

文章编号:1004-4213(2010)04-0680-4

# 牙齿组织光学穿透深度有限元仿真分析

陈庆光,林斌<sup>†</sup>

(浙江大学 a. 现代光学仪器国家重点实验室; b. 国家光学仪器工程技术研究中心, 杭州 310027)

**摘要:**利用有限元方法对光在二维牙齿双层有限尺寸模型中传输的扩散方程进行求解,获取了光能在组织体内部的分布情况,并对牙釉质和牙本质在不同光学参量模型下的光学穿透深度进行仿真分析. 结果发现,穿透深度随牙釉质散射系数的增大而减小,随牙本质的散射系数增大而增大. 但牙釉质的穿透深度随散射系数的变化率( $\beta_e=0.007\ 97$ )要远远大于牙本质( $\beta_d=0.000\ 828$ ). 采用 Monte Carlo 随机统计方法验证了本文有限元求解扩散方程的正确性.

**关键词:**组织光学; 牙齿; 穿透深度; 有限元; 散射系数

**中图分类号:**R318.51

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20103904.0680

## 0 引言

光学方法由于具有无损性、可量化、实时成像等优点,在疾病探测等领域得到广泛的应用和研究. 目前,应用于龋齿早期检测的光学技术有定量光导荧光<sup>[1]</sup>、激光龋齿检测<sup>[2]</sup>、偏振敏感光学相干层析术<sup>[3]</sup>、偏振喇曼光谱<sup>[4]</sup>及数字化显影光纤透射术<sup>[5]</sup>等. 这些技术的基本工作原理皆是基于光与牙齿组织的散射、吸收、折射等相互作用,根据出射光所携带的组织体内部的结构或功能信息对样本进行检测和诊断,因此,光对组织体的穿透深度是衡量光学方法诊断疾病有效性的一个重要参量. 光在组织体内传输的求解有解析和输运两种理论<sup>[6]</sup>. 解析理论从麦克斯韦波动方程出发,考虑光波的多次散射、衍射和干涉效应,在数学上严格的,但一般情况下无法获得通用解. 基于简化过程的近似方程可以利用有限元等数值方法求解,由于适应性强,求解速度快等优点,在组织光学问题中得到广泛应用.

目前,对光学方法检测龋齿的研究主要集中于应用技术方面,基础理论方面集中于利用 Monte Carlo 方法统计牙齿组织内部光能分布情况<sup>[7]</sup>. 本文通过有限元方法对所建牙齿模型求解扩散方程,对光子在牙齿样本不同的光学参量情况下的光能分布和穿透深度进行比较,同时分析了光学参量对穿透深度的影响.

## 1 理论模型

光在生物组织体中的传输可视为随机介质中的

多次散射效应,可以用辐射传输方程描述此过程,辐射传输方程的一阶球谐函数可展开为椭圆形偏微分方程,在一定条件下近似为扩散方程<sup>[8]</sup>

$$-d\nabla\Phi(x,y)+\mu_a\Phi(x,y)=S(x,y) \quad (1)$$

式中  $D=1/[3(\mu_a+(1-g)\mu_s)]$  为扩散系数,  $\mu_s$  为散射系数,  $\mu_a$  为吸收系数,  $g$  为各向异性系数,  $\Phi$  为光子密度分布,  $S(x,y)$  为光源分布函数.

边界要求无光子通过边界进入组织体,对于扩散方程,可表述为罗宾边界条件<sup>[6]</sup>,即

$$\Phi(\xi)+2D\frac{1+R_f}{1-R_f}\Lambda_n\cdot\nabla\Phi(\xi)=0, \forall \xi\in\partial\Omega \quad (2)$$

式中,  $R_f\approx-1.439\ 9n^{-2}+0.709\ 9n^{-1}+0.668\ 1+0.063\ n$  为扩散传输内反射系数,  $\partial\Omega$  为边界面.

对生物组织体内光能分布问题的求解转化为微分方程在边界条件下的求解,根据数学理论,可转化为方程的泛函极值求解问题. 考虑格林公式和边界条件,泛函可表示为<sup>[9]</sup>

$$I=\frac{1}{2}\int_{\Omega}[D(\nabla\Phi)^2]d\Omega-\int_{\Omega}(s\Phi)d\Omega+\frac{1}{4}\frac{1-R_f}{1+R_f}\int_{\Gamma_{\text{robin}}}(\Phi^2)d\Gamma+\int_{\Omega}(\mu_a\Phi^2)d\Omega \quad (3)$$

泛函极值求解表示为:  $\delta I=0$

有限元法将定义域划分为有限个互不相交且包含整个求解空间的单元来获取基函数,将待求微分问题转化为有限元子空间中的多元函数极值问题.

设扩散方程的解可表示为多项式基函数的线性组合,即:  $\Phi=\sum_{i=1}^n h_i u_i$ , 其中  $h_i$ 、 $u_i$  分别称为节点函数值和有限元形函数,代入泛函的表达式中,并使  $\delta I=0$  成立,可以得到

$$\frac{\partial I}{\partial h_i}=\sum_{j=1}^n h_j T_{ij}-F_i=0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (4)$$

<sup>†</sup> Tel:0571-87951558

Email:wjlin@zju.edu.cn

收稿日期:2009-08-07

修回日期:2009-04-01

式中

$$T_{ij} = \int_{\Omega} (D \nabla u_j \cdot \nabla u_i) d\Omega$$

$$F_i = \int_{\Omega} (s u_i) d\Omega - \frac{1}{2} \frac{1 - R_f}{1 + R_f} \int_{\Gamma_{\text{robin}}} (h_i u_i^2) d\Gamma - 2 \cdot \int_{\Omega} (\mu_a h_i u_i^2) d\Omega$$

式(4)将连续空间变量的求解转换为线性方程组的求解,通过对此方程的求解即可获得节点值,空间任一点的值可通过线性插值获得。

对于生物组织体外部光源入射情况下,有限元模型中激励源结构可近似设置为组织体表面节点处的弥散点源,即  $s = u(x, y)$ ,  $x, y \in \partial\xi$  ( $\partial\xi$  为光源入射的边界区域)。

## 2 模型和结果

牙齿在结构上主要由牙釉质和牙本质构成,为此建立双层有限尺寸模型(如图 1),几何厚度根据文献[10]分别设置为牙釉质  $h_e = 1.36$  mm,牙本质  $h_d = 4.13$  mm,宽度统一设置为  $l = 10$  mm 相应的光学参量设置如表 1。

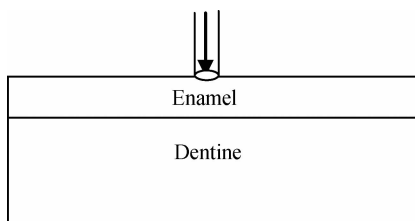


图 1 牙齿二维有限尺寸几何模型

Fig. 1 Two-dimension dental finite size geometric model

表 1 模型的光学参量

Table 1 Optical parameters of the model

$n$	$\mu_a$	$g$	$\mu_s$	
			$h_e$	$h_d$
1.62	0	0.95	50	280

牙齿组织属于高散射介质,表现为散射系数远远大于吸收系数,为简化计算,模型的吸收系数  $\mu_a$  设置为 0.光源采取模型中心点上边界垂直入射方式,光束的半径  $R = 0.5$  mm,光能数值设为相对值 1.在 ANSYS 有限元软件中建立几何模型,设置相应光学参量,划分网格(单元采用 PLAN35),施加相应边界和载荷条件后,求解得到组织体内光能分布结果。

对牙釉质和牙本质散射系数分别为  $50 \text{ mm}^{-1}$  和  $280 \text{ mm}^{-1}$  时的光能分布进行求解,最后以 128 级灰度表示,结果如图 2.在点光源垂直入射情况下,光能在组织空间内呈弥散分布,在牙釉质和牙本质分界面处,由于光学参量的改变,使得光能分布的趋

势发生变化.在靠近中心位置,由于边界的存在,使得光能减小.牙本质的散射系数相比牙釉质增大意味着光子在单位程长上的散射次数变大,使得中心区域的能量由于散射的增多,向周围扩散.光能覆盖的面积增大,所以,中心区域的能量减少。

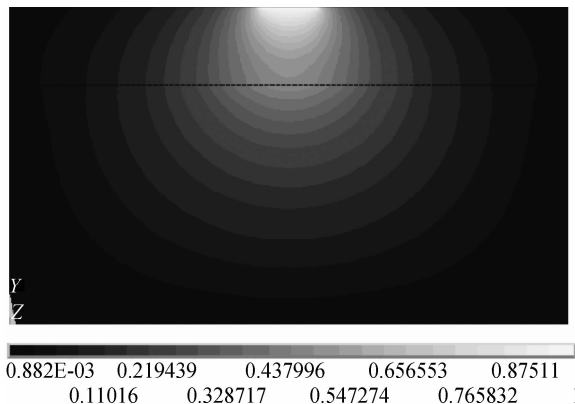


图 2 散射系数设置为牙釉质  $50 \text{ mm}^{-1}$ , 牙本质  $280 \text{ mm}^{-1}$  时模型内部光能分布

Fig. 2 Optical intensity distribution at  $\mu_{se} = 50 \text{ mm}^{-1}$  and  $\mu_{sd} = 280 \text{ mm}^{-1}$

目前普遍认为牙齿矿物质的丢失是致龋的主要原因.正常情况下牙釉质矿物质处于脱矿和再矿的动态平衡中,但当牙齿长期处于酸性环境下时,矿物质溶解的速度大于凝结的速度,从而导致矿物质流失,进而导致龋齿.牙齿矿物质含量的改变会导致光学参量的变化,文献[11]发现,随牙齿脱矿量的增加,散射系数呈指数增大.因此,本文以不同散射系数模拟不同脱矿情况即不同病变程度的牙齿,并分析组织内部光能分布以及光学穿透深度.首先,得到了当牙本质散射系数  $\mu_{sd} = 280 \text{ mm}^{-1}$ ,牙釉质散射系数  $\mu_{se}$  分别为  $(15, 50, 100, 150, 200, 250) \text{ mm}^{-1}$  情况下的光能分布情况,并列出中心垂直入射方向的光能分布曲线,如图 3.从中可以看出,随入射深度的增加,光能降低,另外,随着牙釉质散射系数的增大,同等深度处的光能减少。

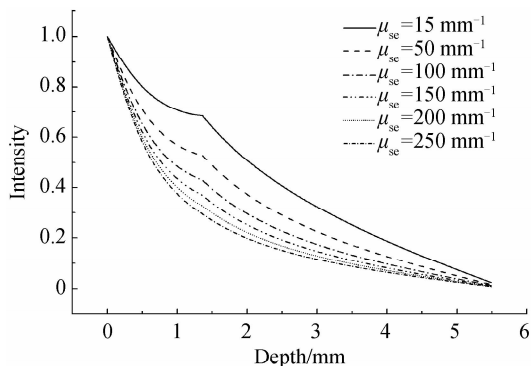


图 3 牙釉质不同散射系数的光能分布

Fig. 3 Optical density distribution of different scattering coefficient of dental enamel

定义光学穿透深度为光能衰减为入射光强的

1/e 时的深度,对图 3 所示的光能分布情况进行统计,获得不同牙釉质散射系数情况下的穿透深度,如图 4. 从中可以看出随牙釉质散射系数的增大,光学穿透深度呈现下降趋势. 同样,对牙本质在不同散射系数情况下的光能分布进行分析. 由于正常情况下牙本质的散射系数要大于牙釉质的散射系数,所以在此考察牙釉质的散射系数设置为  $50 \text{ mm}^{-1}$  情况下,牙本质散射系数为 (150, 200, 250, 300, 350, 400)  $\text{mm}^{-1}$  时的能量分布情况,结果如图 5.

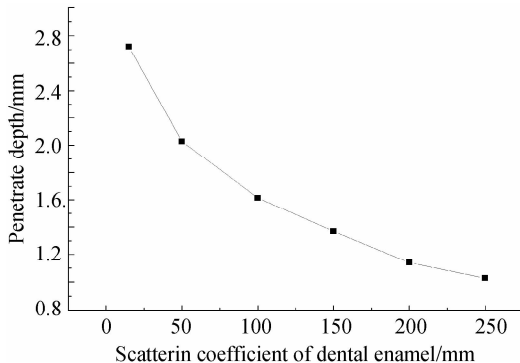


图 4 牙釉质不同散射系数对应的光学穿透深度

Fig. 4 Penetrate depth at different scattering coefficient of dental enamel

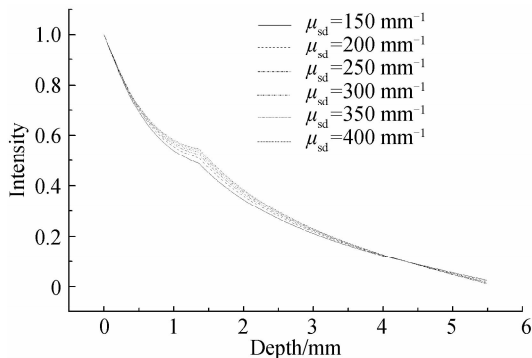


图 5 牙本质不同散射系数的光能分布

Fig. 5 Optical density distribution at different scattering coefficient of dental dentine

图 6 揭示了对应的不同牙本质散射系数情况下的穿透深度情况. 此时,与牙釉质的情况相反,穿透深度随牙本质散射系数的增大而增大.

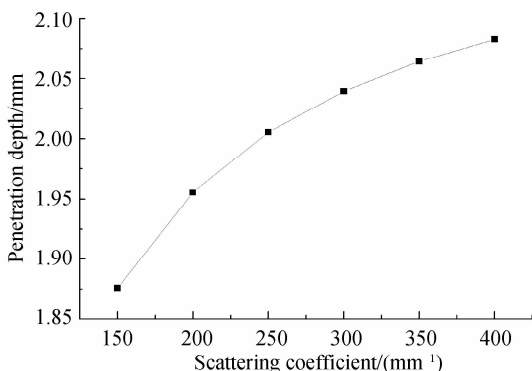


图 6 牙本质不同散射系数对应的光学穿透深度

Fig. 6 Penetrate depth at different scattering coefficient of dental dentine

为描述散射系数的改变对穿透深度的变化的影响,定义深度-散射系数变化率  $\beta = \left| \frac{\sum_{i=0}^n \Delta D_i}{\sum_{i=0}^n \Delta \mu_i} \right| / n$ , 其中  $\Delta \mu_i, \Delta D$  分别表示第  $i$  组数据所对应的散射系数改变量和穿透深度改变量,对图 4 和图 5 所得到的结果进行计算,得到  $\beta_e = 0.00797, \beta_d = 0.000828$ , 可以看出牙釉质散射系数的改变对穿透深度的影响要远远大于牙本质散射系数的改变.

为验证本文有限元求解光能分布的偏微分方程的正确性,采用 Monte Carlo 仿真方法对三维牙齿模型光子分布情况进行随机统计模拟. Monte Carlo 是一种有效的解决光子在组织体内传输的统计方法<sup>[12]</sup>,被称为组织光学领域求解光能分布的“金标准”. 这里,仿真程序参考了 Wang 等人编写的相关算法,以 5 000 个光子入射,对每个光子在组织体内多次散射的坐标和权重进行记录,并设定权重小于入射权重的 (1E-5) 后光子自动消亡,不再追记其位置信息,获得所有光子在内部传输的一系列的位置和权重,对  $z$  轴方向的位置每间隔 0.1 位移统计光子的个数,并将其间所有光子的权重相加作为该位置的光能强度值. 这样得到不同  $z$  值处的离散的光能分布值,作为不同深度的光能量大小. 与本文介绍的有限元求解方法进行了比较,结果如图 7,可以看出:有限元 FEA 与 Monte Carlo 方法求解的结果吻合较好,验证了本文利用有限元方法求解光能分布的正确性.

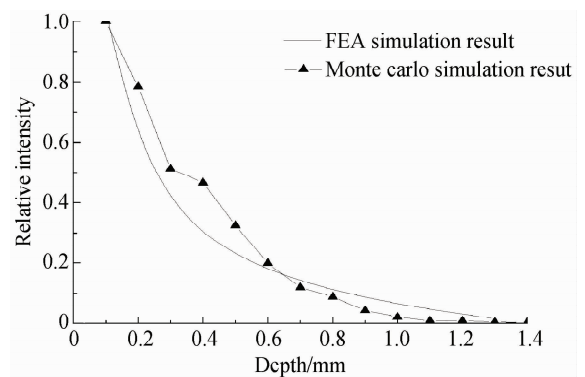


图 7 有限元与 Monte Carlo 仿真结果对比

Fig. 7 Comparison of FEA and Monte Carlo simulation results

### 3 结论

通过对由牙釉质和牙本质构成的二维牙齿组织模型的扩散方程的求解,获得模型在不同光学参量情况下的光能分布. 重点对光学穿透深度进行研究,并发现,穿透深度随牙釉质散射系数的增大而减小,随牙本质的散射系数增大而增大,但计算牙釉质的深度散射系数变化率为  $\beta_e = 0.0079$ , 远远大于牙本质  $\beta_d = 0.000828$ . 最后利用 Monte Carlo 仿真方法

证实了文章中所采用的有限元求解扩散方程的正确性. 本文所采用的理论模型和有限元求解方法对于求解组织光学光场分布的一般问题有重要的借鉴意义.

#### 参考文献

- [1] STOOKEY G K. Quantitative light fluorescence; a technology for early monitoring of the caries process[J]. *Dental Clinics of North America*, 2005, **49**(4): 753-770.
- [2] LUSSI A, HIBST R, PAULUS R. DIAGNOdent: an optical method for caries detection[J]. *Journal of Dental Research*, 2004, **83**(sup): C80-C83.
- [3] FRIED D, XIE J, SHAFI S, *et al.* Imaging caries lesions and lesion progression with polarization-sensitive optical coherence tomography[C]. *SPIE*, 2002, **4610**: 113-124.
- [4] KO A C, CHOO-SMITH L P, HEWKO M, *et al.* Detection of early dental caries using polarized raman spectroscopy[J]. *Opt Express*, 2006, **14**(1): 203-215.
- [5] YOUNG D A, FEATHERSTONE J D. Digital imaging fiber-optic trans-illumination, f-speed radiographic film and depth of approximal lesions [J]. *Journal of the American Dental Association*, 2005, **136**(12): 1682-1687.
- [6] XU Ke-xin, GAO Feng, ZHAO Hui-juan. Biomedical photonics [M]. Beijing: Science Press, 2007: 41-42.  
徐可欣, 高峰, 赵会娟. 生物医学光子学[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 41-42.
- [7] NI Xiao-chang, WANG Qing-yue, LIU Ying. Monte Carlo simulation of light backscattering from a double layered semi-infinite tissues[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(Z2): 69-74.
- 倪晓昌, 王清月, 刘迎. 双层半无限生物组织光学背散射的 Monte Carlo 模拟[J]. 光子学报, 2002, **31**(Z2): 69-74.
- [8] KLOSE A D, LARSEN E W. Light transport in biological tissue based on the simplified spherical harmonics equations [J]. *J Comput Phys*, 2006, **220**(1): 441-470.
- [9] YAN Wei-li, XU Gui-zhi. Electromagnetic field numerical analysis of biomedical [M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 26-39.  
颜威利, 徐桂芝. 生物医学电磁场分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 26-39.
- [10] LIU Wei, WANG Mei-qing. Study on the thickness of enamel and dentin of the first molars[J]. *Journal of Oral Science Research*, 2006, **22**(2): 137-139.  
刘蔚, 王美青. 第一磨牙牙釉质及牙本质厚度测量研究[J]. 口腔医学研究, 2006, **22**(2): 137-139.
- [11] DARLING C L, HUYNH G D, FRIED D. Light scattering properties of natural and artificially demineralized dental enamel at 1310 nm[J]. *J Biomed Opt*, 2006, **11**(3): 34023.
- [12] LIAO Xiao-hua, WANG Ying, CHEN Rong, *et al.* Monte Carlo simulation of detecting the severity of port wine stains by spectroscopy technology[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1254-1258.  
廖小华, 王颖, 陈荣, 等. 光谱技术检测鲜红斑痣病变程度的 MC 模拟[J]. 光子学报, 2009, **38**(5): 1254-1258.

## Optical Penetration Depth Simulation of Dental Tissue Based on Finite Element Method

CHEN Qing-guang, LIN Bin

(a. State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation;

b. CNERC for Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** The diffusion equation describing the light transportation in two dimensional two layers dental model with finite size is solved by finite element method, and the optical intensity distribution inside the dental tissue is obtained. The penetration depth is defined and analyzed when dental enamel and dentin is under different optical parameters. It is revealed that penetration depth decreases with the increase of scattering coefficient of dental enamel, but increases with the increase of scattering coefficient of dental dentin. In the case of variation Rate of penetration depth to scattering coefficient, dental enamel is much larger than dentin. And, the Monte Carlo random statistical method is used to verify the correct of solution of diffusion equation based on finite element method.

**Key words:** Tissue optics; Teeth; Penetrate depth; Finite Element Analysis(FEA); Scattering coefficient



**CHEN Qing-guang** was born in 1984. Now he is a Ph. D. degree candidate at State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation and CNERC for Optical Instrument of Zhejiang University. His research interests focus on theory and experimental research of early detection of dental caries using optical method.



**LIN Bin** was born in 1964, and obtained his Ph. D degree in 1995 from Zhejiang University. Now he is a professor and Doctoral Supervisor, and his research interests focus on photoelectrics, biomedical photonics, optical instrument etc.