

文章编号:1004-4213(2010)10-1840-4

微小孔非傍轴衍射光束传输特性的研究*

牛国鉴, 邓小玖[†], 刘彩霞, 李国祥

(合肥工业大学 物理系, 合肥 230009)

摘要:基于非傍轴标量光束横截面上光强的精确定义,对桶中功率和二阶矩定义的光束束宽、远场发散角和 M^2 因子等进行了比较研究.以平面波的微小圆孔衍射光束为例,进行了详细的数值计算.结果表明,桶中功率定义的光束束宽、远场发散角和 M^2 因子较二阶矩定义的小,两种定义的 M^2 因子都随束腰趋于零而趋向于零,桶中功率定义的光束束宽的传播规律与双曲线存在一定偏差.

关键词:非傍轴标量光束;二阶矩;桶中功率;传输特性

中图分类号:O463.1

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103910.1840

0 引言

基于传统光强二阶矩定义的傍轴标量光束的质量因子 M^2 是表征光束质量的重要参量,满足 $M^2 \geq 1$ ^[1-3],其中基模高斯光束的 M^2 因子等于 1,具有最好的光束质量.然而,传统光强定义下的二阶矩理论只适用于傍轴标量光束,对于束腰为波长量级,发散角很大的非傍轴标量衍射光束,存在严重的积分发散问题,而必须通过定义功率密度 J_z (又称精确光强)来描述光束横截面上的光强分布及其能量传输特性^[4-6]. Porras 在文献[7]中指出,非傍轴标量光束功率密度的二阶矩在自由空间中的传播满足双曲线规律, M^2 因子可以小于 1,其物理意义还有待于进一步的研究.另一方面,在实际工作中,桶中功率 (Power In the Bucket, PIB) 常被用来描述激光束的能量集中度及其能量传输特性^[8-11]. 本文以平面波的微小圆孔衍射为例,对光强二阶矩和桶中功率定义下的非傍轴标量光束的束宽、远场发散角以及 M^2 因子等进行了详细的数值计算和比较分析,得到了一些新的结论,对非傍轴光束的表征参量及其传输特性的研究具有一定的参考价值.

1 非傍轴标量光束两种束宽的定义

1.1 精确光强二阶矩定义下的非傍轴标量光束的束宽

非傍轴标量光束横截面上的光强可精确表示为^[4, 11-14]

$$J_z = \text{Re} \left(\frac{1}{ik} U^* (\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial z} U(\mathbf{r}) \right) \quad (1)$$

式中 $k=2\pi/\lambda$ 为波数.为方便起见,设光束具有轴对称性,则基于精确光强二阶矩定义下的非傍轴标量光束的束宽可表示为^[12-13]

$$W^2(z) = \frac{2}{P(z)} \iint_{-\infty}^{\infty} J_z(x, y, z) (x^2 + y^2) dx dy \quad (2)$$

式中

$$P(z) = \iint_{-\infty}^{\infty} J_z(x, y, z) dx dy \quad (3)$$

为 z 处横截面上非傍轴标量光束的总功率.

由角谱衍射理论,真空中传播的单体标量光场可表示为

$$U(x, y, z) = \int \int_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y, z) \cdot \exp[i2\pi(xf_x + yf_y)] df_x df_y \quad (4)$$

式中

$$A(f_x, f_y, z) = A_0(f_x, f_y) \cdot \exp(ikz \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2}) \quad (5)$$

$$A_0(f_x, f_y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \exp[-i2\pi(xf_x + yf_y)] dx dy \quad (6)$$

将式(1)、(4)、(5)、(6)代入式(3),得

$$P(z) = \iint_{f_x^2 + f_y^2 \leq 1/\lambda^2} \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2} \cdot |A_0(f_x, f_y)|^2 df_x df_y \quad (7)$$

由式(7)可见,光束横截面上的总功率与 z 无关,这正是能量守恒的表现.设光束束腰位于 z 轴的坐标原点,由文献[12-13]得

$$W^2(z) = W^2(0) + z^2 \tan^2 \theta \quad (8)$$

式中

$$W^2(0) = \frac{1}{\pi P(z)} \text{Re} \left[\int_0^{\infty} \frac{\partial(A_0(f_\rho)\gamma)}{\partial f_\rho} \right]$$

* 国家自然科学基金(50776084)和火灾科学国家重点实验室开放课题(HZ2009-KF08)资助

[†] Tel:0551-2902262 Email:dengxjxls@sina.com

收稿日期:2010-01-07 修回日期:2010-02-16

$$\left. \frac{\partial(A_0^*(f_\rho))}{\partial f_\rho} f_\rho df_\rho \right] \quad (9)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{4\pi\lambda^2}{P(z)} \int_0^{1/\lambda} |A_0(f_\rho)|^2 \frac{f_\rho^3}{\gamma} df_\rho \quad (10)$$

式中 $f_\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$, $\gamma = \sqrt{1 - \lambda^2 f_\rho^2}$, $W(0)$ 和 $\tan \theta$ 分别表示光束的束腰和远场发散角. 非傍轴标量光束的质量因子 M^2 定义为^[4, 12, 14]

$$M^2 = \pi W(0) \tan \theta / \lambda \quad (11)$$

1.2 非傍轴标量光束的桶中功率及其束宽的定义

类似于文献[10]关于傍轴标量光束桶中功率的定义,轴对称非傍轴标量光束横截面上半径为 $W(z)$ 的光斑内光束的桶中功率可定义为

$$PIB = \frac{\int_0^{2\pi W(z)} \int_0^{2\pi W(z)} J_z(\rho, \theta, z) \rho d\rho d\theta}{\int_0^{2\pi\infty} \int_0^{2\pi\infty} J_z(\rho, \theta, z) \rho d\rho d\theta} \quad (12)$$

式中 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, 即光束的桶中功率为光斑内光束功率与光束总功率的比. 当 PIB 为给定值时, $W(z)$ 即为 z 处由桶中功率定义的光束束宽. 通常 PIB 取 63%, 86.5% 等值, 本文 PIB 取 86.5%. 根据光束束宽的定义, 可相应地求得光束的束腰和远场发散角

$$W(0) = \min W(z) \quad (13)$$

$$\tan \theta = \lim_{z \rightarrow \infty} W(z) / z \quad (14)$$

类似式(11), 可相应地定义基于桶中功率的光束质量因子.

2 平面波圆孔衍射光束的传输特性

单色平面波垂直照射到带有圆孔的无限大不透明平板上, 设圆孔半径为 ρ_0 , 圆心在坐标原点, $z > 0$ 为衍射区. 采用第一类瑞利-索莫菲边界条件近似, 可取

$$U(x_1, y_1, 0) = \begin{cases} 1 & x_1^2 + y_1^2 \leq \rho_0^2 \\ 0 & x_1^2 + y_1^2 > \rho_0^2 \end{cases} \quad (15)$$

将式(15)代入式(4)、(5)、(6), 可求得

$$A_0(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-i2\pi(xf_x + yf_y)] \cdot U(x, y, 0) dx dy = \rho_0 J_1(2\pi\rho_0 f_\rho) / f_\rho \quad (16)$$

$$U(x, y, z) = \iint_0^{1/\lambda} 2\pi\rho_0 J_1(2\pi\rho_0 f_\rho) J_0(2\pi\rho f_\rho) \cdot \exp(izk \sqrt{1 - \lambda^2 f_\rho^2}) df_\rho \quad (17)$$

式中 $J_0(\cdot)$ 、 $J_1(\cdot)$ 分别为第一类零阶和一阶贝塞尔函数.

将式(16)代入式(8)~(10), 可求得基于精确光强二阶矩定义的非傍轴标量光束的束腰、远场发散角以及 M^2 因子随衍射孔径 ρ_0 的变化, 数值计算如图 1~3 中实线所示. 将式(17)代入式(12), 并令桶

中功率 $PIB=0.865$, 由式(13)、(14)经数值计算可求得基于精确光强桶中功率定义的非傍轴标量光束的束腰、远场发散角以及 M^2 因子随衍射孔径 ρ_0 的变化, 如图 1~3 中虚线所示.

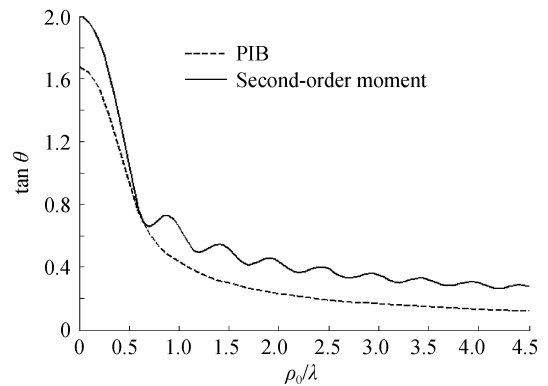


图 1 远场发散角随孔径 ρ_0/λ 的变化关系
Fig. 1 Far-field divergence angles versus aperture ρ_0/λ

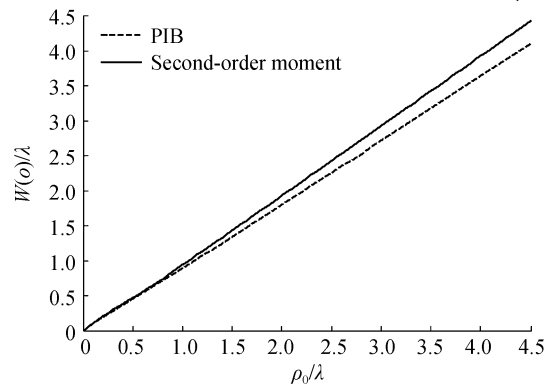


图 2 束腰随孔径 ρ_0/λ 的变化关系
Fig. 2 Beam waists versus aperture ρ_0/λ

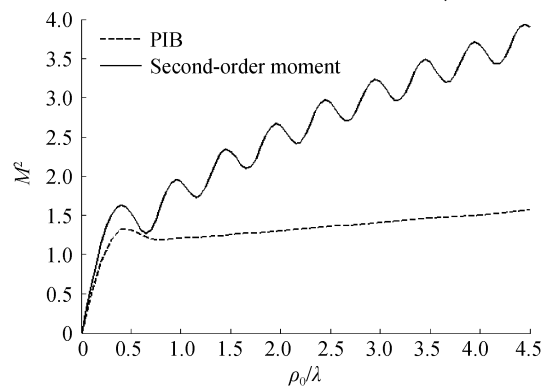


图 3 M^2 因子随孔径 ρ_0/λ 的变化关系
Fig. 3 M^2 factors versus aperture ρ_0/λ

由图 1、图 3 可知, 由二阶矩定义的远场发散角和 M^2 因子随衍射孔径 ρ_0 的变化存在明显的波动. 由式(10)可知, 远场发散角正切的平方为一收敛的广义积分, 积分值的大小敏感地依赖于 $J_1(2\pi\rho_0 f_\rho)$ 在 $f_\rho = 1/\lambda$ 时的取值. 定性分析可知, 当衍射孔孔径 ρ_0 满足 $J_1(2\pi\rho_0/\lambda) = 0$ 时, 广义积分(发散角)便可在孔径 ρ_0 附近取得极小值. 二阶矩定义的远场发散角和 M^2 因子随衍射孔径 ρ_0 的波动变化本质上是

由圆孔夫琅和费衍射明暗条纹的周期变化决定的。由桶中功率定义的远场发散角是单调递减的,且比二阶矩定义的远场发散角要小;由图2可知,由桶中功率、二阶矩定义的光束束腰随衍射孔径的变化都近似为直线,桶中功率定义的束腰比二阶矩定义的束腰小;由桶中功率定义的 M^2 因子小于二阶矩定义的 M^2 因子,且都随束腰 $W(0)$ 趋于零而趋向于零。

取衍射孔径 $\rho_0=0.5\lambda, 5\lambda$,由二阶矩和桶中功率定义的光束束宽随传播距离 z 的变化规律如图4,基于桶中功率定义的非傍轴标量光束的束宽,其传播规律与双曲线存在一定偏差,相应的远场发散角比光强二阶矩定义的小。

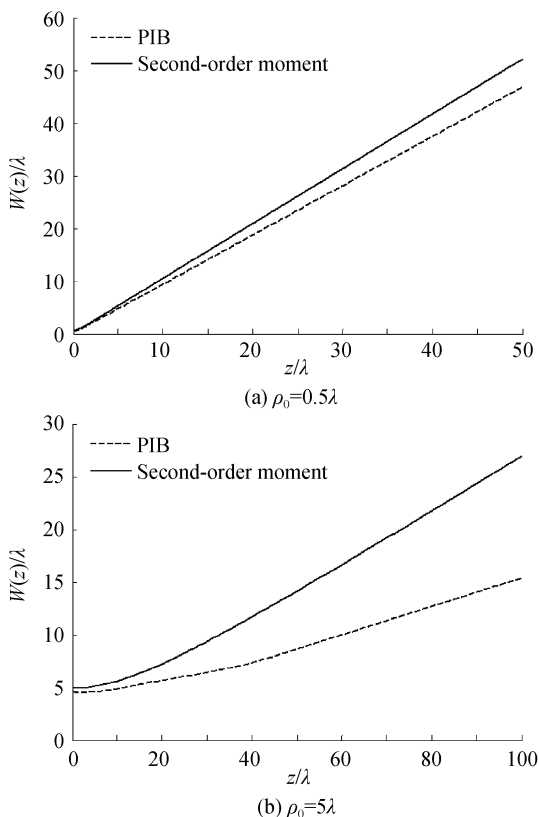


图4 束宽随传输距离 z/λ 的变化
Fig. 4 Beam widths versus z/λ

3 结论

以平面波圆孔衍射为例,对非傍轴标量光束两种定义的束腰、远场发散角和 M^2 因子等进行了数值计算和比较分析。结果表明,基于桶中功率定义的光束束腰、远场发散角和 M^2 因子比二阶矩定义的相应参量要小,由二阶矩和桶中功率定义的 M^2 因子都可以小于1,并随光束束腰 $W(0)$ 趋于零而趋于零,桶中功率定义的光束束宽的传播规律与双曲线存在一定偏差,本文的结论对非傍轴光束的表征参量及其传输特性的研究都具有一定的参考价值。

参考文献

- [1] GAO C, WEBER H. The problems with M^2 [J]. *Optics and Laser Technology*, 2000, **32**(4): 221-224.
- [2] LÜ Bai-da, JI Xiao-ling, LUO Shi-rong, et al. Parametric characterization of laser beams and beam quality[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2004, **33**(1): 14-17.
吕百达,季小玲,罗时荣,等.激光的参量描述和光束质量[J].*红外与激光工程*,2004, **33**(1): 14-17.
- [3] ZHAO Bao-yin, LÜ Bai-da. Propagation of flattened beams through an astigmatic lens and changes in their beam parameters[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8): 1670-1674.
赵保银,吕百达.平顶光束通过像散透镜的传输和光束参量的变化[J].*光子学报*,2008,**37**(8):1670-1674.
- [4] KANG X P, LÜ B D. The M^2 factor of nonparaxial Hermite-Gaussian beams and related problems[J]. *Optik*, 2005, **116**(5): 232-236
- [5] DENG Xiao-jiu, LIU Cai-xia, WANG Fei, et al. Light intensity of nonparaxial diffracted beams at transverse plane and its energy transmission[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(10): 2058-2062.
邓小玖,刘彩霞,王飞,等.非傍轴衍射光束横截面上的光强及其能量传输[J].*光子学报*,2008, **37**(10):2058-2062.
- [6] CAO Qing, DENG Xi-ming, GUO Hong. Accurate expression of light intensity at transverse plane[J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(7): 897-902.
曹清,邓锡铭,郭弘.横截面上光强的精确表述[J].*光学学报*, 1996, **16**(7): 897-902.
- [7] PORRAS M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. *Optik*, 1999, **110**(9): 417-420.
- [8] ZHU Li-hua, NIE Yi-you, LÜ Bai-da. A comparative study of the M^2 factor of truncated flattened Gaussian beams. [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(3): 536-538.
朱莉华,聂义友,吕百达.截断平顶高斯光束 M^2 因子的比较研究[J].*光子学报*,2007,**36**(3): 536-538.
- [9] KANG Xiao-ping, HE Zhong, LÜ Bai-da. The beam quality of vectorial nonparaxial Hermite-Laguerre-Gaussian beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4569-4574.
康小平,何仲,吕百达.矢量非傍轴厄米-拉盖尔-高斯光束的光束质量[J].*物理学报*,2006, **55**(9): 4569-4574.
- [10] ZHU Li-hua, NIE Yi-you, LÜ Bai-da. The concept of the beam width and comparison of its different definitions[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(10): 1476-1479.
朱莉华,聂义友,吕百达.光束束宽概念和不同定义束宽的比较[J].*光子学报*,2005, **34**(10): 1476-1479.
- [11] WANG Dong, DENG Xiao-jiu, LIU Guo-hong, et al. Energy transmission characteristics of nonparaxial scalar diffraction beam [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2009, **26**(2): 134-137.
王东,邓小玖,刘果红,等.非傍轴标量衍射光束的能量传输特性[J].*量子电子学报*,2009, **26**(2): 134-137.
- [12] DENG Xiao-jiu, HU Ji-gang, LIU Cai-xia, et al. Study of the beam quality factor[J]. *Journal of Hefei University of Technology (Nature Science)*, 2002, **25**(6): 1187-1190.
邓小玖,胡继刚,刘彩霞,等.光束质量因子的研究[J].*合肥工业大学学报(自然科学版)*,2002,**25**(6): 1187-1190.
- [13] DENG Xiao-jiu, CHU De-lin, HU Ji-gang, et al. Study of the quality factor of Gaussian beam[J]. *Journal of Hefei University of Technology (Nature Science)*, 2003, **26**(4): 501-504.
邓小玖,储德林,胡继刚,等.高斯光束质量因子的研究[J].*合肥工业大学学报(自然科学版)*,2003,**26**(4): 501-504.

- [14] ZHOU Guo-quan, ZHAO Dao-mu, WANG Shao-min.
Propagation characteristics of planar wave diffracted by small
circular aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7):

874-876.

周国泉,赵道木,王绍民.平面波经微小圆孔衍射的传输特性
[J]. *光子学报*, 2002, **31**(7): 874-876.

Propagation Characteristics of Nonparaxial Scalar Beams Diffracted by a Small Aperture

NIU Guo-jian, DENG Xiao-jiu, LIU Cai-xia, LI Guo-xiang

(*Department of Physics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China*)

Abstract: Based on the accurate definition of light intensity of nonparaxial scalar beams at the transverse plane, a comparative study of the beam widths, far-field divergence angles and M^2 factors defined by the power in the bucket and second-order moment is made. Taking the nonparaxial diffraction of a small circular aperture as an example, the detailed numerical calculation is performed. The results show that the beam width, far-field divergence angle and M^2 factor defined by the power in the bucket are less than that defined by the second-order moment. Both M^2 factors tend to zero as beam waist vanishes, the propagation of beam width defined by the power in the bucket is different from the hyperbolic law.

Key words: Nonparaxial scalar beam; Second-order moment; Power in the bucket (PIB); Propagation characteristics



NIU Guo-jian was born in 1985. He is pursuing the M. S. degree at Department of Physics, Hefei University of Technology. His major research interests focus on diffraction optics and the propagation and transformation of laser beams.



DENG Xiao-jiu was born in 1960. He is a professor at Department of Physics, Hefei University of Technology. His major research interests focus on diffraction optics, beam transformation and the basic theory of quantum mechanics.