文章编号:1004-4213(2010)12-2246-5

基于快速傅里叶变换和积分图的快速相关匹配*

殷松峰1,2,王一程2,曹良才1,金国藩1,凌永顺2

(1 清华大学 精密测试技术与仪器国家重点实验室,北京 100084)

(2 解放军电子工程学院 安徽省红外与低温等离子体重点实验室,合肥 230037)

摘 要:为克服传统相关匹配算法计算复杂度过大的缺点,基于快速傅里叶变换和积分图提出了一种快速相关匹配算法.在不改变传统相关匹配计算结果的前提下,该算法通过对相关系数公式的分析和化简,用快速傅里叶变换计算模板图像和基准图像的相关,并采用积分图计算基准图像灰度值 及其能量的窗口积分,使相关匹配计算量与模板图像大小近似无关,从而大大降低了计算复杂度. 不同光照条件下图像匹配实验和复杂环境下目标跟踪实验结果表明,该算法具有很强的抗干扰能力,其执行效率比传统相关匹配提高1~2个数量级.

关键词:快速相关匹配;图像匹配;快速傅里叶变换;积分图中图分类号:TP391.4文献标识码:A

0 引言

图像匹配在计算机视觉、目标检测与跟踪、视频 压缩、视频监控等领域具有重要应用,快速而稳健的 匹配算法一直是图像匹配的研究热点^[1].相关匹配 通过在基准图像中搜索与模板图像相关度最高的区 域作为匹配位置,具有抗干扰能力强、定位准确度高 的优点,在图像匹配中应用广泛^[1-3].

计算复杂度、稳定性和匹配准确度是匹配算法 的关键指标.然而,传统相关匹配算法的计算复杂度 大,不利于实时处理.常用的快速相关匹配算法主要 通过简化相关度量函数[4]或采用非遍历寻优搜索策 略[47] 来减少计算量. 如文献 [4] 采用平均绝对差 (Mean Absolution Difference, MAD)作为相关度 量函数,并采用由粗到精的搜索策略,实现了10~ 16 frame/s 的相关匹配;文献[5]通过设定模板图像 与基准图像的相关系数阈值,只计算方差相差较小 的点的相关系数,将计算时间减少到传统相关匹配 的14%.然而,简化的相关度量函数(如 MAD)通常 对图像整体亮度变化敏感,抗干扰能力差;非遍历搜 索算法不仅在执行时间上严重依赖于模板图像和基 准图像的内容,而且其匹配结果可能陷入局部极值 点[6-7],算法实时性的提高是以稳定性和匹配准确度 的损失为代价的.因此,在保证稳定性和匹配准确度 的前提下大幅降低图像相关匹配的计算量具有重要 实用价值.

本文针对传统相关匹配计算复杂度大的缺点, 基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)和积分图提出了一种快速相关匹配算法,大大 降低了传统相关匹配的计算复杂度.同时,该算法在 任意搜索位置提供了与传统相关匹配完全一致的计 算结果,因此天然继承了传统相关匹配抗干扰能力 强、定位准确度高的优点.

doi:10.3788/gzxb20103912.2246

1 基于 FFT 与积分图的快速相关匹配

1.1 算法描述

设模板图像为T,大小为 $m \times n$,基准图像(待搜 索大图)为I,大小为 $M \times N$,且 $m \ll M$, $n \ll N$.设I中以(x,y)为左上角点大小为 $m \times n$ 的子块为 $I_{x,y}$, 该子块与模板图像的相关系数定义为^[5]

$$\rho(x,y) = \frac{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [I_{x,y}(k,l) - \bar{I}_{x,y}] [T(k,l) - \bar{T}]}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [I_{x,y}(k,l) - \bar{I}_{x,y}]^{2}} \sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [T(k,l) - \bar{T}]^{2}}}$$
(1)
$$\sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [I_{x,y}(k,l) - \bar{I}_{x,y}]^{2}} \sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [T(k,l) - \bar{T}]^{2}}}$$
(1)
$$d + I_{x,y}(k,l) + T(k,l) + J = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [T(k,l) - \bar{T}]^{2}}$$
(1)
$$g T = L(k,l) + L(k,l) + \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [T(k,l) - \bar{T}]^{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} [T(k,l) - \bar{T}]^{2}}$$
(1)

传统相关匹配计算复杂度大的原因在于对任意 搜索位置(x,y),均要完全重新计算相关系数,而忽 略了相邻搜索点相关系数的内在联系.为降低计算 复杂度,对式(1)进行等价变换,有

 $\rho(x,y) =$

$$\frac{R_{1}(x,y) - TR_{2}(x,y)}{\sqrt{R_{3}(x,y) - \frac{1}{mn}R_{2}^{2}(x,y)}\sqrt{\sum_{k=ll=1}^{m}T^{2}(k,l) - mn\bar{T}^{2}}}$$
(2)

^{*}国家重点基础研究发展计划(2009CB724007)资助

Tel:010-62781187
 Email:yansf02@mails.tsinghua.edu.cn

 收稿日期:2010-08-10
 修回日期:2010-09-17

式中与(x,y)有关的仅包括3项,记为

$$R_{1}(x,y) = \sum_{k=ll=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} I(x+k,y+l) T(k,l)$$
(3)

$$R_{2}(x,y) = \sum_{k=ll=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} I(x+k,y+l)$$
(4)

$$R_{3}(x,y) = \sum_{k=ll=1}^{l} I^{2}(x+k,y+l)$$
(5)

式(3)中 R₁(x,y)为子块 I_{x,y}与模板图像 T 的相关, 可通过 FFT 快速计算,根据 FFT 的性质,有

 $R_1(x,y) = IFFT \{I(u,v) \cdot T^*(u,v)\}$ (6) 式中 I(u,v)为基准图像 I的傅里叶变换, $T^*(u,v)$ 为模板图像 T的傅里叶变换的共轭.由于基准图像 和模板图像都是实图像,为对 I(u,v)和 T(u,v)进 行快速计算,可构造复图像

$$Z(x,y) = I(x,y) + iT(x,y)$$
(7)

根据二维 FFT 的性质,可以证明

$$I(u,v) = [Z(u,v) + Z^* (M-u, N-v)]/2 \quad (8)$$

 $T(u,v) = -i[Z(u,v) - Z^*(M-u,N-v)]/2$ (9) 从而, I(u,v)和 T(u,v)可以在对复图像 Z 进行 FFT 的基础上通过少量简单的加减运算同时求出. 进而可利用式(6)将相关运算转化为 FFT 及 IFFT 运算,—次计算出所有搜索位置子块 $I_{x,y}$ 与模板图 像 T 的相关.

 $R_2(x,y)$ 和 $R_3(x,y)$ 分别为子块 $I_{x,y}$ 灰度值及 其能量的积分,本文利用积分图对其进行快速计算. 积分图概念由 Viola 提出并用于计算窗口图像的 Harr 特征^[8].对任意图像 g,其积分图在(x,y)处的 灰度值 ii(x,y)为图像 g 中该点左上方所有像素灰 度值的积分,即

$$ii(x,y) = \sum_{k=1}^{x} \sum_{l=1}^{y} g(k,l)$$
(10)

该积分图可通过式(11)、(12),对原图像 g 一次扫描得出

$$cii(x,y) = cii(x,y-1) + g(x,y)$$
(11)

$$ii(x,y) = ii(x-1,y) + cii(x,y)$$
 (12)

式中 *cii*(*x*,*y*)表示点(*x*,*y*)所在列纵坐标不大于 *y* 的所有像素灰度值的积分,即

$$cii(x,y) = \sum_{l=1}^{y} g(x,l)$$
(13)

并定义

$$cii(x,0) = 0, ii(0,y) = 0$$
 (14)

利用积分图,如图 1 阴影区域所示,g 中以(x, y)为左上顶点的子块 g_x,y的灰度值的积分为

$$\sum_{k=ll=1}^{m} \sum_{y,y}^{n} g_{x,y}(k,l) = ii(x+m,y+n) - ii(x,y+n) - ii(x,y+n) - ii(x,y+n) - ii(x,y)$$
(15)

分别对基准图像 *I* 及其平方图像 *I*² 计算其积 分图,利用式(15)可快速计算 *R*₂(*x*,*y*)和 *R*₃(*x*,*y*).



图1 利用积分图计算窗口积分示意图

Fig. 1 Illustration of window integral using integral image 从而,本文快速相关匹配算法流程为:

1)利用 FFT 计算 $R_1(x,y)$;2)分别计算基准图 像及其平方图像的积分图,并据此计算 $R_2(x,y)$ 和 $R_3(x,y)$;3)对任意点(x,y),利用式(2)求取相关系 数 $\rho(x,y)$;4)将使得 $\rho(x,y)$ 取得最大值的点 (x_0, y_0) 作为相关匹配位置.

1.2 算法计算复杂度分析

传统相关匹配直接用式(1)计算各点的相关系数,其计算量主要取决于占主导地位的乘法运算次数.对任意搜索位置(x,y),用式(1)计算相关系数 所需乘法运算次数约为 3mn,对基准图像遍历搜索 共需计算(M-m+1)(N-n+1)个搜索位置,从而 传统相关匹配所需乘法运算次数为

 $T_1 = 3mn(M - m + 1)(N - n + 1)$ (16) 从式(16)可以看出, 当m、n相对M、N较小时, 传统 相关匹配计算量近似与模板图像大小及基准图像大 小的乘积成正比, 随二者的增大而快速增加.

对本文提出的快速相关匹配算法,由于积分图 仅涉及有限次的加法运算,因此算法复杂度主要由 式(6)中的 FFT 及 IFFT 决定. 典型的 FFT 及 IFFT 所需乘法运算次数均约为 2*MN*log₂(*MN*), 式(6)共需计算一次 FFT 和一次 IFFT,从而其所需 乘法运算次数为

$$T_2 \approx 4MN \log_2(MN) \tag{17}$$

本文算法的计算复杂度与模板图像大小无关, 其计算量与传统相关匹配的计算量之比为

$$\frac{T_2}{T_1} \approx \frac{4MN\log_2(MN)}{3mn(M-m+1)(N-n+1)}$$
(18)

不失一般性,令 *M*=*N*, *m*=*n*, 当 *M*=2*m* 时, 本文算法与传统相关匹配计算量之比 *T*₂/*T*₁ 随 *m* 的变化关系曲线如图 2. 从图 2 可以看出,随模板图 像大小 *m* 的增大,本文算法与传统相关匹配计算量 之比快速降低,即模板图像和基准图像尺寸越大,本 文算法相对传统相关匹配的优势越大. 以在大小为 256×256 的基准图像中搜索大小为 128×128 的模



图 2 T_2/T_1 随 m 的变化关系曲线

Fig. 2 The curve of relationship between T_2/T_1 and *m* 板图像为例,本文算法所需时间约为传统相关算法的 0.53%,计算效率大大提高.

2 实验与结果分析

为验证本文算法的有效性,用 VC 6.0 对本文 算法、传统相关匹配算法和 MAD 算法分别进行了 编程实现,并在主频 2.4GHz,1GB 内存的 PC 机上 进行了图像匹配实验.

2.1 不同光照下图像匹配实验

为检验算法的抗干扰能力和快速性,首先选用 不同光照条件下所拍摄的坦克模型图像进行图像匹 配实验.模板图像如图 3(a)中白色方框所示,大小 为74×86;基准图像大小为 320×240,该图像和模 板图像的光照条件急剧变化,图像中含有相似目标 干扰,并添加了方差为 10 的高斯噪音.本文算法和 传统相关匹配算法的匹配结果如图 3(b)中白色方 框所示,MAD 算法的匹配结果如图 3(b)中黑色方 框所示.可以看出,本文算法排除了光照变化和噪音 的干扰,精确匹配到了真实目标位置,而 MAD 算法 由于采用了简化的相关度量函数,对光照变化敏感, 错误地匹配到了相似目标.



(a) Template image

(b) Correlation matching result

图 3 不同光照条件下图像匹配实验

Fig. 3 Experiment for image matching under different illumination conditions

三种算法的执行时间如表 1. MAD 算法相对传 统相关匹配虽然在执行效率上有 3.5 倍的提高,然 而这一执行效率的提高是以牺牲其抗干扰能力和匹 配准确度为代价的(如图 3);本文算法的执行时间 仅为 24 ms,其执行速度是传统算法的 300 倍以上, 而且本文算法在所有搜索点都具有与传统相关匹配 完全相同的计算结果,其执行效率的提高并不影响 匹配性能.

表1 不同算法执行时间对比

Table 1	Comparison	of execution	time for	different	methods
---------	------------	--------------	----------	-----------	---------

Methods	Traditional	MAD	Proposed
Execution time/ms	8753	2491	24

2.2 复杂环境目标跟踪实验

将相关匹配算法应用于目标跟踪,如图 4. 在视频第 39 帧时手动设定跟踪目标,大小为 25×43,对 包含目标的第 40~197 帧进行相关匹配跟踪,搜索 窗口大小为 37×65. 本文算法、传统相关匹配算法 和 MAD 算法的执行时间如表 2. 虽然该实验中模 板图像和基准图像尺寸都很小,本文快速算法相对 传统相关匹配算法的执行效率仍有 10 倍以上的 提高.



Fig. 4 Object tracking results in complex situations

表 2 不同算法执行时间对比

Table 2 Comparison of execution time for different methods

Methods	Traditional	MAD	Proposed
Execution time/ms	11.81	2.99	1.01

该视频环境复杂,存在严重的目标遮挡和背景 干扰,跟踪难度很大.本文算法的跟踪结果如图 4, 可以看出,即使干扰增强到使目标和背景达到人眼 难以分辨的程度(如第 70 和第 190 帧),本文算法仍 然实现了稳定的目标跟踪.采用跟踪误差对目标跟 踪性能进行定量评价,本文算法(传统相关匹配结果 与本文算法完全相同)和 MAD 算法的跟踪误差曲 线如图 5.在整个跟踪过程中,本文算法的跟踪误差 始终在 3 个像素以内,具有很强的抗干扰能力.而对 MAD 算法,在干扰刚刚进入搜索区域的第 63 帧即 丢失目标.



3 结论

计算复杂度、稳定性和匹配准确度是图像匹配 的关键性能指标.本文提出的快速算法利用 FFT 代 替相关运算,采用积分图计算窗口积分,使相关匹配 的计算量从与模板图像大小近似成正比降低到与模 板图像大小近似无关,算法执行效率具有量级式的 提高.同时,由于该算法在任意搜索位置提供了与传 统相关匹配完全一致的计算结果,并采用遍历搜索 策略,从而保证了算法的稳定性和匹配准确度,可应 用于实时、高准确度目标跟踪、图像检索、视频压缩 等领域.

参考文献

 LÜ Xiang-yin, HUANG Chao-chao, LING Yong-shun. Analysis of infrared image tracking algorithms performance and application[J]. *Infrared Technology*, 2004, 26(4): 11-16. 吕相银,黄超超,凌永顺. 红外成像跟踪算法性能及应用分析 [J]. 红外技术, 2004, **26**(4): 11-16.

- [2] GUO Wei, ZHAO Yi-gong, XIE Zhen-hua. An improved normalized cross-correlation for template matching of infrared image[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(1): 189-193.
 郭伟,赵亦工,谢振华. 一种改进的红外图像归一化互相关匹 配算法[J]. 光子学报, 2009, 38(1): 189-193.
- [3] LEI Ming, ZHANG Guang-jun. Image orientation algorithm with subpixel accuracy based on correlative matching method
 [J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(5): 108-113.
 雷鸣,张广军. 基于互相关的图像匹配亚像素定位. 光电工程, 2008, 35(5): 108-113.
- [4] YANG Hao-yun, ZHANG Gui-lin. Design and realization of a new correlation tracker algorithm[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2000, 19(5): 377-380.
 杨皞昀,张桂林. 一种新的相关跟踪算法的设计与实现[J]. 红 外与毫米波学报, 2000, 19(5):377-380.
- [5] LI Zhuo, QIU Hui-juan. Fast image matching based on correlation coefficient[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(11): 998-1000.
 李卓,邱慧娟. 基于相关系数的快速图像匹配研究[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(11): 998-1000.
- [6] WEI S, LAI S. Fast template matching based on normalized cross correlation with adaptive multilevel winner update[J]. *IEEE Trans on Image Process*, 2008, 17(11): 2227-2235.
- [7] ZHU Hong, ZHAO Yi-gong. Fast image correlative matching based on genetic algorithm [J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 1999, 18(2):145-150.
 朱红,赵亦工.基于遗传算法的快速图像相关匹配[J]. 红外与 毫米波学报, 1999, 18(2): 145-150.
- [8] VIOLA P, JONES M. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features [C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2001: 511-518.

Fast Correlation Matching Based on Fast Fourier Transform and Integral Image

YIN Song-feng^{1, 2}, WANG Yi-cheng², CAO Liang-cai¹, JIN Guo-fan¹, LING Yong-shun²

(1 State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Tsinghua University,

Beijing 100084, China)

(2 Key Laboratory of Infrared and Low Temperature Plasma of Anhui Province, Electronic Engineering Institute,

Hefei 230037, China)

Abstract: In order to overcome the computation complexity of traditional correlation matching algorithm, a fast correlation matching algorithm is proposed based on fast Fourier transform and integral image. By analyzing and simplifying the equation of correlation coefficient, fast Fourier transform is employed to calculate the correlation between the template image and the base image, and integral image is employed to compute the window integral of the gray value of the base image and its energy. The computation complexity of the proposed algorithm is approximately independent on the size of the template image and thus is greatly decreased, without changing the results of traditional correlation matching. Experimental results for image matching under different illumination conditions and object tracking in complex situations show that the proposed algorithm is robust to interferences, and its implementation efficiency is 1 to 2 order times faster than traditional correlation matching algorithm.

Key words: Fast correlation matching; Image matching; Fast Fourier Transform(FFT); Integral image

r ct

YIN Song-feng was born in 1984 and received his B. S. degree in precision instruments and mechanology in 2006 from Tsinghua University, where he is currently a Ph. D. degree candidate in optical engineering. His research interests focus on image processing, image tracking and image fusion.



JIN Guo-fan graduated from Peking University in 1950. He was elected as an academician of the Chinese Academy of Engineering and the vice-president of the International Commission for Optics in 1994 and 2002, respectively, and his current research interests focus on optical computing, binary optics and holographic data storage.