文章编号：1004-4213(2010)03-0409-3

利用主动-被动法实现 Bragg 声光双稳系统的混沌同步*

栾玲，冯立军
(1 大连大学 物理科学与技术学院，辽宁 大连 116622)
(2 海军大连 舰艇学院，辽宁 大连 116018)

摘　要：将主动-被动同步法运用于离散混沌系统，对混沌同步问题进行了研究. 根据 Lyapunov 稳定性理论，对系统进行一般分解，实现了离散系统的混沌同步，以 Bragg 声光双稳系统为例，验证了这种方法的有效性. 仿真模拟结果表明，控制后的两个初始条件不同的 Bragg 声光双稳系统误差变量很快平稳地趋于零，说明这种同步方法是快速有效的. 这种方法可以应用到任意的两个初始条件不同的离散和连续混沌系统，具有一定的普适性.

关键词：Bragg 声光双稳系统；混沌同步；主动-被动同步法
中图分类号：O415.5　　**文献标识码**：A　　**doi**：10.3788/gzxb20103903.0409

0　引言

自 Pecora 和 Carrol 提出用驱动响应法实现两个同结构混沌系统同步以来[1]，混沌同步问题成为诸多科学领域倍受关注的研究课题. 许多混沌同步的方法和技术已被研究和运用，如主动-被动法，变量耦合法，自适应法，变量反馈法等[2-11]. 这些方法已被广泛应用于实现两个混沌系统之间的混沌同步，并在光学、化学反应、人工神经网络、生物系统、信息通讯等大量实验和应用中得到验证. 针对驱动响应法的特点，它只适用于多变量可分解和能复制的动力学系统，且实现同步时必须先把混沌系统分解成两个子系统，其中一个为稳定的子系统，另一个为不稳定的子系统，这种特定的分解大大限制了该方法在实际中的应用，因为某些系统从物理本质或天然特性是无法分解的，即使从理论上可以把系统分解成两部分，实际操作中也很难实现. 如描述单模激光的 Lorenz 系统，作为激光系统整体的物理过程中的一些物理量是无法分离出来的. 针对驱动响应法在实际应用中的局限性，Kocarev 和 Parlitz 提出主动-被动同步法[2]，这种方法采用十分灵活的一般分解法，不需将系统进行特定分解，可以自由选择驱动信号，几乎不受任何限制，更具有一般性和灵活性. 目前这种同步方法的适用性已在部分连续混沌系统中得到验证. 由于实际应用中，经常会涉及一些离散系统，如光学中的 Bragg 声光双稳系统. 因此，本文将主动-被动同步法进一步运用于离散混沌系统，对混沌同步问题进行了研究. 根据 Lyapunov 稳定性理论，提出对离散系统进行一般分解的原理，并以 Bragg 声光双稳系统为例，实现了离散系统的混沌同步，从而验证了这种方法的有效性. 仿真模拟结果表明，控制后的两个初始条件不同的 Bragg 声光双稳系统误差变量很快平稳地趋于零，说明这种同步方法是快速有效的.

*辽宁省自然科学基金(20052151)资助
Tel：0411-81895310　　Email：luanling1998@163.com
收稿日期：2008-03-25　　修回日期：2008-05-14

1　控制原理

以任意一个离散型混沌系统为例，来说明这种同步方法的原理. 设一个自治的离散型混沌系统的动力学方程为

$$x_{n+1}=F(x) \tag{1}$$

式中，$x_n \in R^{n\times 1}$ 为系统的状态变量. 为了控制方便，将式(1)改写成非自治形式

$$x_{n+1}=F[x_n, s(n)] \tag{2}$$

式中 $s(n)$ 为所选的驱动变量，$s(n)=h(x_n)$

复制一个与式(2)相同的系统

$$yy_{n+1}=F[y_n, s(n)] \tag{3}$$

式(2)、(3)受到相同的信号 $s(n)$ 的驱动. 设两系统的误差变量 $e_n=x_n-y_n$，则关于 e_n 的动力学方程

$$e_{n+1}=x_{n+1}-y_{n+1}=F[x_n, s(n)]-F[y_n, s(n)]= F[x_n, s(n)]-F[x_n-e_n, s(n)] \tag{4}$$

在 $e_n=0$ 处有一个稳定的不动点，则对于式(2)和(3)存在一个稳定的被同步态 ，可以在 附近用 Lyapunov 函数方法确定 和 达到稳定同步的条件.

2 应用举例

以 Bragg 声光双稳系统为例，具体介绍本文提出的同步原理. Bragg 声光双稳混沌系统的动力学方程为[12]

$$x_{n+1}=\pi[r-u\sin^2(x_n-x_b)] \tag{5}$$

式中 x_n 为驱动源输入处的电压，x_b 为驱动源的偏压，r 为放大器的偏压，u 为入射光强，它是系统的调控参数，以上各变量均经过适当的标度变换并归一化. 当 $r=0.5$，$x_b=\pi/4$ 时，系统由倍周期分岔进入混沌，系统状态随迭代次数的演化及分岔图如图 1 和图 2，对应的 Lyapunov 指数如图 3.

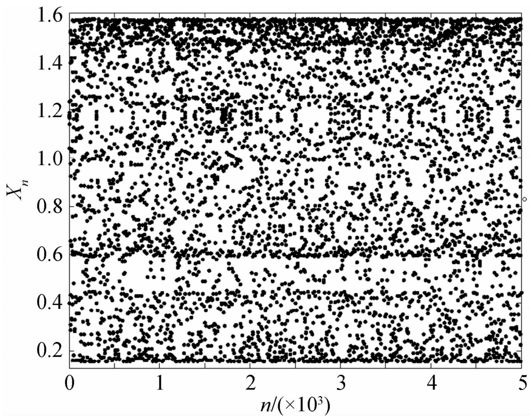

图 1 系统状态随迭代次数的演化($u=0.9$)

Fig. 1 Evolution of the system state with iteration number ($u=0.9$)

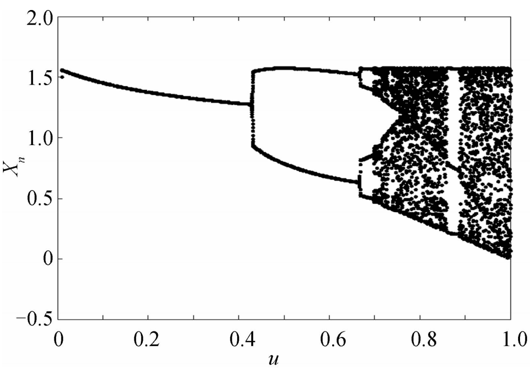

图 2 系统分叉图

Fig. 2 Bifurcation diagram of the system

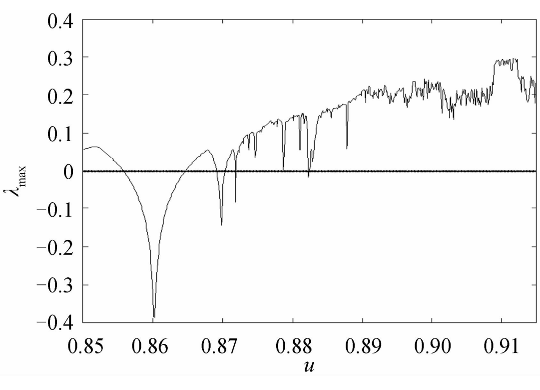

图 3 系统 Lyapunov 指数图

Fig. 3 Lyapunov spectrum of the system

选择驱动信号

$$s(n)=h(x)=\pi[r-u\sin^2(x_n-x_b)+kx_n] \tag{6}$$

式中 k 为反馈增益. 则式(2)可改写为

$$x_{n+1}=s(n)-kx_n \tag{7}$$

复制式(7)，得

$$y_{n+1}=s(n)-ky_n \tag{8}$$

令误差变量 $e_n=x_n-y_n$，则误差变量 e_n 的动力学方程表示为

$$e_{n+1}=x_{n+1}-y_{n+1}=-k(x_n-y_n)=-ke_n \tag{9}$$

构造 Lyapunov 函数

$$V=|e_n| \tag{10}$$

则有

$$\begin{aligned}\Delta V&=|e_{n+1}|-|e_n|=|s(n)-kx_n-\\&\quad s(n)+ky_n|-|e_n|=|-ke_n|-|e_n|=\\&\quad(|k|-1)|e_n|\end{aligned} \tag{11}$$

根据 Lyapunov 稳定性理论[13]，当 $\Delta V<0$，即反馈增益的范围为 $-1<k<1$ 时，式(9)是稳定的，系统(2)和(3)实现同步.

3 仿真模拟

为了验证本文结论，利用 Matlab 编程进行仿真模拟. 在仿真模拟过程中，初始条件不同的两个 Bragg 声光双稳系统状态变量的初值分别取 $x_1(0)=-0.2$，$y_1(0)=51.3$，当系统参数 $u=0.9$，反馈增益 k 分别取 $k=-0.6$，$k=-0.5$ 和 $k=0.5$ 时，误差变量 e_n 随迭代次数 n 的演化如图 4(a).

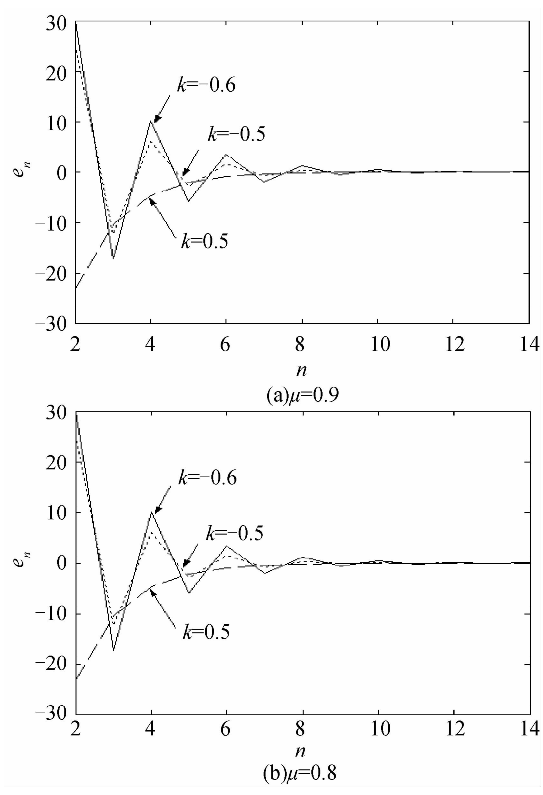

图 4 误差变量 e_n 随迭代次数 n 的演化

Fig. 4 Error variable e_n vs iteration number n

从图 4（a）可以看出，只要反馈增益 k 在 $-1<k<1$ 范围内取值，则经过短暂的时间序列，初始条件不同的两个 Bragg 声光双稳系统误差变量均平稳地趋于零，且随着迭代次数增加，误差曲线一直保持平稳，无跳跃和陡然上升现象，说明两系统实现同步．同时从图 4（a）还可以发现，反馈增益 k 的取值不同，两系统同步所需要的时间也不同，当 $k=-0.6$ 时，k 的取值较小，同步所需要的时间较长，随着 k 值的增加，同步所需要的时间逐渐减小，同步速率加快，$k=0.5$ 的值最大，所以同步时间最短．

即使系统内部参数改变，反馈增益对同步效果的影响仍然不变，如参数 $u=0.8$ 时，反馈增益 k 仍然取 $k=-0.6$，$k=-0.5$ 和 $k=0.5$，误差变量 e_n 随迭代次数 n 的演化如图 4（b）．由图 4（b）可以看出，对图 4（a）分析的结果仍然成立，说明这种同步方法是快速有效的．

4　结论

本文利用主动-被动同步法实现了离散系统的混沌同步．给出对离散系统进行一般分解的原理，以 Bragg 声光双稳系统为例，验证了这种同步方法的有效性．同时，根据 Lyapunov 稳定性理论，给出误差增益的范围．仿真模拟结果表明，在反馈增益范围内，初始条件不同的两个 Bragg 声光双稳系统误差变量在很短时间内平稳地趋于零，说明这种同步方法是快速有效的．从模拟结果中还可以看出，随着反馈增益 的增大，同步效果更加迅速显著．这种同步方法可以应用到任意两个初始条件不同的离散和连续混沌系统，具有一定的普适性．

参考文献

[1] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in Chaotic Systems[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**(8): 821-824.

[2] KOCAREV L, PARLITZ U. General approach for chaotic synchronization with applications to communication[J]. *Phys Rev Lett*, 1995, **74**(25): 5028-5031.

[3] WANG H J, HUANG H B, QI G X. Long-time anticipation of chaotic states in time-delay coupled ring and linear arrays[J]. *Phys Rev* (*E*), 2005, **71**(1): 15202-15205.

[4] TSIMRING L S, RULKOV N F, LARSEN M L, GABBAY M. Repulsive synchronization in an array of phase oscillators[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**(1): 14101-14104.

[5] GE Z M, CHANG C M, CHEN Y S. Anti-control of chaos of single time scale brushless dc motors and chaos synchronization of different order systems[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2006, **27**(5): 1298-1315.

[6] LÜ L, LUAN L, GUO Z A. Synchronization of chaotic systems of different orders[J]. *Chin Phys*, 2007, **16**(2): 346-351.

[7] ZHANG J, XU H B, WANG H J. Adaptive synchronization of Chua′s system with uncertain inputs[J]. *Chin Phys*, 2006, **15**(5): 953-957.

[8] AWAD E G. Optimal synchronization of Rossler system with complete uncertain parameters [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2006, **27**(2): 345-355.

[9] LI G H, ZHOU S P. An observer-based anti-synchronization [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2006, **29**(2): 495-498.

[10] AWAD E G. Optimal synchronization of Rossler system with complete uncertain parameters [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2006, **27**(2): 345-355.

[11] LUAN L, FENG L L. Chaotic anti-control using the single-mode laser Lorenz system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(10): 1833-1836.
栾玲，冯立军．利用单模激光 Lorenz 系统实现混沌反控制[J]．光子学报，2007，**36**(10)：1833-1836．

[12] YUE L J, SHEN K. Controlling and synchronizing spatioteporal chaos of the coupled Bragg acousto-optical bistable map system using nonlinear feedback[J]. *Chin Phys*, 2005, **14**(9): 1760-1765.

[13] LIU Bing-zheng. Nonlinear Dynamics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2004: 44-46.
刘秉正．非线性动力学[M]．北京：高等教育出版社，2004：22-24．

Synchronization of Bragg Acousto-optic Bistable System by Active-passive Method

LUAN Ling, FENG Li-jun

(1 *Physical Science and Technology Institute*, *Dalian University*, *Liaoning*, *Dalian* 116622, *China*)

(2 *Dalian Naval Academy*, *Liaoning*, *Dalian* 116018, *China*)

Abstract: An active-passive method is used in discrete chaotic systems to study chaos synchronization. A discrete system is generally divided based on Lyapunov stability theory, and synchronization of discrete chaotic systems is realized. Bragg acousto - optic bistable system is taken as an example to verify the effectiveness of the method. Simulation results show that the error variable of two Bragg acousto - optic bistable systems with different initials approach zero smoothly and rapidly in a short series of time, which shows the method is effective and practical. The method is proper to any discrete or continuous chaotic systems with different initials, and it can be generally used.

Key words: Bragg acousto-optic bistable system; Chaos synchronization; Active-passive method

LUAN Ling　was born in 1972. She received the M. S. degree in theoretical physics from Liaoning Normal University in 2006. Now she works as a teacher and her research interests focus on nonlinear physics.