**文章编号:**1004-4213(2010)10-1907-8

# 二维广义模糊熵图像阈值分割法\*

## 雷博,范九伦

(西安邮电学院 通信与信息工程学院,西安 710061)

摘 要:针对一维广义模糊熵不能有效处理含噪图像的分割问题,在二维灰度直方图上定义了图像 的二维隶属度函数,提出了二维广义模糊熵阈值分割法.该方法不仅考虑了图像的点灰度值,同时 考虑了图像像素的邻域平均灰度值,能更好地利用图像中的信息.为了提高二维广义模糊熵阈值法 的运行速度、解决参量选取问题,结合粒子群优化搜索方法,设计了嵌套式的优化过程.实验表明, 二维广义模糊熵阈值分割法对噪音图像有更好的适应性.

关键词:图像分割;广义模糊熵;二维直方图;二维隶属度函数

doi:10.3788/gzxb20103910.1907

## 0 引言

图像分割是图像分析、理解和计算机视觉中的 难点,在图像分割的诸多方法中,阈值化技术以其简 单、有效、便于理解受到人们的普遍欢迎<sup>[1-4]</sup>.图像中 的边缘是一个逐渐过渡的过程,且从三维物体到二 维图像的映射也具有不确定性,这些都说明了灰度 图像本身具有模糊性.因此,将模糊集合理论用于图 像分析是一种合理的选择<sup>[2-4]</sup>.模糊集理论是用来描 述和处理具有不确定性事物和现象的一种数学工 具,较经典集合论更接近人类的真实思维和决策.

模糊熵描述了一个模糊集的模糊性程度,基于 模糊熵的图像分割方法是一种常用的分割方法. 传 统的模糊熵使用 Zadeh<sup>[2]</sup>给出的模糊集上的标准 交、并和补运算. 其中补运算 c(x) = 1-x的显著特 点是其不动点位于 0.5 处,这使得模糊集 A = [0.5](即 $\forall x \in X, \mu_A(x) = 0.5$ )的模糊性最大. 这一特点 限制了其在很多实际工程中的应用<sup>[2-3]</sup>. Zenzo 等 人<sup>[2]</sup>对模糊熵进行了扩充,给出了广义模糊熵的一 种定义,使得对一个模糊集 A,可以在  $A = [m](m \in$ (0,1))时具有最大的模糊性. 但 Zenzo 等人给出的 广义模糊熵定义存在的问题是舍弃了补运算,不能 和传统的模糊熵表达式建立起自然的联系. 为此,文 [2-3]基于模糊熵的定义和广义补运算,重新给出更 为合理的广义模糊熵定义,并将其应用于图像分割.

广义模糊熵阈值法相比传统的模糊熵阈值法, 对于光照不均匀图像有更好的分割效果<sup>[2-3]</sup>.但是该 方法仅利用了图像的灰度信息,没有考虑图像的空 间信息,当图像含有噪音时,该方法的分割效果就会 受到较大的影响.为此,本文结合图像的二维直方 图,建立二维隶属度函数,将广义模糊熵阈值分割算 法推广到二维情形.由于广义模糊熵中含有参量,如 何确定该参量是广义模糊熵应用的关键问题.针对 该问题,我们结合图像质量评价指标,利用优化搜索 方法给出了一种自适应确定二维广义模糊熵阈值法的运行 速度,对模糊隶属度函数的参量组合也采用优化方 式进行搜索,从而设计了一个嵌套的优化过程.实验 结果表明,本文提出的二维广义模糊熵阈值分割法 对噪音图像有更好的适应性.

## 1 一维广义模糊熵阈值分割法

用  $X = \{x_1, x_2, \dots x_n\}$ 表示有限论域, X 上的所 有分明集之集记作 P(X), X 上的所有模糊集之集 记作 F(X). 对于  $A \in F(X), \mu_A(x)$ 表示 A 在点 x 处 的隶属度, A 的补集记作  $A^c$ , 即  $\forall x \in X, \mu_{A^c}(x) =$  $c(\mu_A(x))$ . 这里函数 c 为广义补函数, 使用最广泛的 补函数是 Zadeh<sup>[2-3]</sup>提出的基本补运算 c(x) = 1-x, 它的显著特点是 0.5 是唯一的不动点. 广义补运 算<sup>[6]</sup> c 具有唯一的不动点 m, 即 c(m) = m. 对于  $m \in$ (0,1)和以 m 为唯一不动点的补函数记作  $c_m$ .

实函数  $e_m$ :  $F(X) \rightarrow R^+$  叫广义模糊熵<sup>[2-3]</sup>, 如果  $e_m$  满足以下 4 条:

1)  $e_m(A) = 0$  当且仅当 $A \in P(X)$ ;

4)  $e(A^{c_m}) = e(A)$ .

2) *e<sub>m</sub>*(*A*)取最大值,当且仅当*A*=[*m*];

3) 若 A<sup>\*</sup> 是 A 的分明修改,则  $e_m(A^*) \leqslant e_m(A)$ .这里 A<sup>\*</sup> 满足:当  $\mu_A(x) \ge m$  时  $\mu_{A^*}(x) \ge \mu_A(x)$ ;当  $\mu_A(x) \leqslant m$  时  $\mu_{A^*}(x) \leqslant \mu_A(x)$ ;

<sup>\*</sup>陕西省教育厅专项科研计划项目(09JK721)资助

Tel:029-85383404 Email:leileibo@xupt.edu.cn

收稿日期:2009-10-15

修回日期:2010-04-21

注意到当 $m=0.5 \pm c_m(x)=1-x$ 时,上述的 定义即为模糊熵的表述.因此上述定义是传统模糊 熵定义的合理而自然的推广.

日本著名学者 Sugeno 曾给出一个补函数<sup>[2]</sup>

$$c_{\lambda}(x) = \frac{1-x}{1+\lambda x} \tag{1}$$

式中 $\lambda \in (-1, +\infty)$ ,当 $\lambda = 0$ 时,Sugeno 补变成基 本补运算 $c(x) = 1 - x \cdot c_{\lambda}(x)$ 的不动点为m =

 $\frac{\sqrt{1+\lambda}-1}{\lambda}$ .将其代入式(1)得到 Sugeno 补的另一 表达形式

$$c_m(x) = \frac{1-x}{1+(\frac{1-2m}{m^2})x}$$
(2)

把式(2)代入下面的广义模糊熵表达式,就得到了含 有参量 m 的广义模糊熵公式<sup>[2]</sup>

$$e_m(A) = 1 - \frac{D_p(A, A^{c_m})}{n^{1/p}}$$
(3)

这里, $p \ge 1, D_p$ 定义为 $\forall A, B \in F(X), D_p(A, A^{\epsilon_m}) =$ ( $\sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - \mu_{A^{\epsilon_m}}(x_i)|^p$ )<sup>1/p</sup>.

设  $Q = [q(x,y)]_{R_1 \times R_2}$ 表示大小为  $R_1 \times R_2$  的图 像, $G = \{0,1,\dots,L-1\}$ 表示所有灰度的集合. $q(x, y) \in G$  是坐标(x, y)处像素的灰度值, $\mu_Q(q(x, y))$ 表示(x, y)处像素在图像 Q 中具有某种特性的隶属 函数.目前,在模糊熵方法中,人们大多采用如下形 式的 S 型函数作为隶属度函数<sup>[2]</sup>

$$S(q;a,b,d) = \begin{cases} 0, & q \leq a \\ \frac{(q-a)^2}{(b-a)(d-a)}, & a \leq q \leq b \\ 1 - \frac{(q-d)^2}{(d-b)(d-a)}, & b \leq q \leq d \\ 1, & q \geq d \end{cases}$$
(4)

式中,q表示图像Q的灰度值,a,b,d是S型隶属函数的3个参量,b可以是a,d之间的任意一点.对于 灰度图像,a,b,d的变化范围为0《a<b<d《L-1.对于每一组参量(a,b,d,m),可以求得对应的图 像的广义模糊熵.图像的最佳分割阈值选取使得广 义模糊熵取最大值时对应的灰度值<sup>[2]</sup>,即

$$(a^*, b^*, d^*, m^*) = \operatorname{Arg} \max_{\substack{0 \le a \le b \le d \le L-1 \\ 0 \le m \le 1}} e_m(a, b, d, m)$$
 (5)

它的最优阈值选取在

$$T^* = t$$
, iff  $\mu_Q(t) = m^*$  (6)

获得图像分割阈值后,就可以按照以下的像素 归类方式,得到分割后图像 *f*(*x*,*y*)

$$f(x,y) = \begin{cases} b_0 & \text{if } q(x,y) \leqslant T^* \\ b_1 & \text{others} \end{cases}$$
(7)  
$$-\Re \mathfrak{h}, \mathfrak{h}, b_0 = 0, b_1 = 255.$$

## 2 二维广义模糊熵阈值分割法

#### 2.1 图像二维直方图

一维图像阈值分割方法常常对含噪图像的分割 效果较差,为此人们提出了在二维灰度直方图上进 行阈值选取<sup>[8-9]</sup>.对于一幅 $R_1 \times R_2$ 的数字图像,我 们用q(x,y)表示图像上坐标为(x,y)的像素点的灰 度值,g(x,y)表示图像上坐标为(x,y)的像素点的 K×K 邻域的平均灰度值,g(x,y)的定义如下

$$g(x,y) = \left[\frac{1}{K \times K} \sum_{i=-(K-1)/2}^{(K-1)/2} \sum_{j=-(K-1)/2}^{(K-1)/2} q(x+i,y+j)\right]$$
(8)

式中[]表示取整运算. K 为邻域宽度, 一般取奇数.

## 图像的二维灰度直方图定义如下

 $H_{2d} = \{r_{ij} \mid 0 \leq r_{ij} \leq R_1 R_2, i, j = 0, 1, \dots, L-1\}$  (9) 式中, $r_{ij}$ 表示(i, j)出现的次数,(i, j)表示(点灰度 值,邻域灰度均值),如图 1.图 1(a)是二维直方图投 影平面示意图,该图中 i 轴表示图像像元的灰度值, j 轴表示像元的邻域平均灰度值.图 1(b)是一幅实 际图像根据上述定义得到的二维直方图.





根据二维直方图的定义,假设在阈值(s,t)处将 图像分割成四个区域,如图 1(a)所示.其中,对角线 上的两个区域 1 和 2 分别对应于目标和背景,远离 对角线的区域 3 和 4 对应于边缘和噪音<sup>[5-6]</sup>.可以看 出,相比一维直方图,二维直方图考虑了图像的邻域 平均灰度值,利用了图像中更多的信息.

#### 2.2 二维隶属度函数

在二维直方图定义的基础上来构造二维隶属度 函数.设 $\mu_1(i) = S(i;a_1,b_1,d_1)$ 表示原图像中灰度 值 *i* 对目标类的隶属程度, $\mu_2(j) = S(j;a_2,b_2,d_2)$ 表 示邻域平均图像中平均灰度值 *j* 对目标类的隶属程 度,则二维隶属度定义为<sup>[6]</sup> $\mu(i,j) \triangleq \min{\{\mu_1(i), \mu_2(j)\}}$ .如图 2(b).图 2 分别绘出了本文中给出的 一维隶属度函数和二维隶属度函数的示意图形.可 以看出,一维隶属度函数仅计算灰度值隶属于目标 类的隶属程度,而二维隶属度函数同时考虑灰度值 和该点邻域平均灰度值隶属于目标类的隶属程度. 这样就更充分的利用了图像中的信息,增加了约束. 下面讨论在二维隶属度函数的基础上的广义模糊熵 分割准则.



Fig. 2 Hint of the membership function 如果模糊熵公式采用式(3),补函数选取式(1), 则二维广义模糊熵用下式计算

$$E_{m}(A) = 1 - \frac{D_{p}(A, A^{c_{m}})}{n^{1/p}}$$
(10)

式中

$$D_{p}(A, A^{c_{m}}) = (\sum_{i=1}^{R_{1}} \sum_{j=1}^{R_{2}} | \mu_{A}(i, j) - \mu_{A^{c_{m}}}(i, j) |^{p})^{1/p}.$$

与一维广义模糊熵类似,对于每一组参量(a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub>,d<sub>1</sub>,m<sub>1</sub>;a<sub>2</sub>,b<sub>2</sub>,d<sub>2</sub>,m<sub>2</sub>),可以求得对应的图像的二 维广义模糊熵.考虑到邻域平均图像和原图像的相 关性,为了减少运算复杂度,取  $(a_1, b_1, d_1, m_1) = (a_2, b_2, d_2, m_2)$ (11)

此时,图像分割问题就转化为寻找一组参量(a,b, d,m),使得对应的二维广义模糊熵 $E_m$ 最大.即 $(a^*,b^*,d^*,m^*)=$ Arg max  $E_m(a,b,d,m)$  (12)

 $\lim_{\substack{0 \le a \le b \le d \le L-1 \\ 0 \le m \le 1}} \lim_{\substack{m \le a \le b \le d \le L-1 \\ 0 \le m \le 1}} (12)$ 

最优阈值选取在

$$S^* = s$$
, iff  $\mu_1(s) = m$  (13)

 $T^* = t$ , iff  $\mu_2(t) = m$  (14)

最终的二值化图像为

$$f(x,y) = \begin{cases} b_0 & \text{if } q(x,y) \leqslant S^* \text{ and } g(x,y) \leqslant T^* \\ b_1 & \text{others} \end{cases}$$
(15)

#### 2.3 广义模糊熵中参量的确定

由上面的分析可知,二维广义模糊熵阈值分割 法的分割阈值与一组参量(*a*,*b*,*d*,*m*)相对应,如何 寻找一组合适的参量(*a*,*b*,*d*,*m*)使得二维广义模糊 熵最大是确定阈值的关键.对于灰度图像,参量*a*, *b*,*d* 的变化范围为 0 < *a* < *b* < *d* < *L* - 1,且 *a*,*b*,*d* 仅 取整数.这样,最简单的寻找合适*a*,*b*,*d* 的方法就是 穷举法.这种方法的缺点是运算量太大,其时间复杂 度为 O(L<sup>4</sup>).为了减少运算量,可以采用一些优化搜 索方法来提高算法的运行速度.

对于参量 m,其取值为(0,1)区间上的任意实 数,因此不能用穷举搜索的方法来寻找合适的参量 m. 如何合理选取参量 m 是使用二维广义模糊熵阈 值化法最为关键的一步,一个较好的思路是能够根 据具体图像自动的选取合适的参量.本文采用优化 的方式,用图像分割质量评价指标作为目标函数对 参量 m 在(0,1)区间上进行评价,找出最优的参量. 图像分割质量的量化评价方法分为有参考图像和无 参考图像的两大类[7].参考图像需要事先通过人工 分割得到,有很大的主观性.鉴于现实中面临的图像 分割问题是没有参考图像的,因此这里选择不需要 参考图像的评价指标来确定参量 m. 常用的不含参 考图像的质量评价指标有两个,均匀性测度和形状 测度[8]. 均匀性测度主要用来衡量分割后区域内的 一致性,分割后区域内的均匀性与该区域内的方差 成反比,分割后图像各个区域内的方差越小,则均匀 性测度越大,图像分割质量越好.形状测度是用来测 量目标的外轮廓的光滑程度的,对于一个好的分割 结果,目标的外轮廓应该是光滑的.由于均匀性测度 的计算简单且适应性较强,因此,本文选用均匀性测 度作为优化的适应度函数.

假设在阈值 S 处对图像进行阈值化,其均匀性 测度可用下式计算<sup>[8-9]</sup>

$$UM = 1 - \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{Cu} \tag{16}$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{(x,y) \in A_i} (f(x,y) - \mu_i)^2$$
(17)

$$\mu_i = \frac{\sum\limits_{(x,y)\in\mathbf{R}_i} f(x,y)}{B_i}$$
(18)

式中 $A_i$ 表示分割后的第i个区域(i=1,2), $B_i$ 表示 区域 $A_i$ 中像素的总个数,Cu是对UM进行归一化 的常量.对于参量m,最优的 $m^*$ 取在

$$m^* = \operatorname{Arg} \max_{\substack{0 < m < 1\\0 \le k \le L - 1}} UM(S(m))$$
(19)

本文对参量的选取采用以下思路:采用优化搜 索算法在参量空间搜索.搜索过程为嵌套的过程:一 是以二维广义模糊熵最大为准则在 L×L×L 空间 寻找合适的参量 a,b,d;二是以均匀性测度最大为 准则,在(0,1)区间寻找最佳的参量 m.

## 3 二维广义模糊熵阈值法的实现步骤

优化算法选用粒子群优化(Particle Swarm Optimization,简记 PSO)搜索方法,首先简单介绍 PSO 算法的基本原理.

#### 3.1 基本 PSO 算法

假设在一个 D 维的目标搜索空间中,有 N 个 粒子组成一个群落,其中第 *i* 个粒子表示为一个 D 维的向量  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}), i = 1, 2, \dots, N$ ,即第 *i* 个粒子在 D 维的搜索空间中的位置是  $x_i$ . 每个粒 子的位置就是一个潜在的解. 将  $x_i$  带入一个目标函 数就可以计算出其适应值,根据适应值的大小衡量  $x_i$  的优劣. 第 *i* 个粒子的"飞翔"速度也是一个 D 维 的向量,记为  $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}), i = 1, 2, \dots, N$ . 记第 *i* 个粒子迄今为止搜索到的最优位置为  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}), i = 1, 2, \dots, N$ ,整个粒子群迄今为 止搜索到的最优位置为  $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}), 基$ 本 PSO 采用下列公式对粒子操作<sup>[9-10]</sup>

$$v_{id} = wv_{id} + c_1 \operatorname{rand}() (p_{id} - x_{id}) + c_2 \operatorname{rand}() (p_{gd} - x_{id})$$

$$(20)$$

1000

 $x_{id} = x_{id} + v_{id}$ 

式中,w是非负数,称为惯性因子;学习因子 $c_1$ 和 $c_2$ 是非负常量;rand()是介于[0,1]之间的随机数. $v_d \in [-v_{max}, v_{max}], v_{max}$ 是常量,由用户设定.迭代中止条 件根据具体问题一般选为最大迭代次数或(和)粒子 群迄今为止搜索到的最优位置满足预定最小适应阈 值.基本 PSO 算法需要用户确定的参量少,且操作 简单,故使用比较方便.因此本文选择 PSO 优化搜 索方法来选取二维广义模糊熵阈值法中的参量.

#### 3.2 二维广义模糊熵阈值选取步骤

由于是嵌套搜索,所以算法中有两个粒子群,为 了方便说明,分别记为粒子群 m 和粒子群 S.具体 步骤如下. 首先对粒子群进行初始化,需要初始化的参量为:

1)粒子维数与粒子个数;对于粒子群 m 搜索空间的维数  $D_m = 1$ ;粒子的个数根据应用选取  $N_m =$  10 来进行搜索.对于粒子群 S,搜索空间的维数为  $D_s = 3$ ,粒子个数  $N_s = 20$ .

2)确定粒子的初始位置 X 及初始速度 V;

对于粒子群 m,由于每一个粒子代表一组参量, 第 i 个粒子的初始位置为  $x_{im}$ ,在(0,1)区间随机选 取粒子的初始位置,即  $x_{im}$  = rand(0,1).初始速度可 以从初始位置中得到,这里选  $v_{im}$  = rand(0,1).粒子 速度变化范围为( $-v_{1max}$ , $v_{1max}$ ),  $v_{1max}$ =0.15.

对于粒子群S,  $x_{is} = (x_{i1S}, x_{i2S}, x_{i3S})$ , 其中 $x_{ijs} = |$ rand(0,255) $|, x_{i1S} < x_{i2S} < x_{i3S}, j = 1, 2, 3. v_{iS} = (v_{i1S}, v_{i2S}, v_{i3S}), v_{ijs} =$ rand(-4,4), j = 1, 2, 3.粒子 速度变化范围为( $-v_{2max}, v_{2max}$ ),  $v_{2max} = 4.$ 

3)惯性因子 ω.

初始惯性因子选为 1.0,随着迭代次数的增加, 惯性因子线性的减小,第 *t* 次迭代中

 $w(t+1) = w_{max} - (w_{max} - w_{min}) * t/iter$  (21) 式中, $w_{max}$ 和  $w_{min}$ 分别为惯性因子的最大值和最小 值,一般取为: $w_{max} = 0.95$ , $w_{min} = 0.4$ , iter 为粒子群 的最大迭代次数.

然后按照下述流程,进行优化嵌套搜索.

(1) for  $t_1$  from 1 to iterm

- (2) for  $i_1$  from 1 to  $N_m$
- ③  $M = X_m(i1);$
- (4) for  $t_2$  from 1 to iterS
- (5) for  $i_2$  from 1 to  $N_s$
- (6)  $(a,b,d) = X_S(i2);$
- ⑦ 利用式(10)计算二维广义模糊熵,作为粒子
   群 S 中第 i2 个粒子的适应度;
- (8) end
- ③ 对于粒子群 S的每个粒子,将其适应值与所经 历过的最好位置的适应值进行比较,如果更 好,则将其作为粒子的个体历史最优值,用当 前位置更新个体历史最好位置;
- ⑩ 对于粒子群 S的每个粒子,比较它的适应值和 群体所经历的最好位置的适应值,如果更好更 新群体最好位置;
- ① 利用式(20)更新粒子群 S 中每个粒子的位置 和速度;
- $\textcircled{D} \qquad \text{end} \qquad$
- ③ 利用式(16)计算对应于 M 的均匀性测度作为粒
   子群 m 中第 i<sub>1</sub> 个粒子的适应值;
- (1) end
- ③ 对于粒子群 m 的每个粒子,将其适应值与所经历过的最好位置的适应值进行比较,如果更好,则将其

作为粒子的个体历史最优值,用当前位置更新个体 历史最好位置;

- ⑩ 对于粒子群 m 的每个粒子,比较它的适应值和群体 所经历的最好位置的适应值,如果更好,更新群体 最好位置;
- ① 利用式(20)更新粒子群 m 中每个粒子的位置和速度;

上述步骤中,iterm 和 iterS 分别对应于粒子群 m 和粒子群S 的最大迭代次数.经过上述优化搜索 后即可获得对应于具体图像的参量组合(a,b,d, m),m 对应的灰度即为图像分割阈值.

确定了最优的参量组合后,可根据式(4)求得最 佳的图像分割阈值.

#### 4 实验结果及分析

仿真实验是在 Matlab7 环境下,在 Intel Core 2.33GHz CPU 和 2G 内存微处理器上进行的.为了 验证本文方法的有效性,我们对各种不同类型的图 像分别进行了实验,实验表明,本文方法对于噪音图 像效果优于一维广义模糊熵方法.在本节所示实验 中,给出了三幅加了均值为 0,方差为 0.003 的高斯 噪音的不同类型的图像:mr\_slice 图像、zhuangjia 图像和 blood 图像,尺寸分别为 256×256,512×512 和 265×272.实验中采用一维模糊熵法(1DFE)<sup>[10]</sup>、 一维广义模糊熵(1DOGFE)<sup>[10]</sup>、以及本文给出的二 维广义模糊熵阈值法(2DGFE)进行实验比较.实验 结果如图 3~图 5.不失一般性,实验中邻域平均宽 度 K=3.表1列出了这三种方法的参量取值和分割 阈值.

图 3 给出了三种方法对含噪 mr\_slice 图像的分 割结果.由图 3 可以看出,一维方法对噪音图像的分 割效果不好,在图 3(d),(e)中仍含有大量的噪音, 不能有效地将目标与背景区分.二维方法的分割效 果优于一维方法,图 3(f)中背景上的噪音几乎完全 消除.这是由于二维方法考虑了像素邻域内的灰度 信息,相当于分割的同时进行邻域平滑滤波,因此, 2DGFE 方法对于含有高斯噪音的图像有较好的分 割效果.



	mr_slice image		zhuangjia image		blood image	
	(a,b,d;m)	threshold	(a,b,d;m)	threshold	(a,b,d;m)	threshold
1DFE	(1,21,41;0.5)	21	(26,127,228;0.5)	127	(1,129,256;0.5)	129
1DOGFE	(1,40,255;0.013)	12	(91,254,255;0.07)	134	(1,2,211;0.86)	133
2DGFE	(1,137,204;0.128)	(60,60)	(24,189,253;0.17)	(104,104)	(73,140,143;0.36)	(114,114)



图 5 blood 图像分割结果 Fig. 5 Segmentation results of blood

图 4 是对 zhuangjia 图像的分割结果,该图像的 背景比较复杂,由图 4(d)和图 4(e)可以看出,一维 方法分割结果不好,分割图像背景中含有大量的噪 音,分割后图像目标与背景也不能有效的区分.由图 4(f)可以看出,二维方法分割效果最佳,将装甲车与 背景有效区分.

图 5 是对 blood 图像的分割结果. 与前两幅类 似,一维方法不能有效去除背景中的噪音,将目标与

背景区分(图 5(d), (e)). 二维方法对高斯噪音的去 除效果较好,可以有效地提取图像中的目标(图 5 (f)).

表1列出了三种方法对上述三幅图像的分割阈 值以及参量的取值.对照三幅图像的直方图可以看 出,二维方法可以排除噪音的干扰,更准确地找到图 像的最佳阈值.此外,从上述的三幅图像的分割效果 可以看出,尽管对于光照不均匀图像,一维广义模糊 熵阈值法比一维模糊熵阈值法有更好的分割效果, 但对于含噪图像,一维广义模糊熵在适应噪音环境 方面稍劣于一维模糊熵,这有其合理的成分.因为参 量 *m*=0.5 是一种折衷的考虑,从分类的角度看,噪 音越大,这种折中的效果越明显.相比而言,*m*≠0.5 能更适应于目标和背景不均衡时的情形,要强化该 方法对噪音的抑制,在二维直方图上使用该方法是 必要的,实验充分显示二维广义模糊熵阈值法能够 适应噪音环境下的分割问题.

为了定量比较几种算法分割效果的优劣,实验 中采用分类错误(Misclassification error, ME)<sup>[11]</sup> 来评价算法的优劣.分类错误的计算公式如下

$$ME = 1 - \frac{|B_0 \cap B_{\rm T}| + |F_0 \cap F_{\rm T}|}{|B_0| + |F_0|}$$
(22)

式中,B<sub>0</sub>和 F<sub>0</sub>分别表示原图像中的目标和背景区域(即,理想分割时对应的目标和背景区域),B<sub>T</sub>和 F<sub>T</sub>分别表示分割后图像中的目标和背景区域.分类错误 ME 的取值范围为[0,1]. ME 取值越小,表明分割错误越小,分割后图像的效果越接近理想分割.表 2 给出了文中几种算法对实验中几幅图像分割后的分类错误.

由表2给出的三种算法的分类错误可以看出, 二维方法对噪音图像的分割效果优于一维方法,分 割后图像接近于理想分割图像.

#### 表 2 三种算法的分类错误比较 Table 2 Comparision with the *ME* of the three thresholding methods

	mr_slice image	zhuangjia image	blood image
1DFE	0.279	0.207	0.017
1DOGFE	0.448	0.335	0.031
2DGFE	0.01	0.001	0.001

#### 5 结论

本文针对一维广义模糊熵阈值法抗噪能力差的 问题,基于图像的二维直方图,提出了二维广义模糊 熵阈值法.该方法不仅考虑图像的点灰度信息,同时 考虑了像素点周围邻域内的平均灰度信息,所以对 于高斯噪音有较好的去除效果.同时,为了选取广义 模糊熵阈值法中的参量 *m*,以图像质量评价指标为 目标函数,结合 PSO 优化搜索算法在(0,1)区间进 行了优化搜索.实验表明,二维广义模糊熵阈值法对 于噪音图像有较好的分割效果,是一种有效的图像 阈值化方法.

本文采用 PSO 优化方法来解决参量的寻优,但

可以看到的是,一维广义模糊熵阈值法的时间复杂 度为 $O(\text{Iters} \times Ns \times \text{Iterm} \times Nm \times L)$ ,二维广义模 糊熵阈值法的时间复杂度为 $O(\text{Iters} \times Ns \times \text{Iterm} \times Nm \times L^2)$ .这两种方法的耗时都较长,因此下一步 的工作是需要考虑如何进一步有效提高该类算法的 实时性.

#### 参考文献

- WANG Shi-tong, CHUNG Fu-lai, XIONG Fu-song, A novel image thresholding method based on Parzen window estimate
   [J]. Pattern Recognition, 2008, 41(1): 117-129.
- [2] FAN Jiu-lun, ZHAO Feng. A generalized fuzzy entropy thresholding segmentation method based on the Sugeno complement operator [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(8): 1865-1868.
  范九伦,赵凤. 基于 Sugeno 补的广义模糊熵阈值分割方法[J]. 电子与信息学报,2008,30(8): 1865-1868.
- [3] FAN Jiu-lun, ZHAO Feng. A generalized fuzzy entropy-based image segmentation method [C]. Proceedings of the 2007 International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering. China: Chengdu, 2007, 427-431.
- [4] WANG Bao-ping, FAN Jiu-lun, XIE Wei-xin, et al. An image segmentation method based on cost function and fuzzy entropy
  [J]. Acta Photonica Sinica, 2003, 32(12): 1502-1505.
  王保平,范九伦,谢维信,等.一种基于代价函数和模糊熵的图像分割方法[J].光子学报,2003, 32(12):1502-1505.
- [5] LEI Bo, Fan Jiu-lun. Two-dimensional cross-entropy thresholding segmentation method for gray-level images[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(6): 1572-1576.
  雷博,范九伦. 灰度图像的二维交叉熵阈值分割法[J]. 光子学报,2009, 38(6):1572-1576.
- [6] CHENG H D, CHEN Y H, JIANG X H. Thresholding using two-dimensional histogram and fuzzy entropy principle [J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2000, 9(4): 732-735.
- [7] HOU Ge-xian, BI Du-yan, WU Cheng-ke. Researches on evaluation methods for image segmentation[J]. Journal of Image and Graphics, 2000, 5(1): 39-43. 侯格贤,毕笃彦,吴成柯. 图象分割质量评价方法研究[J]. 中国图象图形学报,2000,5(1): 39-43.
- [8] ZHANG Hui, FRITTS J E, GOLDMAN S A. Image segmentation evaluation: A survey of unsupervised methods
   [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2008, 110 (2): 260-280.
- [9] LEI Bo, FAN Jiu-lun. Self-adaptation preferences in onedimensional renyi entropy thresholding [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(9): 2439-2443.
  雷博,范九伦.一维 Renyi 嫡阈值法中参量的自适应选取[J]. 光子学报,2009, 38(9): 2439-2443.
- [10] LEI Bo, FAN Jiu-lun. Parameter selection of generalized fuzzy entropy-based thresholding segmentation method with particle swarm optimization [C]. 2008 fourth international conference on intelligent information hiding and multimedia signal processing, 2008, 8(15-17): 901-904.
- [11] SEZGIN M, SANKUR B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2004, 13(1): 146-165.

## Image Thresholding Method Based on Two-dimensional Generalized Fuzzy Entropy

LEI Bo, FAN Jiu-lun

(School of Communications and Information Engineering, Xi'an Institute of Post and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

**Abstract**: Aiming at the problem that one-dimensional generalized fuzzy entropy thresholding failed to segment the noised image, a two-dimensional membership function on the two-dimensional histogram is defined and a two-dimensional generalized fuzzy entropy thresholding method is presented. The proposed method segments an image with the pixel intensity and with the pixel's local average gray value, which considered more image information. In order to improve the speed and select suitable parameter, a nesting optimal searching process is designed with particle swarm optimization for two-dimensional generalized fuzzy entropy thresholding algorithm. Experiment results show that two-dimensional generalized fuzzy entropy thresholding method has good adaptability with noised images.

**Key words**: Image segmentation; Generalized fuzzy entropy; Two-dimensional histogram; Two-dimensional membership function



**LEI Bo** was born in 1981. Now she is a Ph. D candidate at Xidian University. Her research interests focus on pattern recognition, image processing and fuzzy system.



**FAN Jiu-lun** was born in 1964. Now he works as a professor and Doctoral Supervisor, and his research interests focus on pattern recognition, image processing and fuzzy theory and system.