

文章编号:1004-4213(2010)04-0658-4

# 旋光纤喇曼放大器中 ASE 噪音模型及仿真计算\*

王海晏<sup>1,2</sup>, 冯喆均<sup>1</sup>

(1 西安电子科技大学 技术物理学院, 西安 710071)

(2 空军工程大学 工程学院, 西安 710038)

**摘要:**通过分析旋光纤喇曼放大器中信号光、抽运光的非线性薛定谔波动方程及放大自发辐射噪音特性,提出一种能同时在旋光纤喇曼放大器中产生预计波形放大自发辐射噪音,又方便计算的方法.根据放大自发辐射噪音时域特性,建立并在波动方程中加入放大自发辐射非高斯噪音模型.在考虑旋光纤双折射的非线性效应同时,通过分步傅里叶法对波动方程求解,计算了旋光纤喇曼放大器中的放大自发辐射噪音,并与实验结果吻合.

**关键词:**放大自发辐射噪音;非高斯噪音;旋光纤喇曼放大器;非线性薛定谔耦合方程

**中图分类号:** TN249

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3788/gzxb20103904.0658

## 0 引言

通常仿真、分析、设计喇曼放大器的过程是通过求解包括系统抽运光、信号光的平均功率在内的耦合差分方程完成的<sup>[1-2]</sup>.即使是较弱的场,为了考察其非线性效应,也应考虑克尔效应.然而,这就要求对抽运光的 Stokes 场求解非线性薛定谔耦合方程(Nonlinear Schrödinger Equation, NLSE),而自发辐射喇曼散射的模型可以包含在郎之万(Langevin)噪音项中表示<sup>[3-4]</sup>.文献[4-5]表明,通过在波方程中的三阶非线性极化项中加入噪音项,可以达到模拟计算、分析放大自发辐射(Amplified Spontaneous Emission, ASE)噪音的目的.

通过对光放大器的分段,在每段的结尾处添加 ASE 噪音也可以研究光学自发辐射噪音.这样,经过放大后,独立高斯过程的随机变量产生的频谱成分就在频域中被加入到整个放大器了.但是,噪音的波形以及光纤放大器内的噪音与噪音之间、噪音与信号之间的非线性相互作用没有系统研究.而後者的研究在文献[4]中才有了精确的数学模型,目前仍有许多工作有待展开.

本文提出一种新的方式,既可以产生预计波形的噪音,又可以考察较宽带宽内的由于自发喇曼辐射的散射所引起的 ASE 噪音.之后,在给波方程中加入非白噪音项的前提下,通过分步傅里叶法求解 NLSE 方程,去研究旋光纤喇曼放大器中的 ASE 噪

音.

ASE 噪音是由于自发喇曼散射经抽运光的放大而产生的覆盖整个喇曼增益谱的背景噪音.抽运功率越大,ASE 噪音越大.对于普通光纤喇曼放大器,信号光与抽运光之间的偏振关系是直接影响其放大倍数及噪音的主要因素.而二者的偏振关系主要决定

于光纤的双折射矢量 $\beta$ 的变化.为了尽量减小 $\beta$ 的变化,保持信号光与抽运光之间的偏振关系的相对稳定性,旋光纤的使用是一种有效的手段.与普通光纤不同的是,旋光纤旋转参量的作用,使得原本随机变化 $\beta$ 趋于稳定或呈规律性变化(如周期函数),这样就达到了保持信号光与抽运光之间的偏振关系的相对稳定的目的.因此分析旋光纤中 ASE 时,首先应从其波动方程中的有关双折射矢量 $\beta$ 的部分入手.

## 1 波动方程

考虑多路信号、后向多路抽运情形下喇曼光纤放大器的结构,信号光、抽运光合波的光场表示为: $|A\rangle = |A(z)\rangle e^{-i\omega t}$ ,则光纤喇曼放大器内信号光、抽运光的波动方程为<sup>[6]</sup>

$$\frac{\partial |A\rangle}{\partial z} = \left( \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{i^{m+1} \beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial t^m} - \frac{\alpha}{2} \right) |A\rangle + \frac{1}{2} \beta \cdot \sigma \cdot \frac{\partial}{\partial t} |A\rangle + i\gamma \left( 1 + i\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) |P^{NL}\rangle + |f_n(z, t)\rangle \quad (1)$$

$$|P^{NL}\rangle = \frac{8}{9} (1 - f_R) \langle A(z, t) | A(z, t) \rangle |A(z, t)\rangle +$$

$$f_R \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ R_a(t-\tau) + \frac{1}{6} R_b(t-\tau) \right] \cdot \right.$$

\* 空军工程大学创新基金(2007503029)资助

Tel: 029-84787556

Email: whh\_shx@yahoo.com.cn

收稿日期: 2009-07-11

修回日期: 2009-10-13

$$\langle A(z, \tau) | A(z, \tau) \rangle d\tau \rangle \times | A(z, \tau) \rangle + \frac{2f_R}{3} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [R_b(t-\tau)] A(z, \tau) \right\} \cdot$$

$$\langle A(z, \tau) | d\tau \rangle A(z, t) \rangle \quad (2)$$

式中:  $\alpha$  是光纤损耗系数,  $\beta_m = \partial^m \beta / \partial \omega^m$  是群速度色散系数,  $\gamma$  是非线性系数,  $f_R$  是非线性效应的比例系数,  $R_a(t)$ 、 $R_b(t)$  分别是各向同性、各向异性喇曼响应, 与喇曼响应函数  $h_R(t)$  的关系为  $R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)$ , 其中  $h_R(t) = R_a(t) + R_b(t)$ <sup>[6]</sup>.

$h_R(t)$  的傅里叶变换是  $\tilde{h}_R(\Omega)$ ;  $\eta$  是与光纤非线性色散幅值有关的量. 公式(1)右边第 1 项线性部分包括色散和光纤损耗; 第 2 项  $\beta \cdot \sigma \cdot \partial | A \rangle / (2\partial t)$  表示的就是由于光纤双折射变化引起的 PMD 效应, 其中  $\beta$  是光纤双折射矢量,  $\sigma$  是泡利矩阵,  $\sigma = \sigma_1 \hat{e}_1 + \sigma_2 \hat{e}_2 + \sigma_3 \hat{e}_3$ ,  $\hat{e}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 是 Stokes 空间单位矢量,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, f_n(z, t)$$

是 Langevin 噪声源; 公式中的非线性部分是由于信号的偏振模色散、自相位调制、交叉相位调制以及喇曼散射所引起的, 对于单路信号、抽运光场, 最后一项  $f_n(z, t)$  表示整个自发辐射散射过程中的连续的光学噪声. 该噪声与自发喇曼散射过程有关, 通常近似以白噪声的形式出现, 均值  $\langle f_n(z, t) \rangle = 0$ , 自相关函数为<sup>[7]</sup>

$$\langle f_n(z, t) f_n^*(z', t') \rangle = n_{sp} \hbar \omega_0 g_R(\Omega_0) P_p(z) \delta(z - z') \delta(t - t') \quad (3)$$

$\omega_0$  是信号中心频率,  $\hbar \omega_0$  是平均光子能量,  $\delta$  函数表示不同位置和时间处的独立噪声事件,  $\Omega_0 = \omega_p - \omega_s$  表示喇曼频移, 即抽运频率与中心频率的差,  $P_p(z)$  是不同位置处的抽运功率, 则  $n_{sp}$  定义为自发散射系数

$$n_{sp}(\Omega_0) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar \Omega_0}{k_B T}}} \quad (4)$$

$k_B$  是玻尔兹曼常量,  $T$  是光纤的绝对温度.

## 2 旋光纤中的传输模型

式(1)、(2)表示的是非旋光纤喇曼放大器内信号光、抽运光的波动方程. 当光纤是单向旋转光纤时, 其双折射矢量:

$$\beta_s(\omega) = \mathbf{R}[2A(z)] \beta_{un}(\omega) \quad (5)$$

$A(z)$  单向旋光纤的旋函数,  $\beta_{un}(\omega)$  是非旋光纤双折射矢量, 就是式(1)、(2)中的  $\beta$ . 用  $\beta_s$  代替式(1)、(2)中的  $\beta$ , 就可以获得使用旋光纤的喇曼放大器的信号光、抽运光的波动方程. 其中  $\mathbf{R}$  是表示绕  $\hat{e}_3$  的旋转矩阵, 旋转角度由旋光纤的旋函数  $A(z)$  确定<sup>[8]</sup>. 即

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

对于单向旋光纤为:  $\varphi = 2A(z) = 4\pi z/p$ ,  $p$  是旋函数周期. 当  $p$  足够小时, 特别当  $p^2 \ll L_B^2$  时, 在短周期假设时可以用简化模型描述旋光纤的特性, 即, 光纤可以用等效双折射矢量  $\beta_{eq}(z)$  描述,  $\beta_{eq}(z) = [(2\eta)^{1/2} \xi_1(z), (2\eta)^{1/2} \xi_2(z), \chi]^T$ , 式中的  $\xi_i(z)$  是统计独立的高斯白噪声,  $\eta = 2L_F (\pi p/L_B)^2 / [p^2 + (4\pi L_F)^2]$ ,  $\chi = 4\pi L_F \eta / p$ .

## 3 用分步傅里叶法模拟产生 ASE 噪声

式(1)中如果不含噪声项, 可以通过将光纤分成许多小段, 每一段作为一个步长, 用分步傅里叶法数值求解. 对于每一个步长, 在假设光纤中的线性效应与非线性效应独立不相干的情况下, 可以求得近似解. 即: 在无噪音的情形下(只考虑信号光), 可以将式(1)写成

$$\frac{\partial | A(z, t) \rangle}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) \cdot | A(z, t) \rangle \quad (7)$$

式中的  $\hat{D}$ 、 $\hat{N}$  分别表示线性、非线性算子. 由于喇曼增益  $g_R(\Omega)$  与喇曼响应函数的虚部成比例<sup>[3]</sup>, 定义  $g_R(\Omega) = 2f_R \gamma \text{Im}[\tilde{h}_R(\Omega)]$ ,  $\Omega = \omega_p - \omega_s$ , 是 Stokes 频移, 即抽运光与 Stokes 波的频差,  $\text{Im}$  表示虚部. 现假设信号光场与喇曼增益响应相比在时域中随时间变化较小, 且在增益峰值处  $\tilde{h}_R(\Omega)$  的实部消失, 各路抽运功率大小一致, 起始偏振方向一致且平行于信号光偏振方向, 则式(1)中包含积分的项可以写成  $g_R(\Omega) P_p(z) | A \rangle / 2$ . 因此, 由于式(1)的线性部分能在频域中求解, 则可以在 中包含喇曼增益项, 其色散项可以在频域中通过将  $\partial/\partial t$  算符替换成  $-i\omega$  而将  $\hat{D}$  写成

$$\hat{D}(\omega, z) = \left( \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{i^{m+1} \beta_m}{m!} \omega^m - \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{i\omega}{2} \beta_s \cdot \sigma + \frac{1}{2} g_R(\Omega) P_p(z) \quad (8)$$

而  $\hat{N}$  可以在时域中写成<sup>[5]</sup>

$$\hat{N}(t, z) = i\gamma \left( 1 + i\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \frac{8}{9} (1 - f_R) \langle A(z, t) | A(z, t) \rangle | A(z, t) \rangle \quad (9)$$

设一个步长为  $\Delta z$ , 则在  $z + \Delta z$  处的光场可以近似为

$$| A(z + \Delta z, t) \rangle \cong e^{(\frac{\alpha}{2} \hat{D})} e^{i \int_z^{z+\Delta z} \hat{N}(z') dz'} e^{(\frac{\alpha}{2} \hat{D})} | A(z, t) \rangle \quad (10)$$

该解为一个二阶近似,误差与  $\Delta z^3$  成比例<sup>[5]</sup>. 为加入噪音项,将噪音离散地加入光场中. 即是:当步长  $\Delta z$  分的很小时,在实际光纤中产生的连续的噪音被近似成一系列分离噪音,分别加在分步傅里叶法的每一个步长处. 在此前提下,式(10)中的积分项可近似成  $e^{(\Delta z \hat{N})}$ . 由此,则在  $z + \Delta z$  处的光场可以写成

$$|A(z + \Delta z, t)\rangle \cong e^{(\frac{\Delta z}{\hbar} \hat{D})} e^{(\Delta z \hat{N})} e^{(\frac{\Delta z}{\hbar} \hat{D})} |A(z, t)\rangle + |f_n(z, t)\rangle \quad (11)$$

然而,由于式(11)是一个迭代公式,故包含噪音项  $f(z, t)$  的式(11)降低了分步傅里叶法的计算效率.  $e^{(\Delta z \hat{N})}$  并不连续,因此只有  $\hat{N}$  适用于所有每一步的运算<sup>[5]</sup>. 为达到快速运算的目的,需要改变加入噪音的位置. 作法如下:在  $0 \sim \Delta z/2$  范围内,将  $D \hat{N}$  作用于  $A(z, t)$ ,然后用  $N \hat{N}$  在整个  $\Delta z$  上作用于  $A(z, t)$ ,在第二次使用  $D \hat{N}$  前,加入 ASE 噪音项  $f_n(z, t)$ . 对于每一路的抽运和信号光,将矢量用相应的标量代替,最后式(11)写成

$$|A(z + \Delta z, t)\rangle \cong e^{(\frac{\Delta z}{\hbar} \hat{D})} e^{(\Delta z \hat{N})} e^{(\frac{\Delta z}{\hbar} \hat{D})} |A(z, t)\rangle + |f_n(z, t)\rangle \quad (12)$$

需要指出的是,式(12)也是迭代式,两个  $e^{(\Delta z \hat{N}/2)}$  可以简化成  $e^{(\Delta z \hat{N})}$ . 利用此结果则可以在分步傅里叶法的计算中包含噪音项,且可提高运算效率.

## 4 非高斯噪音的产生

任何自发辐射都可以认为是独立事件. 因此,当仿真计算的带宽与实际放大器的带宽相比较小时,  $f_n(z, t)$  可以看成是高斯白噪音,即光场的实部、虚部都是随机变化的,并具有如式(3)给出的统计特性. 该假设忽略了  $g_R(\Omega)$  的频率相关性,因为式(3)中的  $\delta$  函数隐含了考察的带宽频谱平坦性. 然而,若考虑  $g_R(\Omega)$  的频率相关性,则  $f_n(z, t)$  不能看成高斯白噪音过程. 同样,当分析多信号、不同频率的情况下,如式(1)~(11)所表示的多抽运、多信号的情形下,也会出现同样的问题,即  $f_n(z, t)$  不是高斯白噪音. 该噪音具有如下特性:由于抽运光  $P_p(z)$  是位置参量  $z$  的函数,所以计算每一个步长时加入的噪音也是  $z$  的函数;又由于光纤喇曼放大器中 ASE 噪音与喇曼增益  $g_R(\Omega)$  的大小有关,即喇曼散射噪音是由喇曼增益放大而形成 ASE,故 ASE 噪音的时域波形与喇曼增益  $g_R(\Omega)$  的波形也有关. 为产生这样的噪音,采取如下方法:首先高斯分布的噪音点  $f_n^w(z, t)$ , 式中“w”表示“白噪音”,且  $\langle f_n(z, t) \rangle = 0$ ,

方差如式(3). 假设计算时采用有限带宽和较小的步长,噪音方差可为

$$\sigma_0^2(z) = n_{sp}(\Omega_0) \hbar \omega_0 g_R(\Omega_0) P_p(z) \Delta z B_{op} \quad (13)$$

$g_R(\Omega_0)$  为中心频率  $\omega_0$  处的喇曼增益,  $\Delta z$  和  $B_{op}$  分别表示仿真步长和带宽;然后将  $f_n^w(z, t)$  作傅里叶变换,以求得该白噪音  $f_n^w(z, t)$  的谱分布

$$\tilde{f}_n^w(z, \omega) = F_T \{ f_n^w(z, t) \} \quad (14)$$

$F_T$  表示傅里叶变换;再后,为获得所需某非高斯噪音的频谱特性,将式(14)乘以  $\sigma_N(z, \omega)$ , 即  $g_R(\Omega)$  的波形

$$\tilde{f}_n^{nw}(z, \omega) = \sigma_N(z, \omega) \tilde{f}_n^w(z, \omega) \quad (15)$$

$\sigma_N(z, \omega)$  是标准方差,即计算频率与中心频率之比

$$\sigma_N^2(z, \omega) = \frac{n_{sp}(\Omega) \hbar \omega g_R(\Omega) P_p(z) \Delta z B_{op}}{\sigma_0^2} = \frac{n_{sp}(\Omega) \omega g_R(\Omega)}{n_{sp}(\Omega_0) \omega_0 g_R(\Omega_0)} \quad (16)$$

“nw”表示“非白噪音”. 最后,将  $\tilde{f}_n^{nw}(z, \omega)$  作傅里叶逆变换,在时域中得到所需特性非白噪音

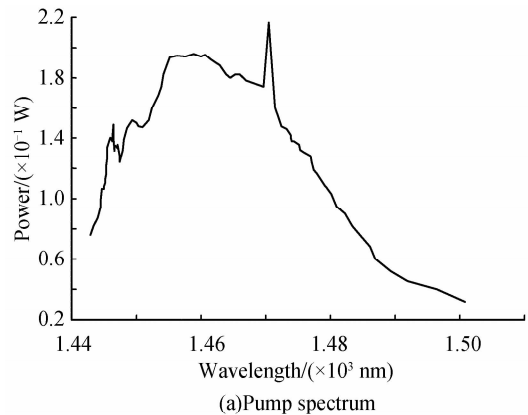
$$f_n^{nw}(z, t) = F_T^{-1} \{ \tilde{f}_n^{nw}(z, \omega) \} \quad (17)$$

式(17)表示的噪音的特点是:在初始状态具有高斯分布,而在沿光纤传输过程中改变频谱特性,具体分布因位置、增益的不同而不同,结果是导致自相关函数展宽.

## 5 计算及验证

计算时取单向旋光纤喇曼放大器长度  $L = 40$  km、旋距  $p = 0.5$  m;非线性系数  $\gamma = 1.5$   $W^{-1} km^{-1}$ , GVD =  $-21.4$   $ps^2 km^{-1}$ ,  $\alpha = 0.23$  dB/km,  $f_R = 0.18$ ,  $P_p(z) = 200$  mW, 逆向抽运光( $\lambda_p = 1470$  nm)与信号光( $\lambda_s = 1550$  nm)波长处的衰减系数分别为:  $\alpha_p = 0.27$  dB/km、 $\alpha_s = 0.2$  dB/km;喇曼增益系数(增益之比)  $\mu = 0.012$ . 计算步长  $\Delta z = 8$  m, 计算结果见图 1.

图 1(a)是抽运光频谱特征曲线, (b)是计算出来的 ASE 噪音及实验数据对比. 实验原理及结构设计如文献[9]中的介绍,将测试光纤换成与计算条件相同的旋光纤喇曼放大器. 由图 1 中可看出,计算



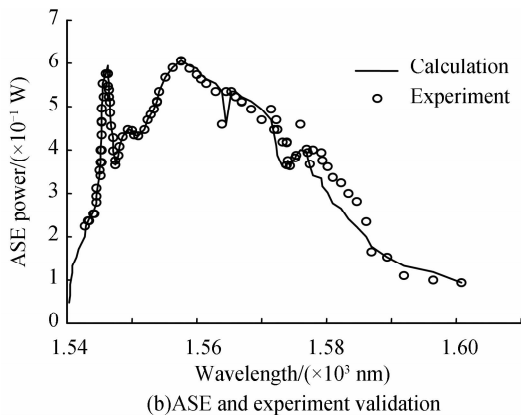


图1 旋光纤喇曼放大器 ASE 噪音及实验对比  
Fig. 1 ASE of spun FRAs calculated and experiment validation 结果(粗实线)与实验结果(圆圈)很大程度上(频谱宽度约 60 nm)能够很好吻合.

## 6 结论

本文通过对旋光纤喇曼放大器中信号光、抽运光的非线性薛定谔波动方程及 ASE 噪音特性进行分析,提出一种旋光纤喇曼放大器中 ASE 噪音模型以及能产生预计波形噪音的计算方法,并进行了实际计算.模型和方法的有效性在实验中得到了验证.

文中述及计算方法是基于逆向抽运、单向旋转函数的喇曼光纤放大器的.经修改可用于同向抽运以及其他形式的旋转函数的喇曼光纤放大器,基本

过程如 2~4 节的内容,篇幅所限,不再赘述.

### 参考文献

- [1] LIU X, LI Y. Optimizing the bandwidth and noise performance of distributed multi-pump Raman amplifiers[J]. *Opt Commun*, 2004, **230**(1): 425-431.
- [2] FUGIHARA M, PINTO N. Low-cost Raman amplifier for CWDM systems[J]. *Microwave and Optical Tech Letters*, 2008, **50**(2): 297-301.
- [3] LIN Q, AGRAWAL G P. Raman response function for silica fibers [J]. *Opt Lett*, 2006, **31**(21): 3086-3088.
- [4] PINTO N, AGRAWAL G P. Nonlinear interaction between signal and noise in optical fibers[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2008, **26**(13): 1847-1853.
- [5] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics and applications of nonlinear fiber optics[M]. JIA Dong-fang, YU Zhen-hong, transl. Beijing: Electronics Industry Press, 2002: 34-35.
- [6] 阿戈沃 G P. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 贾东方, 余震虹, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002: 34-35.
- [7] LIN Q. Polarization and fiber nonlinearities[D]. New York: University of Rochester, 2006.
- [8] BROMAGE J. Raman amplification for fiber communications systems[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2004, **22**(1): 79-93.
- [9] BETTINI E, GALTAROSSA A. Polarized backward raman amplification in unidirectionally spun fibers [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2008, **20**(1): 27-29.
- [10] CHOI H Y, JUN S. B, SHIN S K, et al. Monitoring technique for ASE and MPI noises in distributed raman amplified systems [C]//Optical Fiber Communication and the National Fiber Optic Engineers Conference, OFC/NFOEC. Anaheim, CA, 2007: 1-3.

## Model of ASE Noise in Spun Fiber Raman Amplifier and its Simulation

WANG Hai-yan<sup>1,2</sup>, FENG Zhe-jun<sup>1</sup>

(1 Physics Technique College, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(2 Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** A method both convenience for generation and calculation for anticipated ASE waveform in spun fiber Raman amplifier, by analyzing the NLSE of signal and pump wave in fiber, is proposed. According to its time domain characters, a non-Gaussian noise ASE model is established and the term is added to the NLSE simultaneously by considering birefringence rotation effect in spun fiber Raman amplifier. By solving the equation with Split Step Fourier Method, ASE in spun fiber Raman amplifier is investigated. Numerical results for the ASE noise power spectrum are validated.

**Key words:** Amplified Spontaneous Emission (ASE); Non-Gaussian noise; Spun fiber Raman amplifier; Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE)



**WANG Hai-yan** was born in 1968. He is a candidate of Ph. D. program at Physics Technique College, Xidian University, and works at Air Force Engineering University as an associate professor. His research interests focus on space photoelectric detection and communication as well as fiber-optics, especially using polarization characters of laser pulse.