

文章编号:1004-4213(2010)01-0135-4

单负材料界面处反射相位特性研究*

张亚军, 林超, 韩鹏[†]

(华南师范大学 物理与电信工程学院, 广州 510006)

摘要:根据 Maxwell 电磁场理论, 推导出线偏振单色平面波的普适菲涅尔表达式, 得到特异材料反射相移计算公式. 利用反射相移公式研究了线偏振单色平面波从空气入射到单负材料($\epsilon < 0$ 或 $\mu < 0$) 时分界面处反射相位的特性. 结果表明单负材料界面处反射相位连续变化, 与传统材料全反射的相位变化特点相似.

关键词:普适菲涅尔公式; 单负材料; 反射相位

中图分类号: O441

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20103901.0135

0 引言

特异材料一般指的是自然界中不存在的、具有奇异电磁特性的人工合成材料, 主要包括负折射率材料(ϵ 和 μ 同时为负)、单负材料(ϵ 、 μ 有一个为负) 等人工合成材料. 1967 年, 前苏联物理学家 Veselago 首先提出了负折射率材料^[1]的概念, 他指出当介质同时满足 $\epsilon < 0$ 和 $\mu < 0$ 且不考虑能量损失时, Maxwell 方程有波动解, 在这种介质里电磁波呈现出一些奇异的特性. 如波传播的电矢量、磁矢量和波矢量三者满足左手定则、反多普勒效应、负光压和负折射率等特性. 由于自然界中并没有发现负折射率材料, 所以对负折射率材料的研究陷入了停滞. 1996 年至 1999 年, 英国皇家学院院士 Pendry 等人相继提出了用金属阵列和开口金属谐振环(SRR)可以在微波波段产生负等效介电常量和负等效磁导率^[2]. 2000 年, Smith 等人将金属丝板和 SRR 板有规律地排列在一起, 首次人工合成了具有负折射率的左手材料, 并观测到微波在空气和左手材料界面上出现负折射率现象, 证明了人工合成负折射率材料介质是可行的^[3]. 从此, 特异材料成为了国内外研究的热点.

近年来, 对负折射率材料^[4-8]和单负材料^[9-12]的透射率、反射率和振幅研究的比较深入. 而作为表征光波的重要参量, 特异材料的透射或反射相位的研究却很少有文献报道. 本文根据 Maxwell 的电磁场理论, 推导线偏振单色平面波的普适菲涅尔表达式.

使菲涅尔公式同样适用于单负材料, 并利用普适菲涅尔公式研究了光从空气入射到单负材料时其分界面反射相位的特性. 研究表明单负材料界面处反射相位特性具有与传统材料全内反射相似的特点.

1 普适菲涅尔公式

由 Maxwell 电磁场理论, 在无损耗、各向同性、均匀的介质中单色波的亥姆霍兹方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \nabla^2 \mathbf{B} + k^2 \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

式中

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \omega \mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2,$$

式中真空中光速 $c = \sqrt{1/\epsilon_0 \mu_0}$. n 代表折射率, 对于所有介质 $n = \sqrt{\epsilon_r} \cdot \sqrt{\mu_r}$.

亥姆霍兹方程的平面单色光的解为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, t) &= \mathbf{E}_0 e^{i(k \cdot x - \omega t)} \\ \mathbf{H}(x, t) &= \mathbf{H}_0 e^{i(k \cdot x - \omega t)} \end{aligned} \quad (2)$$

而

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \times \mathbf{E} &= \omega \mu \mathbf{H} & \mathbf{K} \times \mathbf{H} &= -\omega \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{K} \cdot \mathbf{E} &= 0 & \mathbf{K} \cdot \mathbf{H} &= 0 \end{aligned}$$

\mathbf{H} 和 \mathbf{E} 的关系满足

$$\sqrt{\mu_0 \mu_r} \mathbf{H} = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r} \mathbf{E} \quad (3)$$

设平面单色光入射到介电常量和磁导率分别为 ϵ_1, μ_1 和 ϵ_2, μ_2 的两种介质时, 可知入射光、反射光、折射光的电场强度矢量 $\mathbf{E}^{\text{in}}, \mathbf{E}^{\text{r}}, \mathbf{E}^{\text{t}}$ 和磁场强度矢量 $\mathbf{H}^{\text{in}}, \mathbf{H}^{\text{r}}, \mathbf{H}^{\text{t}}$ 分别可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\text{in}} &= \mathbf{E}_0^{\text{in}} e^{i(k \cdot x - \omega t)}, \mathbf{E}^{\text{r}} = \mathbf{E}_0^{\text{r}} e^{i(k \cdot x - \omega t)}, \\ \mathbf{E}^{\text{t}} &= \mathbf{E}_0^{\text{t}} e^{i(k \cdot x - \omega t)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{in}} &= \mathbf{H}_0^{\text{in}} e^{i(k \cdot x - \omega t)}, \mathbf{H}^{\text{r}} = \mathbf{H}_0^{\text{r}} e^{i(k \cdot x - \omega t)}, \\ \mathbf{H}^{\text{t}} &= \mathbf{H}_0^{\text{t}} e^{i(k \cdot x - \omega t)} \end{aligned} \quad (5)$$

设入射角为 θ_{in} , 反射角为 θ_{r} , 折射角为 θ_{t} . 由边

* 国家自然科学基金(10504008)和教育部科学技术研究重点项目(2090911)资助

[†] Tel: 020-88239467

Email: hanp@scau.edu.cn

收稿日期: 2009-01-22

修回日期: 2009-05-08

界条件得到

$$\theta_{in} = \theta_r, n_1 \sin \theta_{in} = n_2 \sin \theta_t \quad (6)$$

为了描述反射光和折射光的特性,将线偏振电场矢量分解为垂直入射面的 \mathbf{E}_\perp 分量和平行入射面的 \mathbf{E}_\parallel 分量. 如图 1, \mathbf{e}_n 表示分界面的法矢量

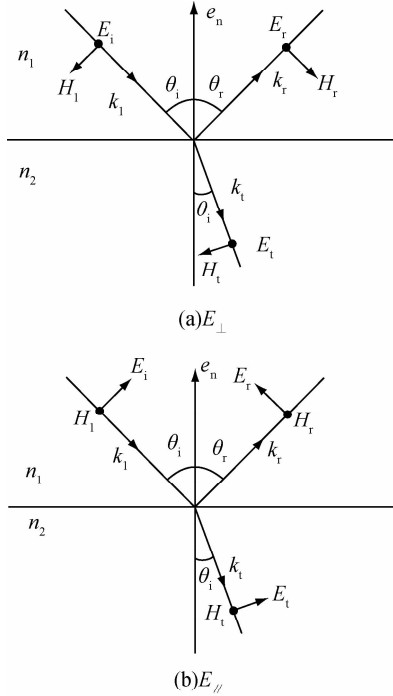


图 1 电场矢量 \mathbf{E} 与入射角的关系

Fig. 1 Relationship of \mathbf{E} with the plane of incidence

根据电磁场边界条件,界面两侧的 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 的切向分量分别相等. 设 \mathbf{e}_n 为分界面的单位法矢量, 则有

$$(\mathbf{E}_m + \mathbf{E}_r) \times \mathbf{e}_n = \mathbf{E}_t \times \mathbf{e}_n \quad (7)$$

$$(\mathbf{H}_m + \mathbf{H}_r) \times \mathbf{e}_n = \mathbf{H}_t \times \mathbf{e}_n \quad (8)$$

对于 \mathbf{E}_\perp 分量有

$$\mathbf{E}_\perp^m + \mathbf{E}_\perp^r = \mathbf{E}_\perp^t \quad (9)$$

$$(\mathbf{H}_m^m - \mathbf{H}_r^r) \cos \theta_m = \mathbf{H}_t^t \cos \theta_t \quad (10)$$

由式(3)可知: $\mathbf{H} = (\sqrt{\epsilon}/\sqrt{\mu})\mathbf{E}$ 并把式(4)、(5)代入式(9)、(10)得到电场强度振幅的关系为

$$\mathbf{E}_{0\perp}^m + \mathbf{E}_{0\perp}^r = \mathbf{E}_{0\perp}^t \quad (11)$$

$$\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1}(\mathbf{E}_{0\perp}^m - \mathbf{E}_{0\perp}^r) \cos \theta_m = \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \mathbf{E}_{0\perp}^t \cos \theta_t \quad (12)$$

两式联立可解得

$$\mathbf{E}_{0\perp}^r = \frac{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m - \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t} \mathbf{E}_{0\perp}^m \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_{0\perp}^t = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m}{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t} \mathbf{E}_{0\perp}^m \quad (14)$$

同理对于 \mathbf{E}_\parallel 分量有

$$\mathbf{E}_{0\parallel}^r = \frac{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m - \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t} \mathbf{E}_{0\parallel}^m \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_{0\parallel}^t = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m}{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t} \mathbf{E}_{0\parallel}^m \quad (16)$$

综上所述普适的非涅尔公式为

$$r_{\parallel} = \frac{\mathbf{E}_{0\parallel}^r}{\mathbf{E}_{0\parallel}^m} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m - \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t} \quad (17)$$

$$r_{\perp} = \frac{\mathbf{E}_{0\perp}^r}{\mathbf{E}_{0\perp}^m} = \frac{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m - \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t} \quad (18)$$

$$t_{\parallel} = \frac{\mathbf{E}_{0\parallel}^t}{\mathbf{E}_{0\parallel}^m} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m}{\sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_t} \quad (19)$$

$$t_{\perp} = \frac{\mathbf{E}_{0\perp}^t}{\mathbf{E}_{0\perp}^m} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m}{\sqrt{\epsilon_1}/\sqrt{\mu_1} \cos \theta_m + \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\mu_2} \cos \theta_t} \quad (20)$$

与传统公式相比,普适的非涅尔公式不仅考虑了磁导率,还保持了其与介电常量分别求平方根的形式,这保证了当介电常量和/或磁导率取负值时公式的合理性. 因此普适的非涅耳公式不仅适用于传统的正折射率材料,也适用于特异材料.

2 反射相移

当单色平面波以入射角为 θ_{in} 从介质 1 射入介质 2, 其中介质 1 为正折射材料, 介质 2 为单负材料, 即 $n_1 > 0, n_2 = \sqrt{\epsilon_2} \cdot \sqrt{\mu_2}$ 为纯虚数时, 由折射定律知 $\sin \theta_t = \frac{n_1 \sin \theta_{in}}{n_2}$ 为虚数, 对于确定折射角 θ_t 比较困惑. 在式(17)~(20)中, 直接涉及的是 $\cos \theta_t$,

而 $\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 + |\sin \theta_t|^2} > 1$, 但在计算中并不导致困难. 需要注意的是, 表达式(17)~(20)中的 n_2 为纯虚数, 因此可用实数 a_1, a_2, b_1, b_2 分别表示为

$$\mu_1 n_2 \cos \theta_m = ia_1, \mu_2 n_1 \cos \theta_t = b_1, \quad (21)$$

$$\mu_2 n_1 \cos \theta_m = a_2, \mu_1 n_2 \cos \theta_t = ib_2$$

式中, i 表示虚数单位 $\sqrt{-1}$. 则反射系数可写成

$$r_{\parallel} = \frac{ia_1 - b_1}{ia_1 + b_1} = \mathbf{E}_{0\parallel}^{in} \cdot e^{-i\delta'_p} = 1 \cdot e^{-i\delta'_p} \quad (22)$$

$$r_{\perp} = \frac{a_2 - ib_2}{a_2 + ib_2} = \mathbf{E}_{0\perp}^{in} \cdot e^{-i\delta'_s} = 1 \cdot e^{-i\delta'_s}$$

式中 δ'_p, δ'_s 分别表示电矢量平行方向的相移因子和电矢量垂直方向的相移因子^[8]. 可见其反射系数为 1, 其反射相位因子为

$$\delta'_p = \pi - \arctan\left(-\frac{a_1}{b_1}\right) + \arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\right) = \pi + 2\arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (23)$$

$$\delta'_s = -\arctan\left(-\frac{b_2}{a_2}\right) + \arctan\left(\frac{b_2}{a_2}\right) = 2\arctan\left(\frac{b_2}{a_2}\right) \quad (24)$$

3 结果及讨论

利用式(23)、(24)计算单色偏振光从空气(ϵ_1 ,

μ_1)入射到单负材料($\epsilon_2 = -3, \mu_2 = 1$)的反射相位的特点.需要指出的是,对于 $\epsilon_2 > 0, \mu_2 < 0$ 的情况,其结果是类似的.

当入射角为 0 时,由折射定律有 $\sin \theta_t = \frac{n_1 \sin \theta_{in}}{n_2} = 0$,则 $\cos \theta_t = 1$.代入式(23)、(24)有

$$\delta'_p = \pi + 2\arctan\left(\frac{|\mu_1 n_2|}{\mu_2 n_1}\right) = \frac{5\pi}{3},$$

$$\delta'_s = 2\arctan\left(\frac{|\mu_1 n_2|}{\mu_2 n_1}\right) = \frac{2\pi}{3}.$$

这与传统正折射率材料构成的界面不同,其反射相位不是 0 或 π ,而是一个与材料有关的数.值得注意的是,正入射时两种偏振光的反射相位只相差了一个 π .

当入射角为 90 度时,由折射定律有 $\sin \theta_t = \frac{n_1 \sin \theta_{in}}{n_2} = \frac{n_1}{n_2}$,则 $\cos \theta_t = \sqrt{1 + (n_1/n_2)^2}$,代入式(13)、(14),有 $\delta'_p = \pi + 2\arctan(0) = \pi$, $\delta'_s = 2\arctan(\infty) = \pi$.即在掠入射时两种偏振光的反射相位相同,都是 π .

图 2 给出了该界面在不同入射角时其反射相位的变化.由图可见,反射相位变化是连续的,而且由式(22)可知,该界面处在任何入射角度下的反射率都是 1,这与传统正折射率材料发生全反射时的情况非常类似.因此,光波从正折射率材料中不能进入单负材料,界面处的光场是一个瞬逝波.但是如果单负材料的厚度只有入射波长的量级时,就有可能发生隧穿现象,从而剧烈地改变界面处的光场,其中用单负材料构成的光子晶体结构就是其中的一种.显然,光在这些复杂结构表面的反射相位特性也将会与传统界面有明显不同,这值得我们做进一步的研究.

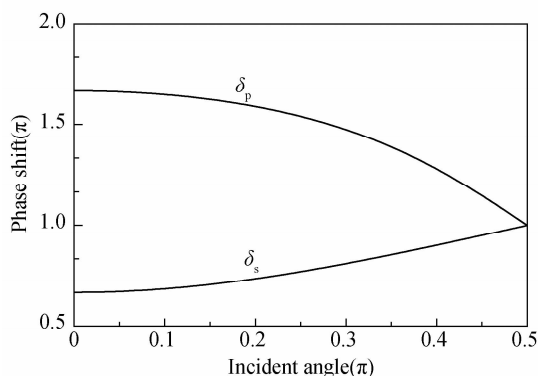


图 2 不同入射角度下的反射相位变化曲线

Fig. 2 Reflection phase shift under different incident angle

4 结论

从 Maxwell 电磁场理论出发,推导出了线偏振单色平面波的普适菲涅尔公式表达形式,使其适用

于特异材料.再由此得到特异材料反射相移计算公式,研究了线偏振单色平面波从空气入射到单负材料(或)时分界面处反射相位的特性,发现正折射率材料与单负材料界面处反射相位特性和传统正折射率材料全反射时相位特性相似.这些结果将有利于研究由特异材料构成的复杂结构的相位特性.

参考文献

- [1] VESELAGO V S. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov Phys Usp*, 1968, **10**(4): 509-514.
- [2] SMITH D R, PADILLA W J, VIER D C, *et al.* A composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **84**(18): 4184-4187.
- [3] SHELBY R A, SMITH D R, SCHULTZ S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, 2001, **292**(5514): 77-79.
- [4] LI J, ZHOU L, CHAN C T, *et al.* Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, **90**(8): 083901-083904.
- [5] TIAN Xiu-lao. Fresnel formulate and brewster law of optical waves in the left-handed materials[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(7): 1103-1106.
田秀劳. 光波在左手材料中的菲涅尔公式和布儒斯特定律[J]. *光子学报*, 2006, **35**(7): 1103-1106.
- [6] XIAO Bing-gang, SHEN Su, DI Yue-miao. Theoretical analysis for measuring optical parameters of negative-refractive-index film with prism coupler[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(07): 1230-1234.
肖丙刚, 申溯, 邸岳淼. 棱镜耦合法测量负折射率材料光学特性理论研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(07): 1230-1234.
- [7] JIANG H T, CHEN H, LI H Q, *et al.* Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials[J]. *Appl Phys Lett*, 2003, **83**(26): 5386-5388.
- [8] JASON V, ZHANG Shuang, THOMAS Z, *et al.* Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index[J]. *Nature*, 2008, **455**(7211): 372-377.
- [9] JIANG H T, CHEN H, LI H Q, *et al.* Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials[J]. *Phys Rev E*, 2004, **69**(6): 066607-066612.
- [10] CHEN Y H, DONG J W, WANG H Z. Omnidirectional resonance modes in photonic crystal hetero structures containing single-negative materials[J]. *JOSA B*, 2006, **23**(10): 2237-2240.
- [11] HU Na, LIU Nian-hua. Reflection on semi-infinite one-dimensional photonic crystals stacked by two kinds of single-negative materials[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(11): 2206-2209.
胡娜, 刘念华. 两类单负材料组成的一维半无限光子晶体反射谱[J]. *光子学报*, 2008, **37**(11): 2206-2209.
- [12] CHEN Y H, DONG J W, WANG H Z. Twin defect modes in one-dimensional photonic crystals with a single-negative material defect[J]. *Appl Phys Lett*, 2006, **89**(14): 141101-

141103.

钟锡华. 现代光学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.

[13] ZHONG Xi-hua. Modern fundamentals of optics[M]. Beijing: Beijing University Press, 2003: 129-132.

129-132.

Reflective Phase Changes at the Interfaces Between the Single-negative and Double-positive Materials

ZHANG Ya-jun, LIN Chao, HAN Peng

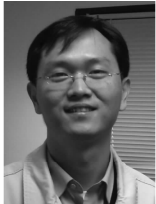
(School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Based on the Maxwell equation, the Fresnel formulae is generalized to the metamaterials, from which the formula for calculating the phase shift of reflective wave is obtained. The reflective phase changes at the interfaces between single-negative materials and positive materials are studied. The results show that the reflection from the interfaces of the single-negative materials is similar to that of the total reflection of the conventional materials.

Key words: Generalized Fresnel formulae; Single-negative materials; Phase shift



ZHANG Ya-jun was born in 1983. He is working for his M. S. degree at Physics Department of South China Normal University. His main research interests focus on the theory of photonic crystals.



HAN Peng was born in 1976. He received his Ph. D. degree in science from Zhongshan University in 2004. Now he is an associate professor at South China Normal University, and his research interests focus on photonic crystals and optoelectronics.