

文章编号:1004-4213(2010)11-1943-4

温度对超导光子晶体光子能带的影响*

张翠玲¹, 郑瑞伦², 刘启能¹, 代洪霞¹

(1 重庆工商大学 计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

(2 西南大学 物理学与电子工程学院, 重庆 400715)

摘要:建立了二维超导光子晶体的物理模型,在超导二流体模型并考虑原子作非简谐振动情况下,用平面波展开法求出超导光子晶体的光子能带满足的方程.以 YBaCuO 超导光子晶体为例,探讨温度对它的光子能带结构的影响.结果表明:二维超导光子晶体在低温时具有较宽的禁带,且禁带宽度随温度的升高而变小.

关键词:超导光子晶体;温度;能带;二流体模型;非简谐振动

中图分类号:4270Q,7420D,6320R

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103911.1943

0 引言

介电函数在空间上具有周期性人工结构的光子晶体,由于具有完全和非完全的禁带,引起人们的广泛研究^[1-4].金属光子晶体由于在一定可控波谱范围内有较高透射比,且有较强的非线性光学效应^[5],因而可用于各种不同光电器件,但缺陷是存在阻尼^[6-7],使它的潜在应用受到限制,此问题可用超导材料代替金属来解决.超导光子晶体具有频率低于超导带隙时阻尼会被完全抑制并可通过改变温度及外加磁场来改变超导带隙及电磁特性等优点,已有一些文献对它能带进行研究.文献[8-9]采用平面波展开方法研究了超导光子晶体能量与波矢的关系,但未讨论能带与温度的关系,研究中也未考虑原子振动.为此本文将建立二维超导光子晶体的物理模型,考虑原子作非简谐振动,探讨能带随温度的变化规律.

1 模型和基本方程

我们研究的光子晶体是无限长超导柱体,基本单元是正方晶格,取轴方向为 z 方向.由于 z 方向每个单元都是无限长.因而可作为二维超导光子晶体处理.设介电函数周期为 a , ox, oy 方向的单位矢量为 e_x, e_y , 则正格基矢 $a_1 = ae_x, a_2 = ae_y$, 正格矢 $R_l = l_1 a_1 + l_2 a_2$, 这里 l_1, l_2 为整数; 而倒格基矢为 $b_1 = 2\pi a^{-1} e_x, b_2 = 2\pi a^{-1} e_y$. 倒格矢 $K_h = h_1 b_1 + h_2 b_2$, 这

里 h_1, h_2 为整数.由于介电函数沿 oxy 平面具有周期性,有 $\epsilon(r+R_l) = \epsilon(r)$. 光波作用下,晶体中有频率 ω , 波矢为 k 电磁波,按照麦克斯威方程,并利用 $k^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon(r)$ 可得到^[10]

$$\nabla^2 E(r) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r) E(r) = 0 \quad (1)$$

文献[8-9]利用介电函数 $\epsilon(r)$ 的周期性,将 $\epsilon(r)$ 和电场 $E(r)$ 展为平面波,由式(1)得到

$$(k+K_h)^2 E_K(K_h) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{K_{h'}} \epsilon(K_h - K_{h'}) E_K(K_{h'}) \quad (2)$$

文献[8]假定 $\epsilon(r) = \epsilon_0 + (\epsilon - \epsilon_0) \sum_l \theta(r - R_l)$, 其展开式系数可写为

$$\begin{aligned} \epsilon(K_h - K_{h'}) &= \delta(K_h - K_{h'}) + [\epsilon(\omega) - 1] M_{K_h K_{h'}} \\ M_{K_h K_{h'}} &= 2f_p \frac{J_1(|K_h - K_{h'}|)}{|K_h - K_{h'}|} \end{aligned} \quad (3)$$

式中的 f_p 为填充因子, J_1 为第一类贝塞尔函数.介电函数 ϵ 与频率 ω 的关系为^[11]

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (4)$$

式(4)右边第 2、第 3 项分别是超导流体和正常流体的贡献, ω_p 为正常流体等离子振荡频率,它与电子气密度 n_n 和电子质量 m 的关系为 $\omega_p = \sqrt{4\pi n_n e^2/m}$, γ 为阻尼系数, p 为光速 c 与伦敦透入深度 δ_L 之比,即 $p = c/\delta_L$. 将式(4)和式(3)代入式(2),得到

$$\begin{aligned} \sum_{K_{h'}} [\delta(K_h - K_{h'}) (k+K_h)^2] &= \sum_{K_{h'}} \frac{\omega^2}{c^2} \left[\delta(K_h - K_{h'}) - \right. \\ &\left. \frac{p^2}{\omega^2} M_{K_h K_{h'}} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} M_{K_h K_{h'}} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

因 γ 很小, $1/(1 + i\gamma/\omega) \approx 1 - i\gamma/\omega$; 又求和只对 $K'_n = K_n$ 的项 γ 起作用. 式(5)写为

*重庆市教育委员会科学技术研究项目(KJ080720、KJ090716、KJ090716)和重庆工商大学青年科学基金(0852013)资助

Tel: 029-88204271

Email: zhangcl@ctbu.edu.cn

收稿日期: 2010-02-23

修回日期: 2010-05-11

$$A \frac{\omega^3}{c^3} + B \frac{\omega^2}{c^2} - C \frac{\omega}{c} - D = 0 \tag{6}$$

式中

$$A = \sum \delta(K_h - K_{h'}), B = -\frac{i}{c} \gamma \sum \delta(K_h - K_{h'}),$$

$$D = \frac{i\gamma}{c^3} \omega_D^2 M_{K_h K_{h'}}$$

$$C = \frac{\omega_p^2}{c^2} \sum M_{K_h K_{h'}} + \frac{P^2}{c^2} \sum M_{K_h K_{h'}} + \sum \delta(K_h - K_{h'}) (k + K_h)^2$$

2 超导光子晶体的能带与温度的关系

热膨胀系数 α_V 与原子振动的简谐系数 η_0 、第一、二非谐系数 η_1 、 η_2 和温度 T 关系为^[12]

$$\alpha_V = \frac{3}{r_0} \left[\frac{3\eta_1 k_B T}{3\eta_2 k_B T - \eta_0^2} - \frac{9\eta_1 \eta_2 k_B^2 T}{(3\eta_2 k_B T - \eta_0^2)^2} \right] \tag{7}$$

设 $T=0$ K 时电子气密度为 $n_n(0)$, 可求得温度为 T 时电子气密度 $n_n(T) = n_n(0)/(1 + \alpha_V T)$, 从而温度为 T 时正常流体等离子振荡频率和伦敦透入深度 δ_L 分别为

$$\omega_p(T) = \left[\frac{4\pi n_n(0) e^2}{m(1 + \alpha_V T)} \right]^{1/2}$$

$$\delta_L(T) = \delta_L(0) \left[1 + \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{2k_B T}} e^{-\Delta(0)/k_B T} \right] \tag{8}$$

$\Delta(0)$ 和 $\delta_L(0)$ 分别是 $T=0$ K 时的超导能隙和伦敦透入深度, 它与 $n_n(0) = \frac{r N_0 Z}{m}$ 的关系为

$$\delta_L(0) = \left(\frac{m c^2}{4 p n_n(0) e^2} \right)$$

由此得到 $p = c/\delta_L(T)$ 为

$$p(T) = \frac{c}{\delta_L(0) \left[1 + \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{2k_B T}} e^{-\Delta(0)/k_B T} \right]} \tag{9}$$

将式(8)、(9)代入式(6), 等价于求如下方程的 ω

$$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \\ D & C & -B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

由 u_1, u_2, u_3 不全为零的条件, 其系数行列式满足

$$\begin{vmatrix} -\omega(k, T)/c & A & 0 \\ -\omega(k, T)/c & A & \\ D(T) & C(k, T) & -B - \omega(k, T)/c \end{vmatrix} = 0 \tag{10}$$

$$A = \sum \delta(K_h - K_{h'}), B = -\frac{i}{c} \gamma \sum \delta(K_h - K_{h'}) \cdot$$

$$D(T) = \frac{i\gamma}{c^3} \omega_p^2(T) M_{K_h K_{h'}} \tag{11}$$

$$C(k, T) = \frac{\omega_p^2(T)}{c^2} \sum M_{K_h K_{h'}} + \frac{P^2(T)}{c^2} \sum M_{K_h K_{h'}} + \sum \delta(K_h - K_{h'}) (k + K_h)^2$$

3 温度对 YBaCuO 超导光子晶体能带的影响

现以 YBaCuO 超导光子晶体为例, 探讨温度对光子能带的影响. 文献[9]给出它的临界温度 $T_c = 91$ K, 求得 $\Delta(0) = 10.5$ meV. 由文献[13]给出它的质量密度 ρ 和折合摩尔质量 μ 、化学价 Z 等数据求得 $n_n(0) = 9.347 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. 代入 $\Delta(0)$ 表示式求得 $\delta_L(0) = 272.5$ nm. 将所计算出的 $\Delta(0)$ 、 $\delta_L(0)$ 代入(8)得到 $T=80$ K 时 $\delta_L(T) = 370$ nm; 而 $T=10$ K 时, $\delta_L(T) = 180$ nm. 由 Y、Ba、Cu 等原子相互作用势的具体形式, 求出 $r_0 = 2.0806 \times 10^{-10}$ m, $\eta_0 = 1.3690 \times 10^2 \text{ J/m}^2$, $\eta_1 = 0.6220 \times 10^{12} \text{ J/m}^3$, $\eta_2 = 1.2767 \times 10^{22} \text{ J/m}^3$. 由式(7)求得 $\alpha_V = 0.22 \times 10^{-8} \text{ K}^{-1}$. 将 $n_n(0)$ 、 α_V 等数据代入式(8)求得不同温度下的 $\omega_p(T)$ 和 $P = c/\delta_L(T)$ (数据见表 1). 所讨论的二维光子晶体正格子如图 1(a), 文献[9]给出 $a = 150 \mu\text{m}$, 它的倒格子和第一布里渊区如图 1(b), 倒格基矢 $b_1 = 2\pi e_x/a$, $b_2 = 2\pi e_y/a$, 倒格矢 $K_n = h_1 b_1 + h_2 b_2$, 取 G 为原点 O (即 $K_h = 0$), 由式(11)对倒格点求和时, 取至近邻、次近邻求和. 又文献[11]给出 $\gamma = 1.84 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$, 将这些数据值代入求得的 A 、 B 、 C 、 D 等计算结果见表 1. 由(10)得到 YBaCuO 二维超导光子晶体的能带如图 2. 由能带曲线得到的第 1、第 2 禁带宽度 E_{g1} 、 E_{g2} 随温度的变化见图 3. 由图

表 1 不同温度下的 B 、 C 、 D 及 $\omega_p(T)$ 、 $p(t)$ 、 E_{g1} 、 E_{g2}

Table 1 The B, C, D and $\omega_p(T), p(t), E_{g1}, E_{g2}$, E_{g2} for different temperature

$T/$ K	$\omega_p/$ 10^{15} s^{-1}	$p/$ 10^{15} s^{-1}	$B/$ m^{-1}	$C/$ 10^{12} m^{-2}	$D/$ 10^2 m^{-3}	$E_{g1}/$ meV	$E_{g2}/$ meV
10	1.683 6	1.667 2	6.13	7.261 3	2.276 4	4.306	1.408
20	1.683 5	1.553 0	6.13	7.186 5	2.276 3	4.300	1.403
40	1.683 3	1.353 5	6.13	7.037 4	2.276 1	3.992	1.390
50	1.683 2	1.153 2	6.13	6.888 2	2.275 8	3.875	1.288
70	1.683 1	0.955 1	6.13	6.737 6	2.275 4	3.023	1.020
85	1.672 3	0.810 8	6.13	6.698 7	2.275 1	0.708	0.177

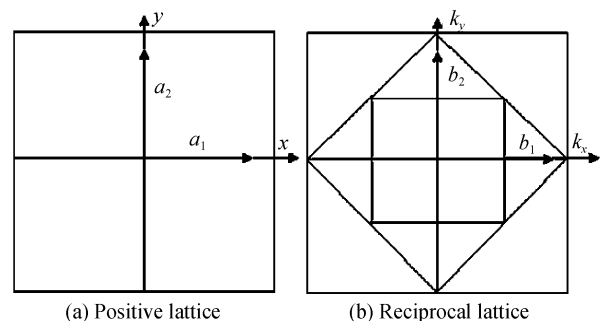


图 1 二维超导光子晶体的正格子和倒格子

Fig. 1 Positive lattice and reciprocal lattice of two-dimensional superconducting photonic crystals

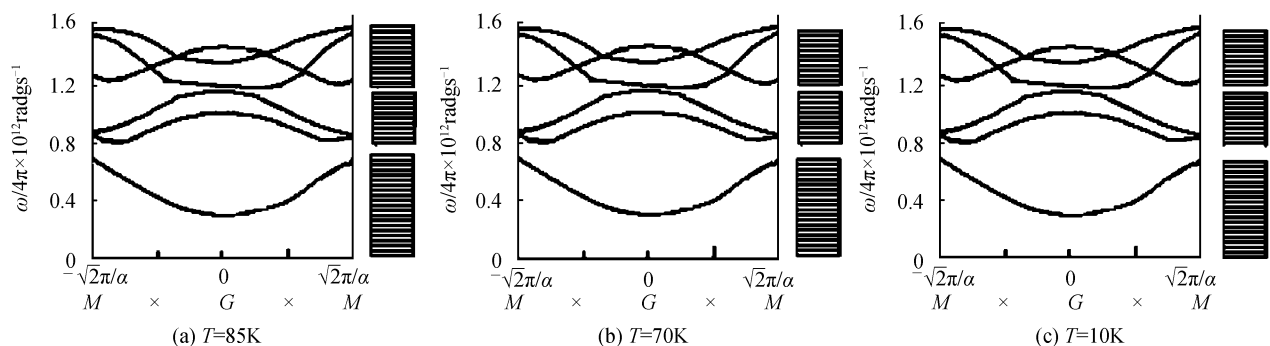


图2 超导光子晶体的能带

Fig. 2 The band structure of superconducting photonic crystal YBaCuO

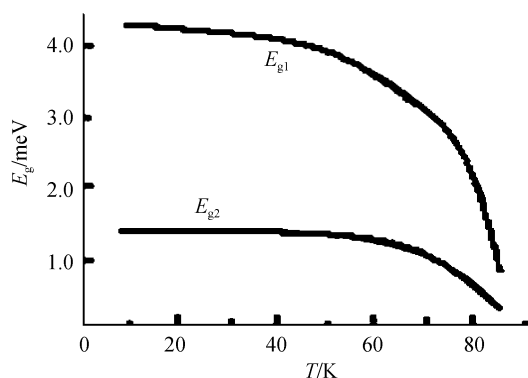


图3 超导光子晶体的禁带随温度的变化

Fig. 3 Variation of band gap of superconducting photonic crystal YBaCuO on temperature

3 看出:1)超导光子晶体禁带较宽,数量级为几个 meV,第1禁带宽度大于第2禁带宽度;2)禁带宽度随温度降低而增大,其中,接近临界温度时,禁带宽度随温度变化较块,而温度较低时,禁带宽度几乎不变;3)光子晶体的能带 $h\omega(k)$ 随波矢 k 的关系仍具有对波矢的反演对称性和周期性,即 $h\omega(-k) = h\omega(k)$, $h\omega(k+K_n) = h\omega(k)$,与晶体类似。

4 结论

建立了光子晶体的模型并得到其能带结构满足的关系式,计算 YBaCuO 超导光子晶体的能带结构。结果表明:它仍具有与晶体类似的能带结构,能带结构具体形式与介电函数、伦敦穿透深度和温度等有关,它具有波矢空间的反演对称性和周期性;有较宽(达 meV 数量级)的禁带(带隙),禁带宽度随温度升高而减小。

参考文献

- [1] LIU Qi-neng. The mode and defect mode of electromagnetic wave in rectangular doped photonic crystal[J]. *Acta Phys Sin*, 2010, **59**(4): 2551-2555.
刘启能. 矩形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷[J]. *物理学报*, 2010, **59**(4): 2551-2555.
- [2] DOU Jun-hong, SHENG Yan, ZHANG Dao-zhong. Temperature and wavelength tuning of second harmonic generation in a nonlinear photonic quasi-crystal[J]. *Acta Phys Sin*, 2009, **58**(7): 4685-4688.
窦军红,盛艳,张道中. 准晶非线性光子晶体中二次谐波波长

- 和温度调谐的研究[J]. *物理学报*, 2009, **58**(7): 4685-4688.
- [3] GUAN Chun-ying, YUAN Li-bo. The effects of magnetic permeability on photonic band gap structures in 2D hexagonal photonic crystals[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(10): 1808-1812.
关春颖,苑立波. 磁导率对二维蜂窝结构光子晶体带隙的影响[J]. *光子学报*, 2007, **36**(10): 1808-1812.
- [4] HAN Yu, XIE Kai. Theoretical investigation on photonic bandgap of 2D/3D nesting and pseudo 3D nesting complex-period photonic crystals[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1391-1395.
韩喻,谢凯. 二维三维混杂及准三维嵌套复式光子晶体带隙研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(7): 1391-1395.
- [5] LEPEKIN N N, SCHWEINSBERG A, PIREDDA G, *et al.* Enhanced nonlinear optical response of one-dimensional metal-dielectric photonic crystals[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**(12): 123902-123905.
- [6] WANG F Y, LI G X, TA H L, *et al.* Optical bistability and multistability in one-dimensional periodic metal-dielectric photonic crystal[J]. *Appl Phys Lett*, 2008, **92**(21): 211109-1-211109-3.
- [7] GOZU S I, UETA A, AKAHANE K, *et al.* Strong optical emissions from two-dimensional metal photonic crystals with semiconductor multiple quantum wells[J]. *J Appl Phys*, 2007, **101**(8): 086107-086112.
- [8] LOZOVIK Y E, EIDERMAN S L. Band structure of superconducting photonic crystals[J]. *Phys Phy Solid State*, 2008, **50**(11): 2024-2027.
- [9] LOZOVIK Y E, EIDERMAN S L, WILLANDER M. The two-dimensional superconducting photonic crystal[J]. *Laser Phys*, 2007, **17**(9): 1183-1186.
- [10] GUO Shuo-hong. *Electrodynamics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1984:22.
郭硕鸿. *电动力学* [M]. 北京:高等教育出版社, 1984:22.
- [11] LI Zheng-zhong. *Theory of solids* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002:207.
李正中. *固体理论* [M]. 北京:高等教育出版社, 2002:207.
- [12] LIU Chao, ZHOU Tie, ZHENG Rui-lun. The expansion coefficient and elastic modulus of crystal with Fcc structure [J]. *J Southwest China Norm Univ (Nat Sci)*, 2006, **31**(5): 83-87.
刘超,周铁,郑瑞伦. 面心立方晶体的膨胀系数和弹性模量 [J]. *西南师范大学学报(自然科学版)*, 2006, **31**(5): 83-87.
- [13] LI Zhen-huan. *Elements of the nature of manual* [M]. Shijiazhuang: Hebei People's Publishing House, 1985:30.
李震寰. *元素性质数据手册* [M]. 石家庄:河北人民出版社, 1985:30.

The Influence of Temperature on the Band Structures in Two-dimensional Superconducting Photonic Crystals

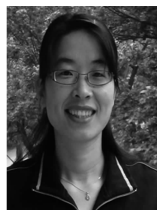
ZHANG Cui-ling¹, ZHENG Rui-lun², LIU Qi-neng¹, DAI Hong-xia¹

(1 *School of Computer Science and Information Engineering, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China*)

(2 *School Physics, Southwest China University, Chongqing 400715, China*)

Abstract: The physical model of two-dimensional superconducting photonic crystal is established. Taking atomic non-harmonic oscillation into account with the help of two-fluid model, the equation of photonic band structure is obtained using the method of plane wave expansion. Taking a superconducting photonic crystal YBaCuO as example, the influences of temperature on the photonic band structure are analyzed. The calculations show that the two-dimensional photonic crystals have the wider band gaps at the lower temperature, which narrows with the increases of temperature.

Key words: Superconducting photonic crystal; Temperature; Band structure; Two-fluid model; Non-harmonic oscillation



ZHANG Cui-ling was born in 1978. She is a lecturer with the M. S. degree at Chongqing Technology and Business University. Her research interests focus on the theoretical study of nano-materials, laser interaction with materials and photonic crystal.