文章编号:1004-4213(2010)02-0380-5

新的方向滤波器组及其在图像去噪中的应用

周祚峰1,曹剑中1,程源源2,郭永明2

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所,西安 710119)(2 西安电子科技大学 雷达信号处理国家重点实验室,西安 710071)

摘 要:设计了具有45°和135°方向的二维棋盘形滤波器对.通过棋盘形滤波器对,输入图像被分解为两幅子图像,且二维余弦调制滤波器组被分别应用到每幅子图像.这种结构等效于一个冗余比为2的新的方向滤波器组.新的方向滤波器组具有良好的方向和频率选择性.将双重局部维纳滤波算法和新的方向滤波器组相结合,提出了一种新的图像去嗓算法.实验结果表明:对于含有丰富纹理的图像,本文提出的算法获得了明显的去嗓性能改善.

0 引言

在过去的20年里,小波理论在图像处理中发挥 了重要的作用.但是,常用的二维可分离小波函数是 由两个一维小波函数通过张量积得到的,它只能提 取图像中有限方向上的信息.这就导致了它在表达 图像中具有方向的特征(如边缘和纹理结构等)受到 了很大的限制,因而有效地提取这些具有方向性的 特征在图像处理中是非常重要的.为此,一些学者提 出了有效的方向滤波器组来提取图像中的方向性信 息,例如双树复小波(Dual-Tree Complex Wavelet Transform, DT-CWT)^[1-2], Contourle 变换^[3-6]以及 方向滤波器组^[7-8]等.其中,DT-CWT^[1]利用 Hilbert 变换和其张量积实现了对图像中方向信息的提取, 但是它只能提取六个方向上的信息.通过将拉普拉 斯塔和方向滤波器组相结合, Do 和 Vetterli 提出了 Contourlet 变换^[3]. 理论上 Contourlet 变换可以提 取 2ⁿ (*n*≥1)个方向的信息,并且具有多尺度和多分 辨的性质,但是它的滤波器设计比较复杂.其他的方 向滤波器组[7-8]也能提取图像的多方向信息,但由于 其过多的级联结构,其频谱泄露情况非常严重.

本文受基于映射的复小波^[9]设计思想的启发, 首先设计了具有 45°和 135°方向的二维棋盘形滤波 器对,然后将二维棋盘形滤波器对和二维可分离余 弦调制滤波器组相结合,构造了一种新的方向滤波 器组.新的方向滤波器组具有了良好的方向和频率 选择性.最后,把双重局部维纳滤波方案和新的方向

Tel:029-88887589 收稿日期:2008-09-19 Email:zfzhou@opt.ac.cn 修回日期:2008-11-27 滤波器组相结合,提出了一种新的图像去噪算法.实验结果验证了本文提出的图像去噪算法的有效性, 对于具有丰富纹理的图像,提出的算法获得了明显的去噪性能改善.

1 新的方向滤波器组及其设计

1.1 本文所提出的新的方向滤波器组

在各种多速率滤波器组中,因设计简单和实现 高效,完全重构和近似完全重构的一维余弦调制滤 波器组(Cosine-Modulated Filter Bank, CMFB)得 到了广泛的研究和应用[10-13].其分析和综合滤波器 组都是由一个原型滤波器调制得到的.一维实 CMFB 的每个子带的频率划分都是关于原点对称 的.由此张量得到的二维可分离的 CMFB 的每个子 带的频率划分是全对称的,许多子带的频率支撑是 四个频率块,类似于二维可分离小波的对角子带,不 具有方向性.类似于各种方向滤波器组[1.3,7-8],如果 每个子带的频率响应只含有关于原点对称的两个频 率块,则这个子带就可以提取图像在单一方向上的 信息.为了把全对称的四个频率块分成两两关于原 点对称的频率块,本文设计了具有 45°和 135°方向 的二维不可分棋盘形滤波器 $h_0(n_1, n_2)$ 、 $h_1(n_1, n_2)$, 于是输入图像经过 $h_0(n_1, n_2)$ 、 $h_1(n_1, n_2)$ 后被分解 为两幅图像,然后二维可分离 CMFB 被应用到这两 幅图像,这样每个子带的频率支撑即是两个频率块, 有效的提取了图像的方向信息.这样构成的新的方 向滤波器组对图像 X 进行分解的框图如图 1. 本文 中采用的二维可分离 CMFB 是由完全重构、临界采 样的两个一维 CMFB 通过张量积得到的,因此所提





出的新的方向滤波器组是完全重构的,且冗余比为 2.新的方向滤波器组的设计包括棋盘形滤波器对和 CMFB的设计两部分.由于 CMFB 的设计方法比较 成熟,本文选用文献[13]的设计方法.

1.2 棋盘形滤波器对的设计

设具有 45°和 135°方向提取能力的二维棋盘形 滤波器 $h_0(n_1, n_2)$ 、 $h_1(n_1, n_2)$ 的傅里叶变换分别为 $H_0(\omega_1, \omega_2)$ 和 $H_1(\omega_1, \omega_2)$.

定义 1: 设 棋 盘 型 滤 波 器 对 $H_0(\omega_1, \omega_2)$ 和 $H_1(\omega_1, \omega_2)$ 的理想频率响应分别为

$$H_{0}(\boldsymbol{\omega}_{1},\boldsymbol{\omega}_{2}) = \begin{cases} 1 & \boldsymbol{\omega}_{1},\boldsymbol{\omega}_{2} \geqslant 0\\ 0 & \pm \vec{\mathbf{C}} \end{cases}$$
(1)

$$H_1(\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2) = 1 - H_0(\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2)$$
(2)

且 $H_0(\omega_1, \omega_2)$ 和 $H_1(\omega_1, \omega_2)$ 都是以 2π 为周期的函数. 图 2(a)、(b)分别是 $H_0(\omega_1, \omega_2)$ 和 $H_1(\omega_1, \omega_2)$ 在 一个周期内的频率划分示意图,灰色区域表示通带, 白色区域表示阻带.



Fig. 2 The frequency partition of the ideal 2D checkerboard-shaped filters

根据式(1)和(2)可以得出

$$H_1(\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2) = H_0(\boldsymbol{\omega}_2 - \boldsymbol{\omega}_1) \tag{3}$$

即 $H_0(\omega_1, \omega_2)$ 逆时针旋转 90°就得到 $H_1(\omega_1, \omega_2)$.因此只需设计 $h_0(n_1, n_2)$ 即可.

定义1中给出的是理想情况下的 $H_0(\omega_1, \omega_2)$, 其空域对应的是无限长脉冲响应滤波器,虽然其具 有很好的频域局部性,但是不具有空间局部性.为了 兼顾空间和频域局部性,本文设计二维有限长脉冲 响应的棋盘形滤波器来逼近定义1的滤波器.考虑 到滤波器的过渡带和周期性问题,重点分析了具有 如图3所示过渡带的频率划分,其中斜线和交叉线 部分表示过渡带, Δ_1, Δ_2 分别表示内部过渡带和边 缘过渡带的宽度.



图 3 $H_0(\omega_1,\omega_2)$ 的频率划分

Fig. 3 The frequency partition of $H_0(\omega_1, \omega_2)$

通过使滤波器通带误差能量和阻带误差能量最小,设计 h₀(n₁,n₂)所需的目标函数为

$$f = \iint_{D_1 \cup D_2} \{ [H_0(\omega_1, \omega_2) - 1]^2 \} d\omega_1 d\omega_2 + \\ \iint_{D_3 \cup D_4} \{ [H_0(\omega_1, \omega_2) - 1]^2 \} d\omega_1 d\omega_2$$
(4)

式中 D₁,D₂ 表示通带,D₃、D₄ 表示阻带,同时为了 使图 1 中系统具有完全重构特性,滤波器的频率响 应需满足功率互补条件

 $|H_0(\omega_1,\omega_2)|^2 + |H_0(\omega_2 - \omega_1)|^2 = 1$ (5) 结合分析, $h_0(n_1,n_2)$ 的设计归结为下列有约束的优 化问题

$$\min_{\mathbf{f}} f = \iint_{D_1 \cup D_2} \{ [H_0(\omega_1, \omega_2) - 1]^2 \} d\omega_1 d\omega_2 + \iint_{D_3 \cup D_4} [H_0^2(\omega_1, \omega_2)] d\omega_1 d\omega_2$$
(6)

s. t:
$$|H_0(\omega_1, \omega_2)|^2 + |H_0(\omega_2 - \omega_1)|^2 = 1$$

式(6)的优化问题是个简单的二次优化问题,可用常 用的梯度法求解.

1.3 新的方向滤波器组的结构和其方向-频率选择性

设二 维 CMFB 的 分 析 和 综 合 滤 波 器 组 $\tilde{g}_{k_1,k_2}(n_1,n_2)$ 和 $\tilde{f}_{k_1,k_2}(n_1,n_2)$ 都由同一个原型滤波器 p(n)生成. 由分析可以看出,新的方向滤波器组 只需设计一个棋盘形滤波器 $h_0(n_1,n_2)$ 和一个原型 滤波器 p(n). 图 1 中新的方向滤波器组的上下通道 的等效分析滤波器组分别为

 $u_{k_1,k_2}(n_1,n_2) = h_0(n_1,n_2) \otimes \left[(p(n_1)p(n_2)c_1c_2 \right] \\ d_{k_1,k_2}(n_1,n_2) = h_1(n_1,n_2) \otimes \left[(p(n_1)p(n_2)c_1c_2 \right]$ (7) 式中

$$c_{i} = \cos\left[\frac{\pi}{M}(k_{i} + \frac{1}{2})(n_{i} - \frac{D}{2}) + (-1)^{k_{i}}\frac{\pi}{4}\right],$$

$$(i = 1, 2)$$

D=N-1,符号⊗表示卷积运算.

为了说明本文中提出的新的方向滤波器组的方 向和频率选择性,给出一个例子.试验中, $h_0(n_1, n_2)$ 和 $h_1(n_1, n_2)$ 支撑区间取为 25×25 ,内部过渡带带 宽 Δ_1 取为 $6\pi/25$,边缘的过渡带带宽 Δ_2 取为 $3\pi/25$.CMFB的通道数M=4,原型滤波器的长度N=40.图4(a)给出了由这样的CMFB张量成二维 CMFB形成的16个子带的分析滤波器组的频域响 应.图4(b)和图4(c)是本文所提出的新的方向滤波 器组的上下通道的等效分析滤波器组的频率响应. 从图4(a)中可以看出,二维可分离CMFB许多子带 的频率划分是四个频率块,不具有方向性.而图4 (b)和(c)表明本文所提出的新的方向滤波器组的频 率响应是关于原点对称的,具有良好的频率和方向 选择性.



Fig. 4 The frequency response of 2D CMFB and new directional filter bank

2 新的方向滤波器组在图像去噪中的 应用

大多数自然图像都是由平滑区域、边缘和纹理 构成的.而边缘和纹理对于视觉的影响起着至关重 要的作用.特别在图像去噪中,图像的边缘和纹理特 征的保持很大程度上影响了去噪性能的好坏.而边 缘和纹理反映在频域即是方向性和频率的高低不同 上.由于所提出的新的方向滤波器组具有好的方向 和频率选择性,本文结合新的方向滤波器组和基于 椭圆型方向窗的双重局部维纳滤波方案^[14],提出了 一种新的图像去噪算法.

本文提出的结合双重局部维纳滤波和新的方向 滤波器子去噪算法的具体步骤为:1)第一重滤波:选 用参量为 M₁、N₁ 的 CMFB 构成的新的方向滤波器 组对含噪图像进行分解,利用基于椭圆型方向窗的 局部维纳滤波对各个子带进行第一次去噪,重构得 到一幅比较干净的引导图像;2)第二重滤波:选用参 量为 M₂、N₂ 的 CMFB 构成的新的方向滤波器组分 别对引导图像和含噪图像进行分解,利用分解后的 引导图像系数进行信号方差的估计,结合此次含噪 图像分解后的系数进行基于椭圆型方向窗的局部维 纳滤波,得到滤波后的图像子带系数,重构即可得到 去噪图像.

3 实验结果

选用常用的"Lena"和"Barbara"作为测试图像. 假定测试图像被服从零均值,方差为 σ_{ϵ}^2 的加性高斯 白噪音所污染. 棋盘形滤波器 $h_0(n_1,n_2)$ 支撑区间取 为 25×25,内部过渡带带宽 Δ_1 取为 $6\pi/25$,边缘的 过渡带带宽 Δ_2 取为 $3\pi/25$. 第一重局部维纳滤波 时,CMFB的参量为 $M_1=6,N_1=48$. 第二重局部维 纳滤波时,CMFB的参量为 $M_2=8,N_2=64$. 椭圆型 方向窗的参量选取参照文献[14],且主轴的方向与 每个子带的频率选择方向相匹配. 噪音的方差是采 用绝对中值估计子^[15]进行估计的. 考虑到噪音样本 的随机性,对每一个输入信噪比,输出的峰值信噪比 表示取 10 次噪音样本下的输出峰值信噪比的平均 值. 实验结果如表 1.

表 1 不同去噪算法去噪性能比较 Table 1 Denoising performance for different algorithms

F F F F								
Redundancy		Lena			Barbara			
ratio	10	20	25	30	10	20	25	30
4	35.3	32.2	31.2	29.62	33.9	29.9	28.6	26.91
4	35.3	32.4	31.4	30.54	33.4	29.8	28.6	27.65
1.33	31.90	28.34		27.10	29.62	26.26		24.42
15	35.46	32.50		30.70	34.09	30.60		28.56
2	35.20	32.09	31.05	30.19	34.29	30.81	29.70	28.77
	Redundancy ratio 4 4 1.33 15 2	Redundancy ratio 10 4 35.3 4 35.3 1.33 31.90 15 35.46 2 35.20	Redundancy Let ratio 10 20 4 35.3 32.2 4 35.3 32.4 1.33 31.90 28.34 15 35.46 32.50 2 35.20 32.09	Redundancy Lena ratio 10 20 25 4 35.3 32.2 31.2 4 35.3 32.4 31.4 1.33 31.90 28.34 15 35.46 32.50 2 35.20 32.09 31.05	Redundancy ratio Lena 10 20 25 30 4 35.3 32.2 31.2 29.62 4 35.3 32.4 31.4 30.54 1.33 31.90 28.34 27.10 15 35.46 32.50 30.70 2 35.20 32.09 31.05 30.19	Redundancy Lena 35.3 32.2 31.2 29.62 33.9 4 35.3 32.4 31.4 30.54 33.4 1.33 31.90 28.34 27.10 29.62 15 35.46 32.50 30.70 34.09 2 35.20 32.09 31.05 30.19 34.29	Redundancy Lena Bar ratio 10 20 25 30 10 20 4 35.3 32.2 31.2 29.62 33.9 29.9 4 35.3 32.4 31.4 30.54 33.4 29.8 1.33 31.90 28.34 27.10 29.62 26.26 15 35.46 32.50 30.70 34.09 30.60 2 35.20 32.09 31.05 30.19 34.29 30.81	Redundancy Lena Barbara ratio 10 20 25 30 10 20 25 4 35.3 32.2 31.2 29.62 33.9 29.9 28.6 4 35.3 32.4 31.4 30.54 33.4 29.8 28.6 1.33 31.90 28.34 27.10 29.62 26.26 15 35.46 32.50 30.70 34.09 30.60 2 35.20 32.09 31.05 30.19 34.29 30.81 29.70

由表1可以看出,对于"Lena"图像,本文算法 的去噪性能稍逊于文献[14-15]算法,但本文去噪算 法冗余比为2,文献[14-15]都是4,而NSCT-LAS^[4] 去噪结果冗余比高达15.而对于"Barbara"图像,本 文算法要明显优于其它算法,特别地,比高冗余比的 NSCT-LAS^[4]去噪效果还要提高约0.2 dB.这是因 为"Lena"图像平滑区域占整幅图像的大部分,导致 能利用的方向信息并不多.而对于"Barbara"图,由



(a) Original image

(b) Noisy image





(c) Denoised by Ref[14]

(d) Proposed algorithm

图 5 去噪性能比较

Fig. 5 Comparison of the denoising performance

于其结构性纹理和方向性比较明显,本文算法能够 有效提取并利用这些信息,所以去噪效果有了显著 提高.图5给出了"Barbara"图像被标准差为20的 加性高斯白噪音污染后采用不同去噪算法去噪后的 局部比较图,可以看出本文去噪算法能够更好的保 持图像中的纹理结构.

本文算法的计算复杂度有两部分组成.一是使 用新的方向滤波器组对图像进行分解,二是使用双 重局部维纳滤波算法对图像进行去噪.同文献[14] 相比,去噪算法相同,但本文算法的冗余度仅是文献 [14]的一半,即需要的运算量也是一半,而去噪效果 则要优于该算法.

4 结论

本文首先设计了二维棋盘形滤波器,并把它们 与二维可分离余弦调制滤波器组结合,构造了一种 新的方向滤波器组.新的方向滤波器组具有良好的 方向和频率选择性.然后,结合双重局部维纳滤波方 案,提出了一种新的图像去噪算法.实验结果表明本 文去噪算法对于具有结构性纹理和方向丰富的图像 取得了较好的去噪效果.

参考文献

- [1] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGSBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005;123-151.
- [2] LUO Peng, GAO Xie-ping. Image denoising algorithm based on dual tree complex wavelet transform [J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(3):604-608.
 罗鹏,高协平.基于双树复小波变换的图像去噪方法[J].光子 学报, 2008, 37(3):604-608.
- [3] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091-2106.
- [4] da CUNHA A L, ZHOU J P, DO M N. The nonsubsampled contourlet transform: theory, design, and applications [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(10): 3089-3101.

- [5] ZHANG Qiang, GUO Bao-long. Fusion of multifocus images based on nonsubsampled contourlet transform [J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(4):838-843.
 张强,郭宝龙.一种基于非下采样 Contourlet 变换的多聚焦图 像融合方法[J]. 光子学报, 2008, 37(4):838-843.
- [6] LIU Sheng-peng, FANG Yong. A contourlet domain image denoising method based on mathematical morphology[J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(1):197-201.
 刘盛鹏,方勇.基于数学形态学的 Contourlet 变换图像降噪方 法[J]. 光子学报, 2008, 37(1):197-201.
- [7] ESLAMI R, RADHA H. A new family of nonredundant transforms using hybrid wavelets and directional filter banks
 [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(4): 1152-1167.
- [8] NGUYEN T T, ORAINTARA S. A class of multiresolution directional filter banks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(3):949-961.
- [9] FERNANDES F C A, van SPAENDONCK R L C, BURRUS C S. Multidimensional mapping-based complex wavelet transforms [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005,14(1):110-124.
- [10] XU H, LU W S, ANTONIOU A. Efficient iterative design method for cosine- modulated QMF banks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(7):1657-1667.
- [11] BREGOVIC R, SARAMÄKI T. An efficient approach designing nearly perfect reconstruction low-delay cosinemodulated filter banks[C]. Proc IEEE ISCAS, 2002, (1): 825-828.
- [12] BREGOVIC R, SARAMÄKI T. A systematic technique for designing linear-phase FIR prototype filters for perfectreconstruction cosine-modulated and modulated DFT filter banks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53 (8):3193-3201.
- [13] LU W S, SARAMÄKI T, BREGOVIC R. Design of practically perfect- reconstruction cosine-modulated filter banks: A second-order cone programming approach[J]. IEEE Transactions on Circuits System I, 2004, 51(3):552-563.
- SHUI P L. Image denoising algorithm via doubly local Wiener filtering with directional windows in wavelet domain [J].
 IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(10):681-684.
- [15] SENDUR L, SELESNICK I W. Bivariate shrinkage with local variance estimation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2001,8(5):125-128.
- [16] HOU Jian-hua, TIAN Jin-wen, LIU Jian. Analysis of the errors in locally adaptive wavelet domain Wiener filter and image denoising[J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(4):838-843.

侯建华,田金文,柳健.小波域局部维纳滤波器估计误差分析 及图像去噪[J].光子学报,2008,**37**(4):838-843.

New Directional Filter Bank and its Application in Image Denoising

CAO Jian-zhong¹, ZHOU Zuo-feng¹, CHENG Yuan-yuan², GUO Yong-ming²

(1 Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)
 (2 National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The checkerboard-shape filter pair with directions 45° and 135° which can decompose the input image into two images containing different directional information of the original image are designed. A 2-D separable CMFB is applied to the two images to realize subband decompositions. This cascading structure corresponds to a new directional filter bank of redundant ratios of 2. The new DFB can provide good directional and frequency selectivity. The new DFB and the doubly local Wiener filtering algorithm are combined to develop a new image denoising algorithm. The experimental results show that the proposed algorithm achieves satisfactory performance improvement for images with abundant textures. **Key words**: CMFB; Checkerboard-shaped filter pair; DFB; Doubly local Wiener filtering



ZHOU Zuo-feng was born in 1982. He received the Ph. D. degree in signal and information processing in 2008. His research interests include wavelet and its application in image processing, image denoising, image compression, super-resolution, filter design, etc.



CAO Jian-zhong was born in 1969. He is a researcher and his research interests focus on image processing, digital image processing, optics system design, etc.