

文章编号:1004-4213(2010)03-0385-4

# 用行波速率方程组确定半导体激光器的输出场\*

王鹏飞, 窦汝海, 陈建国

(四川大学 电子信息学院, 成都 610064)

**摘要:**为了解决在平均场近似速率方程中自洽地由激光器腔内平均场来确定输出场的问题,以半导体激光器为例,采用集总形式的端面反射率,通过求解行波速率方程组,得出了半导体激光器腔内平均光子数密度与输出光子数密度的解析关系式。结果表明,半导体激光器输出场与腔内平均场之比是一个与泵浦电流有关的量,把它当成常数是有偏见的。

**关键词:**激光技术;半导体激光器;行波速率方程组;解析解

中图分类号:TN24

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103903.0385

## 0 引言

平均场近似下的速率方程组(Rate Equation based on Mean-Field approximation, MFRE)是研究激光器特性的有力工具。借助于 MFRE,人们可以预测激光器的行为,尤其是系统随时间变化的动态行为<sup>[1-3]</sup>。近年来,人们利用 MFRE 对注入式(包括外注入和自注入)半导体激光器的非线性动力学特征进行了大量的研究,揭示了分岔、混沌等一系列内容十分丰富的非线性动力学现象<sup>[4-8]</sup>。虽然 MFRE 已经被人们广泛地应用,但自洽地建立方程中的平均场与激光器输出场的关系却始终是一个难点。以半导体激光器(LD)为例,文献[9]中介绍了两种方法。前一种重新拾起了光子数沿传输方向变化的图像,并由此导出了一个与泵浦无关的比例系数;后一种方法不但利用了光场随位置变化的特征,而且还错误地把直接从输出端面反射回去的光场当作了腔内平均场。尽管这些方法在逻辑上是与建立 MFRE 所使用的前提是矛盾的,但也提示了应该采用要用比 MFRE 更基础的方程(包含光子输运项的行波速率方程组)才能确定腔内场与输出场的关系。

本文以半导体激光器为例,采用集总形式的端面反射率,解析求解行波速率方程组,自洽地建立了 LD 腔内平均光子数密度与输出光子数密度的解析关系式,解决了 MFRE 中平均场的确定问题。

## 1 平均场近似下相关参量的确定

事实上,行波速率方程已广泛地用来研究掺杂光纤激光器<sup>[10-11]</sup>。在稳态下,考虑光场纵向变化特征的 LD 速率方程组可写为<sup>[12]</sup>

$$\pm dS^\pm(z)/dz = a\Gamma(N - N_0)S^\pm - \alpha S^\pm \quad (1)$$

$$[M - N(z)]/\tau = av_g(N - N_0)(S^+ + S^-) \quad (2)$$

式中, $S^\pm(z)$ 表示沿正、负 $z$ 方向传输光场的光子数密度, $a$ 为微分增益系数, $\Gamma$ 为限制因子, $N(z)$ 和 $N_0$ 分别为 LD 腔内载流子数密度和透明载流子密度, $\alpha$ 为损耗系数, $M$ 为泵浦源注入的载流子数密度,其定义式为

$$M = I\tau/(eV) \quad (3)$$

式中, $I$ 为偏置电流, $\tau$ 为载流子寿命, $e$ 为电子电荷(绝对值), $V$ 为有源层体积。一般来说, $\tau$ 与载流子密度 $N$ 有关,但考虑到激光器振荡时,LD 腔内的载流子数维持在阈值 $N_{th}$ 的水平,因而可以认为 $\tau$ 是常数。事实上,在非线性的动力学研究中,人们都认定 $\tau$ 为常数,因而在本文中也维持这一假定。

与方程组(1)、(2)相应的边界条件为

$$S^+(L)R_2 = S^-(L), S^-(0)R_1 = S^+(0) \quad (4)$$

式中, $L$ 表示 LD 的腔长, $R_1$ 和 $R_2$ 则分别是 $z=0$ 和 $L$ 处 LD 的端面反射率。由式(1)给出的两个方程分别乘以 $S^+$ 和 $S^-$ ,然后相减,可以证明 $S^+(z)$ 与 $S^-(z)$ 的乘积是一个与 $z$ 无关的常数,不妨令

$$S^+(z)S^-(z) = S_0^2 \quad (5)$$

利用边界条件及式(5),可以证明

$$S^+(L) = S_0/r_2, S^+(0) = S_0r_1 \quad (6a)$$

$$S^-(L) = S_0/r_2, S^-(0) = S_0r_1 \quad (6b)$$

式中, $r_1$ 和 $r_2$ 分别等于 $\sqrt{R_1}$ 和 $\sqrt{R_2}$ 。由公式组可以确定从 LD 右端( $z=L$ )的输出场光子数密度为

\*国家自然科学基金(60578013)和固体激光技术国家级重点实验室基金资助

Tel:028-85405373

Email:matrix336@163.com

收稿日期:2008-09-16

修回日期:2008-11-26

$$S_{\text{out}}(L) = S^+(L)(1-R_2) = S_0(1-R_2)/r_2 \quad (7)$$

式(7)中的因子 $(1-R_2)/r_2$ 与Agrawal<sup>[9]</sup>介绍的第二种方法中包含的因子一样,只不过这里的 $S_0$ 是LD腔内沿正、负方向传播的两列波的光子数密度的几何平均值而不是算术平均值,更不是直接在输出端面上反射的光场的光子数密度 $S^-(L)$ .

由 $S^+(L)$ 满足的方程,两边除以 $S^+$ 后积分可得

$$S^+(L) = S^+(0) \exp \left[ a\Gamma \int_0^L N(z) dz - a\Gamma N_0 L - a\Gamma \right] \quad (8)$$

同时,由式(6a)还可以证明

$$S^+(L)/S^+(0) = (r_1 r_2)^{-1} \quad (9)$$

于是,将式(9)代入式(8)得

$$\bar{N} = N_0 + [\alpha - \ln(r_1 r_2)/L](\alpha) \quad (10)$$

式中,

$$\bar{N} = \int_0^L N(z) dz / L \quad (11)$$

观察式(10)可见,右边实际上就是平均场近似下LD的阈值载流子密度 $N_{\text{th}}$ ,换言之,即使考虑光波的传播效应,LD在振荡时,腔内平均载流子数密度也等于阈值载流子数密度.

把式(1)的两个式子相加,再把式(2)代入可得

$$dS^+/dz - dS^-/dz = \Gamma[M - N(z)]/(\tau v_g) - \alpha(S^+ - S^-) \quad (12)$$

从0到L对式(12)积分,在计及由边界条件导

出的式(6a)和(6b),最后可得

$$\bar{S} = [\Gamma(M - N_{\text{th}})L/(\tau v_g) - S_0(1 - r_1 r_2)(r_1 + r_2)/(r_1 r_2)]/(\alpha L) \quad (13)$$

式中,光子数密度平均值定义为

$$\bar{S} = \int_0^L [S^+(z) + S^-(z)] dz / L \quad (14)$$

至此,本文自洽地导出了LD腔内平均光子数密度 $\bar{S}$ 的解析表达式.把式(7)代入式(13)还可以得到

$$\bar{S} = \frac{1}{\alpha L} \left[ \frac{\Gamma(M - N_{\text{th}})L}{\tau v_g} - \frac{S_{\text{out}}(1 - r_1 r_2)(r_1 + r_2)}{r_1(1 - R_2)} \right] \quad (15)$$

利用式(15)就可以由LD的输出光子数密度求出腔内平均光子数密度.

## 2 计算与讨论

在进行讨论之前,需先求LD中 $S_0$ 的值,用文献[13]介绍的方法可以证明

$$\frac{[F^2 + F + F_0^2]dF}{F[F^2 - (G-1)F + F_0^2]} = -\alpha dz \quad (16)$$

式中,

$$F(z) = a v_g \tau S^+(z) \quad (17a)$$

$$F_0 = a v_g \tau S_0 \quad (17b)$$

$$G = a\Gamma(M - N_0)/\alpha \quad (17c)$$

从0到L对式(14)进行积分,计及(5a)和(5b),最终可以得解出参量 $F_0$ ( $F_0 = a v_g \tau S_0$ )的隐函数形式的解析解

$$\ln(r_1 r_2) - \alpha L = \ln \frac{2(r_1 - r_2)F_0 - (r_1 r_2 + 1)(G-1) + (1 + r_1 r_2)\sqrt{(G-1)^2 - 4F_0}}{2(r_1 - r_2)F_0 - (r_1 r_2 + 1)(G-1) - (1 + r_1 r_2)\sqrt{(G-1)^2 - 4F_0}} \quad (18)$$

式(18)是一个超越方程,还无法解析证明参量 $F_0$ (或者与 $F_0$ 成正比的 $S_{\text{out}}$ )与参量 $G$ (或者偏置电流 $I$ )是否有线性关系.但是通过数值计算是可以考察 $S_{\text{out}}$ 和 $(I - I_{\text{th}})$ 之间是否具有良好的线性关系.图1给出了 $S_{\text{out}}$ 随 $(I - I_{\text{th}})$ 的变化曲线.计算中采用的参量包括: $L = 250 \mu\text{m}$ ,  $w = 2 \mu\text{m}$ ,  $v_g = 7.5 \times 10^9 \text{ cm/s}$ ,  $\Gamma = 0.5$ ,  $\alpha = 30 \text{ cm}^{-1}$ ,  $R_1 R_2 = 0.961$ ,  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ ,  $N_0 =$

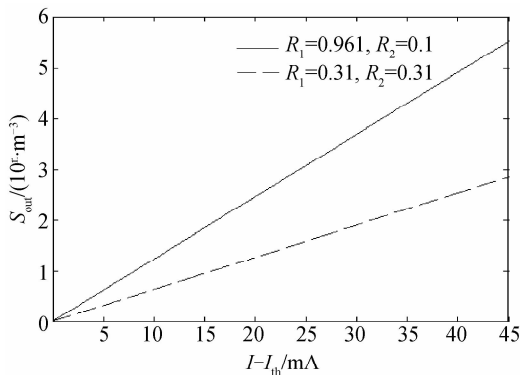


图1 输出光子数密度和 $(I - I_{\text{th}})$ 的关系

Fig. 1 The output photon density versus current  $(I - I_{\text{th}})$

$1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\alpha = 2 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ .从图中可以看出,无论对于对称( $R_1 = R_2$ )和不对称腔的LD,输出功率与 $(I - I_{\text{th}})$ 都具有良好的线性关系,这与平均场速率方程组的预测是一致的,也是符合实验事实的.

前文中曾提到,文献[9]给出的 $S_{\text{out}}/\bar{S}$ 是一个与电流无关的量.图2给出了 $S_{\text{out}}/\bar{S}$ 与 $(I - I_{\text{th}})$ 的关系,计算时所采用的参量与图1相同.从图中可以

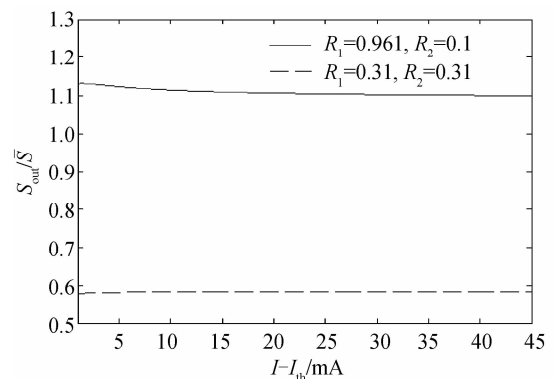


图2  $S_{\text{out}}/\bar{S}$ 随 $(I - I_{\text{th}})$ 的变化关系

Fig. 2 Variation of  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  with current  $(I - I_{\text{th}})$

看出,尽管电流变化对  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  的影响不是很大,尤其是对称( $R_1=R_2$ )结构的 LD 影响更小,但  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  确实与电流有关. 激光腔内的光子是受激发射产生的,因而是一个与坐标有关的量. 在不同注入电流下,腔内的光强分布可能会有所不同,因而  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  也应该有相应的变化.

在图 3 中给出了偏置电流分别为 17 mA、25 mA、57 mA 时,随变化的关系曲线,计算时所用参量与图 1 相同. 从图可以看出, $S_{\text{out}}/\bar{S}$  随  $R_2$  的增大而减少,同时电流对其影响也逐渐减少,只有当  $R_2$  足够大时,才可以将  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  看成是基本上不受电流影响的参量.

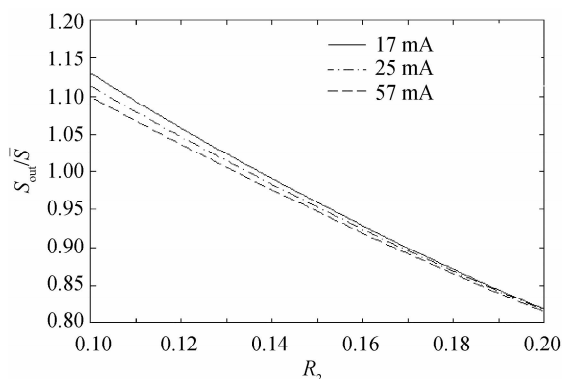


图 3  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  随前端面折射率  $R_2$  的变化关系

Fig. 3 Relationship of  $S_{\text{out}}/\bar{S}$  with front facet reflectivity

前文中还曾提到在有些文献中把从输出端面反射回去的光场光子数密度  $S^-(L)$  看成腔内平均光子数密度  $\bar{S}$ . 在图 4 中,给出  $R_2$  与  $S^-(L)/\bar{S}$  的关系. 可以看出随着  $R_2$  增大  $S^-(L)/\bar{S}$  也逐渐增大,同时电流对其影响也逐渐减少. 显然, $S^-(L)$  并不能直接被当成腔内光子数密度  $\bar{S}$ ,  $S^-(L)/\bar{S}$  受注入电流  $I$  的影响.

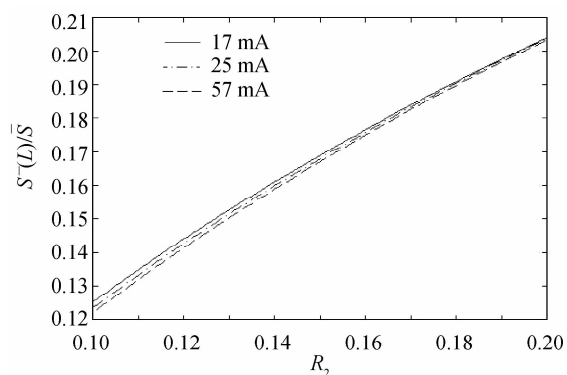


图 4  $S^-(L)/\bar{S}$  随前端面折射率  $R_2$  的变化关系

Fig. 4 Relationship of  $S^-(L)/\bar{S}$  with front facet reflectivity

### 3 结论

通过对半导体的速率方程的解析求解,求得了输出光子数密度与激光腔内平均光子数密度的解析

关系. 从而解决了长期以来不能自洽地由腔内平均场求输出场的问题. 研究表明,LD 的输出场与腔内平均场之比是一个与泵浦电流有关的参量,把它当成常数是有偏见的. 相信上述结果对研究 LD 非线性动力学时所遇到的关键参量——注入系数的确定是有所补益的.

#### 参考文献

- [1] AHMED M, YAMADA M. Influence of instantaneous mode competition on the dynamics of semiconductor lasers[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2002, **38**(6): 682-693.
- [2] WANG J, LU F Y, XIE C X, *et al.* Numerical analysis and experimental results of output performance for large mode area Yb<sup>3+</sup>-doped double-clad fiber lasers[C]. *SPIE*, 2005, **5644**: 540-544.
- [3] LI Jiu-sheng, BAO Zhen-wu, JIN Jie. Neural network model for the noise characteristics of semiconductor laser [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(2): 195-198.  
李九生, 鲍振武, 金杰. 半导体激光器的噪声特性神经网络仿真[J]. *光子学报*, 2005, **34**(2): 195-198.
- [4] YANG Ling-zhen, YANG Hui-yan, WANG Yun-cai, *et al.* The operation mode of semiconductor laser with external cavity optical feedback [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(12): 1118-1120.  
杨玲珍, 杨慧岩, 王云才, 等. 外腔光反馈的半导体激光器基本模式的运行模式[J]. *光子学报*, 2006, **29**(12): 1118-1120.
- [5] OHTSUBO J. Chaos synchronization and chaotic signal masking in semiconductor lasers with optical feedback [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2002, **38**(9): 1141-1154.
- [6] TANG S, LIU J M. Synchronization of high-frequency chaotic optical pulses[J]. *Opt Lett*, 2001, **26**: 596-598.
- [7] KRAUSKOPF B, SCHNEIDER K, SIEBER J, *et al.* Excitability and self-pulsations near homoclinic bifurcations in semiconductor laser systems[J]. *Opt Commun*, 2003, **215**(4): 367-379.
- [8] MURAKAMI A, SHORE K A. Analogy between optically driven injection-locked laser diodes and driven damped linear oscillators[J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**(4): 043804.
- [9] GOVIND P A, NILOY K D. Semiconductor lasers[M]. 2nd ed. New York: Von Nostrand Reinhold, 1993: 58-298.
- [10] JIA Pei-jun, HE Kun, BAI Jin-tao. Theoretical analysis and experimental research of Ytterbium (Yb<sup>3+</sup>)-doped double-clad fiber laser [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(S1): 64-67.  
贾培军, 贺坤, 白晋涛. 掺镱双包层光纤激光器的理论与实验研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(S1): 64-67.
- [11] HUO Y, Cheo, PETER K. Modeling of passively Q-switched Er<sup>3+</sup>/Yb<sup>3+</sup>-codoped clad-pumped fiber lasers [J]. *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, 2005, **11**(3): 658-666.
- [12] CHEN Jian-guo, LI Da-yi, LU Yu-cun. Experimental and theoretical studies on monitored signals from semiconductor diodes undergoing antireflection coatings [J]. *Appl Opt*, 1991, **30**(31): 4554-4559.
- [13] WANG Jia-ling, CHEN Jian-guo. Additional wavelength shift of peak gain due to inhomogeneous distributions of carriers inside semiconductor lasers [J]. *IEEE Photon Tech Lett*, 1993, **5**(10): 1171-1173.

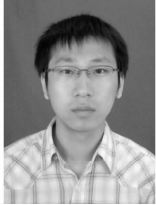
## Output of Semiconductor Laser Confirmed by Traveling-Wave Rate Equations

WANG Peng-fei, DOU Ru-hai, CHEN Jian-guo

(School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** Semiconductor laser as an example, using the form of end-reflection coefficient and traveling wave rate equations, an analytical expression relating the average photon density inside the cavity and the output photon density of the semiconductor laser is derived to establish the relation between the average photon density inside the cavity and the output density of the laser in a self-consistent fashion of the rate equations based on mean-field approximation (MFREs). The result is that ratio of the output field and the average field inside the cavity is related to the pumping current. The ratio cannot be considered as a constant.

**Key words:** Laser technique; Semiconductor laser; Traveling wave rate equations; Analytical solutions



**WANG Peng-fei** was born in 1985. He is pursuing the M. S. degree in optics at Optoelectronics Department, Sichuan University, and his research interests mainly focus on semiconductor laser.



**CHEN Jian-guo** was born in 1945. He received his Postdoctoral degree from Communication Co., UK. Now he works as professor, and his research interests focus on semi-conductor laser and optical communication, nonlinear optics, etc.