

文章编号:1004-4213(2010)01-0095-5

三维超声驻波场的数字全息测量与重建研究*

陈秀山,李恩普[†],赵建林,窦宝强,黄国玲,李文博

(西北工业大学理学院 光信息科学与技术研究所,陕西省光信息技术重点实验室,西安 710072)

摘要:利用数字全息干涉术研究了超声驻波场的三维分布特征,由所记录的不同角度的超声驻波场的数字全息图,经数值再现,得到了超声驻波场的强度和相位差分布图,进而由迭代重建算法重建出超声驻波场的三维分布曲线.结果表明,数字全息干涉术与迭代重建算法相结合是测量与重建三维超声驻波场的一种方便有效方法.

关键词:数字全息干涉术;超声驻波场;数值再现;迭代重建算法;三维重建

中图分类号:O438.1

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103901.0095

0 引言

超声波发生器发射的声波经过反射端反射后,在一定条件下发生干涉会形成稳定的超声驻波场,到目前为止,对该超声驻波场分布的定性研究已趋于成熟^[1-5].但是由于超声驻波场发生装置的特殊结构,难以实现超声驻波场的全场测量,也难以获得理想且完整的数据,所以对超声驻波场的三维测量与重建的效果不理想.要实现真正意义上的超声驻波场的三维重建,必须获得该场的多个方向上的二维投影数据.数字全息干涉术由于具有非接触、无干扰和全场测量等优点,能够准确、实时的记录数字全息图成为捕获二维投影数据的便捷手段.迭代重建(Algebraic Reconstruction Techniques, ART)算法在数据不完全的情况下是重建三维场的一种有效方法^[6].本文用数字全息干涉术记录了多个方向上的超声驻波场的数字全息图,经数值再现提取了二维投影数据(相位差分布),在此基础上用 ART 算法实现了超声驻波场的三维重建.

1 实验原理

数字全息干涉术是在记录时用 CCD 代替全息干板来记录物场变化前后的两幅全息图 i_1 和 i_2 .用计算机程序取代光学衍射来实现所记录物场的数值再现^[7-8],可得到两种状态下的复振幅分布 $o_1(m, n)$, $o_2(m, n)$ 和相应相位分布 φ_1, φ_2 . 相位分布表示为

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[o_1(m, n)]}{\text{Re}[o_1(m, n)]} \right\} \\ \varphi_2 &= \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[o_2(m, n)]}{\text{Re}[o_2(m, n)]} \right\}\end{aligned}\quad (1)$$

则两种状态下再现物场的包裹相位差分布^[8-9]可表示为

$$\Delta\varphi(m, n) = \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 & \varphi_1 \geq \varphi_2 \\ \varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi & \varphi_1 < \varphi_2 \end{cases}\quad (2)$$

此包裹相位差 $\Delta\varphi(m, n)$ 反映了物场各点的相对相位变化情况,对包裹相位差 $\Delta\varphi(m, n)$ 进行解包裹运算,可获得物场变化前后的相位差分布.

稳定的超声驻波场的声压分布变化会导致空气折射率分布发生变化,因此,知道空气折射率分布的变化就可以得到声压分布.在超声驻波场中建立如图 1 所示的坐标系,若波长为 λ 的光线如图 1(a)所示穿过声场,则声场所引起的总的相位差与折射率的关系^[10]为

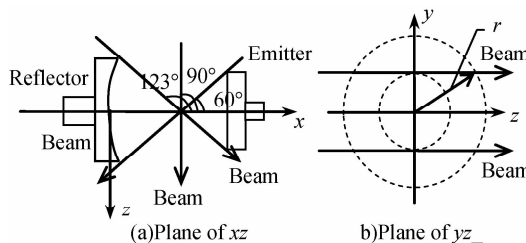


图 1 光线在超声驻波场中的轨迹
Fig. 1 Track of the beam pass through the acoustic standing wave field

$$\Delta\varphi_0(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int \frac{[n(x, y, z) - n_0]}{\sin \theta} dz\quad (3)$$

式中 n_0 和 n 分别为无声场和有声场时空气的折射率, θ 为穿过声场的光线与 x 轴的夹角. 等嫡条件下,由格拉斯通-戴尔(Gladstone-Dale)公式^[11]得到

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{n-1}{n_0-1} \right)^\gamma\quad (4)$$

* 国家航空科学基金(2006ZD53042)资助

[†] Tel: 029-88495956

Email: lienpu@nwpu.edu.cn

收稿日期: 2009-02-19

修回日期: 2009-05-22

式中, P_0 和 P 分别为无声场和有声场后空气的压强, 其中 $\gamma=1.4$. 通过上述分析可知, 由式(1)、(2)可以得到物场的相位变化, 结合式(3)、(4), 能够得出声压分布.

根据声发射装置的结构特点, 稳定超声驻波场关于 x 轴对称, 所以三维超声驻波场图像的重建需要在 xz 平面(或 xy 平面) 360° 范围内得到完整且理想的数据. 这就要求光线在 360° 范围内均能穿过超声驻波场, 但由于发射端和反射端大小的影响, 这是无法做到的, 因此在数据不完全的情况下, ART 算法^[6] 在重建过程中对测量误差不敏感, 重建效果较好.

ART 算法首先将图像重建问题离散化, 即将欲重建的未知图像 $f(x, y)$ 离散成一个 $N=m \times n$ 的重建图像网格, 根据成像的物理过程和相应的数学模型, 建立重建图像和投影数据之间关系的代数方程组, 图像重建问题归结为解线性方程组

$$\Delta\varphi_i(f, \theta) = \sum_{j=1}^n \Delta n_j(x, y, z) \omega_{ij} \quad i=1, 2, \dots, M \quad (5)$$

式中 $\Delta\varphi_i$ 为第 i 条射线的投影值, Δn_j 代表第 j 个像素(网格)内的常数值, ω_{ij} 为权因子, 反映了第 j 个像素对第 i 条射线投影值的贡献, M 为射线总数, f 为光线穿过声场的积分值, θ 为穿过声场的光线与 x 轴的夹角. 将式(5)写为矩阵形式为

$$\Delta\varphi = \Delta n \times \omega \quad (6)$$

式中 $\Delta\varphi$ 为 $i \times j$ 个相位差组成的向量, Δn 为 $m \times n$ 个分辨单元上待求的数据组成的向量, ω 为 $M \times N = (i \times j) \times (m \times n)$ 个系数组成的矩阵. 实际测量中, 观察角小于 180° , 而且 M 和 N 的值都很大, 因此很难用一般的矩阵理论来解方程组, 通常采用迭代的方法, 先给定一个初值, 再按下式逐次迭代.

$$\Delta n_j^{(i)} = \Delta n_j^{(i-1)} + \sigma \frac{(\Delta\varphi_i - \sum_{k=1}^N \Delta n_k^{i-1} \omega_{ik})}{\sum_{k=1}^N \omega_{ik}^2} \omega_{ij} \quad (7)$$

式中 σ 为松弛因子, 一般取值在 $0 \sim 2$.

2 实验装置

实验光路如图 2, 由 He-Ne 激光器 ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) 发出的细激光束经衰减器 P 衰减和反射镜 M_1 反射后由分光棱镜 BS_1 分成两束, 透射光经过扩束准直系统 T_1 后, 再由分光棱镜 BS_2 透射穿过待测物场 W(图 3 中在发射端和反射端之间的区域产生的超声驻波场), 然后由全反镜 M_2 反射再次经过待测物场实现相位倍增, 为了准确实现相位倍增, 实验中要求穿过被测场的光束经反射镜反射后严格按原光路返回. 这束物光波与经 BS_1 反射后经

扩束准直的参考光汇合(调节 BS_1 使物光和参考光汇合时的光强约比为 $1:1$; 调节 BS_3 来调整物光和参考光之间的夹角使数字全息图达到最佳状态, 本实验中物、参夹角约为 1.1°) 产生干涉, 生成数字全息图, 经过透镜 L_1 成像于 CCD 上, 保存到计算机中. 记录加入声场的数字全息图时, 要等声场稳定后再拍摄记录到 CCD 中.

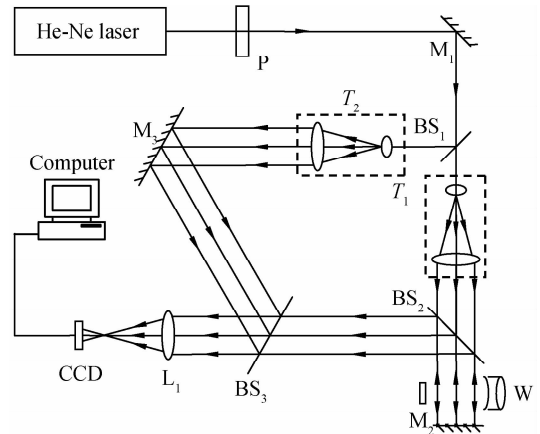


图 2 数字全息干涉实验光路

Fig. 2 Experimental setup for digital holographic interferometry

实验所用超声驻波场发生装置由磁致伸缩超声换能器、凹球面反射端和一个振动频率为 16.7 kHz 发射端组成, 该装置如图 3.

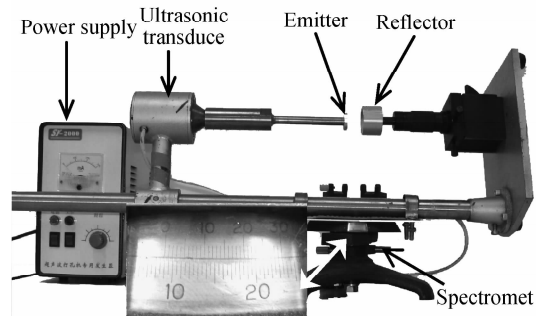


图 3 超声驻波场发生装置

Fig. 3 Occur equipment of acoustic standing wave field

超声换能器的输入电流是连续可调的, 随着的电流的增大, 声压的强度也会随之增大. 当改变反射端与发射端之间的距离达到某一确定值时, 发射端发出的声波与反射端反射的声波发生干涉形成稳定的超声驻波场(谐振状态). 发射端与反射端之间的距离变化, 形成的稳定超声驻波场的波节数也相应改变, 波节数与谐振模式数相一致. 为了实现光线能够在 xz 平面内以不同的角度穿过超声驻波场, 同时考虑到改变光线入射方向以及测量入射角度在实验上是很复杂的, 所以将超声驻波场发生装置水平放置并固定在分光计上, 安装时保证超声驻波场的中心要在分光计的转轴上(确保分光计的转动同超

声驻波场的中心位置的转动是一致的),这样可以实现光线不动,让超声驻波场发生装置转动以实现入射光线角度的改变和角度的精确测量,分光计主盘最小刻度为 0.5° ,游标可读到 $1'$.实验时用三个磁座把分光计固定在实验平台上,转动超声驻波场发生装置就可以拍摄到物光以不同角度穿过超声驻波场的数字全息图.

3 实验结果与讨论

本文对超声换能器输入电流 $I=160\text{ mA}$,谐振模式数为二的情况下的超声驻波场进行了测量和研究.在实际测量中,每隔 1° 测量一次,直到入射光波不能穿过超声驻波场为止(本实验中,在小于 60° 大于 123° 的情况下入射光波就不能穿过超声驻波场),这就完成了整个待重建三维超声驻波场的数字全息图的获取工作.图 4(a)~(e)分别为在 70° 、 80° 、

90° 、 100° 、 110° 的情况下拍摄的超声驻波场的数字全息图,其中 90° 表示光线垂直 x 轴穿过超声驻波场.

通过 matlab 语言对拍摄的数字全息图进行傅里叶变换可获得其频谱分布,经频谱滤波后选择 $+1$ 级或 -1 级频谱,然后对选择的频谱部分移到频谱平面的中心后作逆傅里叶变换得到全息再现物场的像,如图 4(f)~(j),最后由式(1)可以得到未加声场及加入声场后的相位信息,由式(2)可以得出物场的包裹相位差分布信息,对包裹相位差进行解包裹运算能够获得物场变化前后的相位差分布,如图 4(k)~(o).由图 4(k)~(o),可以得到不同角度下的相位差的分布曲线,由 matlab 语言编写程序能够从图中解调出相位差的数值,最后由式(7)和格拉斯通-戴尔公式相结合便能得到声压的分布曲线,从而得出超声驻波场的三维分布.

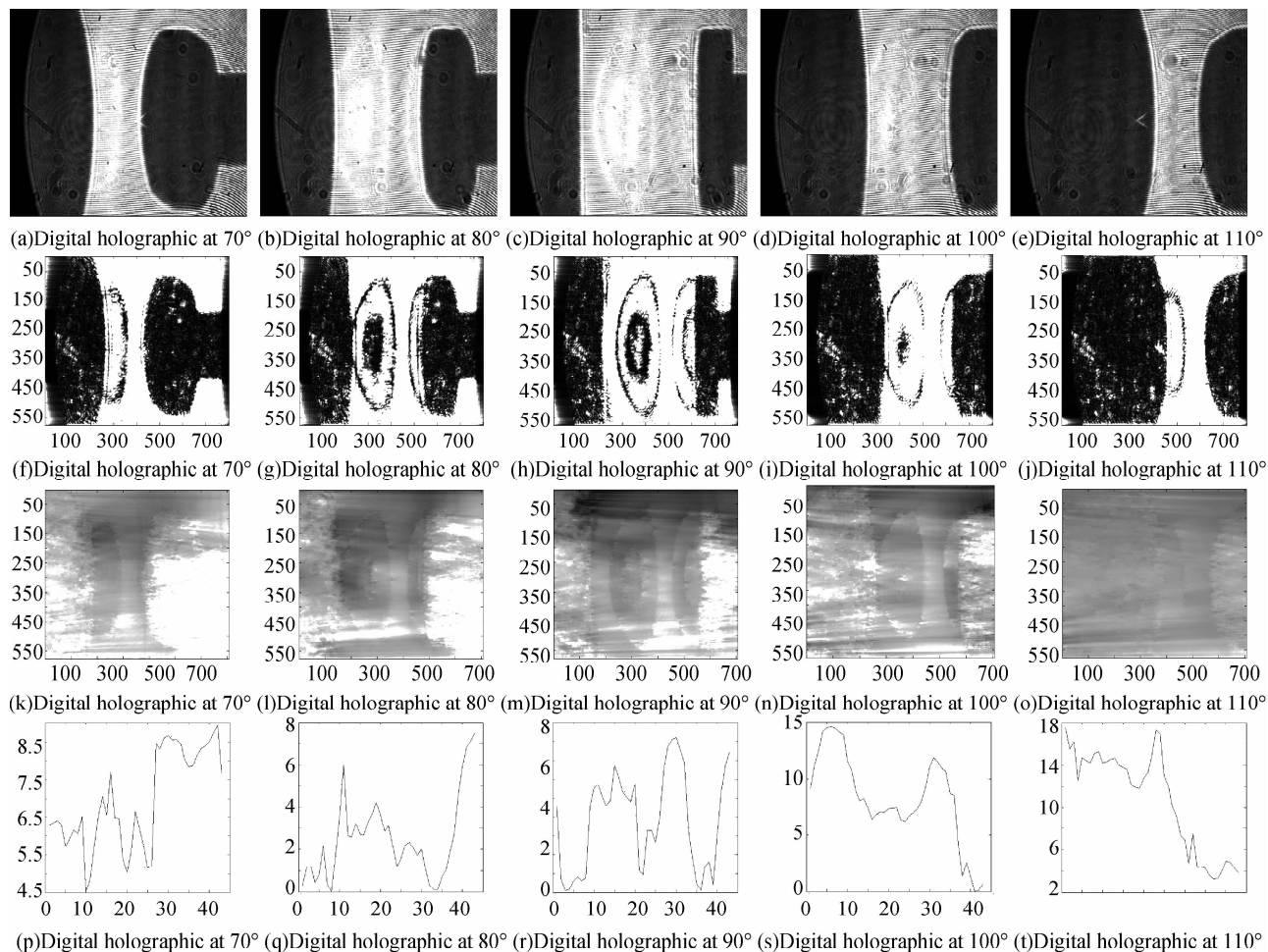


图 4 超声驻波场的数字全息干涉测量

Fig. 4 Measurement of acoustic standing wave field using digital holographic interferometry

重建区域划分为 43×43 个网格,从 9 个方向上测量数据,每个方向下离散成 43 条光线穿过.用 matlab 语言编写程序解调出在 70° 、 75° 、 80° 、 85° 、 90° 、 95° 、 100° 、 105° 、 110° 下 9 个方向上在 y 等于零处的 x 轴上的相位差分布曲线(虽然 1° 测量一次,

但由于数据量大且繁琐,取 5° 进行重建),部分曲线如图 4(p)~(t),进而就得到一个 9×43 的测量矩阵 $\Delta\varphi$,系数矩阵 ω 可根据像素的布置与光线的几何结构先计算出来^[12],是一个 $387 \times 1\ 849$ 的矩阵.将式(6)和(7)相结合进行迭代,便会得到一个

43×43 的折射率变化矩阵 Δn , 由格拉斯通-戴尔公式得到了声压在 xz 平面上的分布曲线和等压线, 重建结果如图 5. 经过大量的运算表明, 在这里松弛因子 σ 取 0.04, 迭代 5 次, 获得了较好的重建效果.

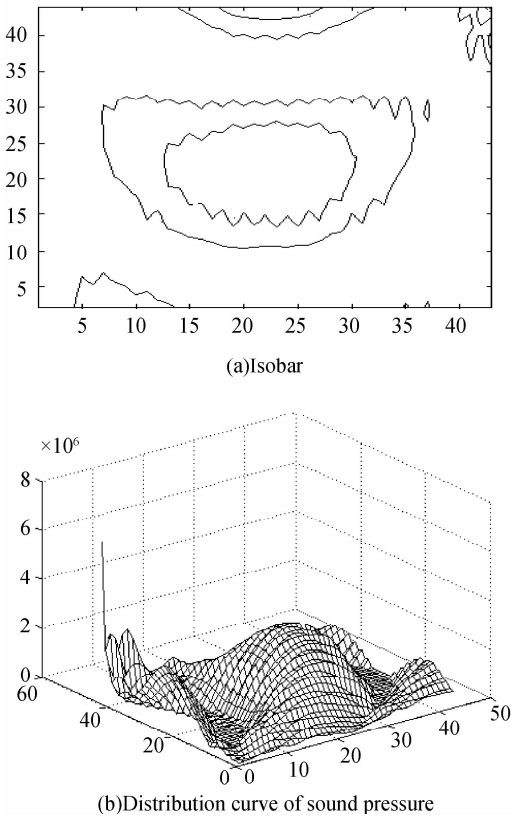


图 5 超声驻波场的重建结果

Fig. 5 Reconstructions of acoustic standing wave field in xz plane at $y=0$

由此理论, 可以求出在 y 轴上任何一点处, xz 平面上的相位差分布曲线, 进而可以得到声压的三维分布曲线.

由于本文出现 x, y, z, P (压强) 四个量, 用灰度表示它的第四个量 P , 然后利用声学传输理论进行模拟^[13], 得到了真正意义上的三维分布, 如图 6.

由图 5(a) 和图 6(b), 可以看出经过 ART 算法重建出的超声驻波场的压强图条纹数较少而模拟图的条纹数较多, 这说明光路的测量灵敏度还是不够的, 其原因可以归结为:

1) 超声驻波场是弱相位场, 光线穿过后产生的位相变化很不明显. 解决方案: (1) 在不影响实验光路的情况下, 尽量增加光程, 这在实验中是很难做到的, 也是实验得到的条纹数与理论相差较大的主要原因; (2) 增加电流的强度, 使声压的强度变大, 这样干涉条纹数也会得到一定程度的增加.

2) 测量误差 (1) 拍摄数字全息图时, 如果用到的光学元件质量不好或者调节不好, 会影响数字全息图的成像质量. (2) 调节的参考光与物光之间的夹角不合适, CCD 就很难分辨干涉条纹. 解决方案: 提

高光学元件的分辨率, 根据 CCD 分辨率选择物光与参考光的夹角, 本实验经多次测量表明, 物光与参考光的夹角为 1.1° 左右时, 光路的测量灵敏度最高.

3) 分析误差 (1) 对超声驻波场进行了一个假设, 即假设将超声驻波场离散成重建图像网格, 由连续的数据分割成离散的数据, 这必然会造成误差. 减小此误差的方法就是尽量加大 $m \times n$ 的值. (2) 本文采用的是数据不完全时进行重建声场分布曲线, 这必然会造成部分数据信息的丢失, 只有尽量增加投影数据才能减小此误差.

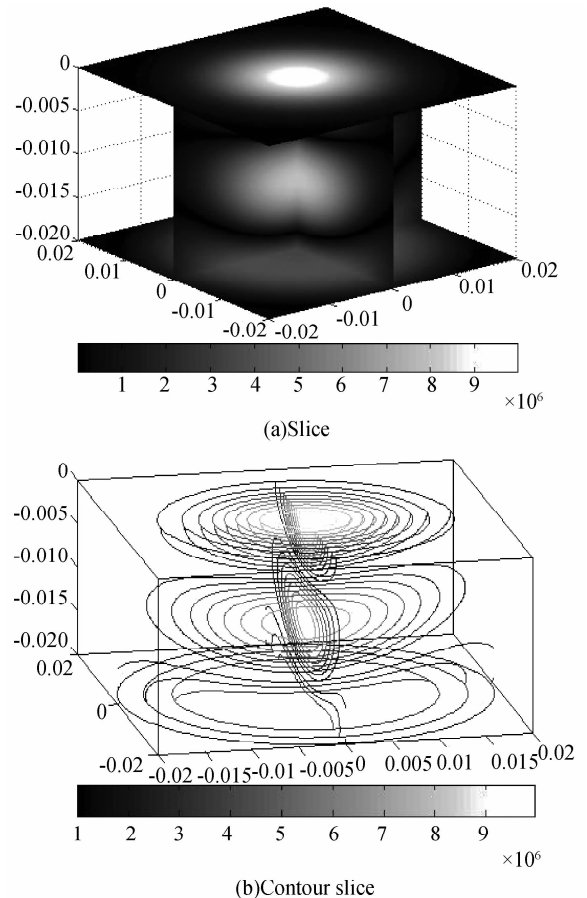


图 6 超声驻波场的模拟结果

Fig. 6 Numerical simulation of acoustic standing wave field

4 结论

超声驻波场发生装置的特殊结构, 使得一部分光线不能穿过超声驻波场, 进而不能得到理想且完全的数据, 全场测量也难于实现. 本文先用具有非接触、无干扰、简便和全场测量等优点的数字全息术使物光以不同角度穿过超声驻波场对其进行测量, 经数值再现得到超声驻波场的相位差分布, 然后与 ART 算法相结合重建出了超声驻波场的声压分布曲线. 数字全息干涉术与 ART 算法相结合能够在测量数据不完全且不理想的情况下得出超声驻波场的声压分布.

参考文献

- [1] SU Y H, FENG Z C. Numerical simulation of the dynamics of acoustically levitated drops[J]. *J Acoust Soc Am*, 1996, **99**(5): 2799-2810.
- [2] XIE W J, CAO C D, WEI B. Experimental investigation and numerical analysis on acoustic levitation[J]. *Acta Phys Sin*, 1999, **48**(2): 250-256.
- [3] XIE W J, WEI B. Space environment simulation for materials processing by acoustic levitation[J]. *Chin Phys Lett*, 2001, **18**(1): 68-70.
- [4] XIE W J, WEI B. Parametric study of single-axis acoustic levitation[J]. *Appl Phys Lett*, 2001, **79**(6): 881-883.
- [5] ZHANG L, LI E P, FENG W, *et al.* A study of acoustic levitation process based on laser holographic interferometry[J]. *Acta Phys. Sin*, 2005, **54**(5): 2038-2042.
张琳, 李恩普, 冯伟, 等. 声悬浮过程的激光全息干涉研究[J]. *物理学报*, 2005, **54**(5): 2038-2042.
- [6] WU Dong-lou, HE An-zhi. Measurement of three-dimensional temperature fields with interferometric tomography[J]. *Appl Opt*, 1999, **38**(16): 3468-3473.
- [7] SCHNARS U, JÜPTNER W P O. Digital recording and reconstruction of holograms in hologram interferometry and shearography[J]. *Appl Opt*, 1994, **33**(20): 4373-4377.
- [8] FENG Wei, LI En-pu, FAN Qi, *et al.* Diagnosing microwave plasma thruster's plume by digital holographic interferometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(12): 1833-1836.
冯伟, 李恩普, 范琦, 等. 数字全息干涉术用于微波等离子体推进器羽流场的研究[J]. *光子学报*, 2005, **34**(12): 1833-1836.
- [9] SCHNARS U. Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recorded holograms[J]. *JOSA*, 1994, **11**(7): 2011-2015.
- [10] SHAKHER C, NIRALA A K. A review on refractive index and temperature profile measurements using laser-based interferometric techniques[J]. *Opt Lasers Eng*, 1999, **31**(6): 455-491.
- [11] LI X D, SCHEDIN S, GREN P. Three-dimension reconstruction of wave-front and pressure field of space-diffraction-sound-wave by computerized tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(12): 1669-1675.
李喜德, SCHEDIN S, GREN P. 空间衍射声波波前与压力场的计算机层析三维重建[J]. *光学学报*, 1998, **18**(12): 1669-1675.
- [12] SIDDON R. Fast calculation of the exact radiological path for three-dimensional CT array[J]. *Med Phys*, 1985; 12: 252-255.
- [13] ZHANG Lin. Investigation of acoustic levitation field based on laser holographic interferometry[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005: 32-33.
张琳. 声悬浮场的激光全息干涉研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005: 32-33.

Measurement and Reconstruction of 3D Acoustic Standing Wave Field Using Digital Holographic Interferometry

CHEN Xiu-shan, LI En-pu, ZHAO Jian-lin, DOU Bao-qiang, HUANG Guo-ling, LI Wen-bo

(Institute of Optical Information Science and Technology, Shaanxi Key Laboratory of Optical Information Technology, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The three-dimensional distribution properties of acoustic standing wave field are studied using digital holographic interferometry. By numerically reconstructing the digital hologram, the intensity and phase distribution of acoustic standing wave field is obtained, from which the three-dimensional distributing curve of acoustic standing wave field is also reconstructed with Algebraic Reconstruction Techniques (ART) algorithm. It is shown that the digital holographic interferometry and Algebraic Reconstruction Techniques algorithm is a effective method for measuring and reconstructing three-dimensional acoustic standing wave field.

Key words: Digital holographic interferometry; Acoustic standing wave field; Numerically reconstructing; Algebraic reconstruction techniques(ART) algorithm; 3D reconstruction



CHEN Xiu-shan was born in 1983. Now he is M. S. degree candidate at School of Science, Northwestern Polytechnical University. His research interests focus on information optics.



LI En-pu was born in 1960. He is a Professor, his research interesting focus on Optical information and hybrid photoelectric processing technology, Novel photoelectric device and its applications and Optical Holography and optical sensor.