, 2007, **35**(1): 89-92.

[8] LI Rong, REN Kun, REN Xiao-Bin. Angular and wavelength selectivity of band gaps of holographic photonic crystals for different polarizations[J]. *Acta Phys Sin*, 2004, **53**(8): 2520-2523.

李蓉, 任坤, 任晓斌. 一维光子晶体带隙结构对不同偏振态的角度和波长响应[J]. *物理学报*, 2004, **53**(8): 2520-2523.

[9] LIU Qi-neng. Properties of polarization of defect mode of one-dimensional photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2007, **36**(8): 1431-1434.

刘启能. 一维光子晶体缺陷模偏振特性的研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(8): 1431-1434.

[10] LIU Qi-neng. Theoretical study of multi-channel polarization tunable filter of photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2008, **37**(2): 305-308.

刘启能. 光子晶体多通道可调谐偏振滤波器的理论研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(2): 305-308.

[11] LIU Qi-neng. A new simple and convenient method for study of properties forbidden band of one-dimensional photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2007, **36**(6): 1031-1034.

刘启能. 一种简便的研究一维光子晶体禁带特征的新方法[J]. *光子学报*, 2007, **36**(6): 1031-1034.

[12] SONG Yu-ling, WANG Xuan-zhang. Properties of a one-dimensional confined antiferromagnetic photonic crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2405-2407.

宋玉玲, 王选章. 一维受限反铁磁光子晶体能带的性质[J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2405-2407.

## Transmission Characteristics of Electromagnetic Wave in 1D Rectangle Photonic Crystal

LIU Qi-neng

*(Computer Science and Information Engineering College, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)*

**Abstract:** Transmission characteristics of electromagnetic wave in 1D rectangle photonic crystal are obtained with restrictions condition of electromagnetic wave and the characteristics of mode are studied. Transmission characteristics of electromagnetic wave are calculated by the dispersion method. The new characteristics of electromagnetic wave in 1D rectangle photonic crystal are obtained. The bandgap of 1D rectangle photonic crystal is determined by quantum number of mode. The center and width of the bandgap are determined by the quantum number of mode and the side length of rectangle.

**Key words:** Rectangle photonic crystal; Restrictions; Mode; Bandgap



**LIU Qi-neng** was born in 1981. He works as a professor, and his research interests focus on the optics and atom and molecular physics.