文章编号:1004-4213(2010)01-0006-6

非均匀展宽对超短激光脉冲传播特性的影响*

张华荣,李成,余向阳*

(中山大学 光电材料与技术国家重点实验室,广州 510275)

摘 要:用建立的"预报校正-四阶龙格库塔"数值算法研究了非均匀展宽二能级体系中超短激光脉冲的传播特性.计算结果表明,非均匀展宽线型的线宽对光脉冲传播会产生调制作用.当线宽大于脉冲的频谱宽度时,脉冲面积演化与面积定理相符且脉冲传播平稳;但随着线宽的减小,脉冲面积演化会越来越偏离面积定理,脉冲传播不再平稳并出现"拖尾"振荡.脉冲主峰的峰值和脉冲的传播速度也受到线宽的影响.

0 引言

超短激光脉冲与二能级体系相互作用是量子光 学中最基本的问题之一,也是研究瞬态相干现象以 及光脉冲与多能级体系作用的基础[1].脉冲在非均 匀展宽二能级体系中的演化规律已由 McCall-Hahn 提出的面积定理进行了描述^[2].非2π面积的脉冲在 共振介质中传播时,脉冲形状被重整,脉冲面积演化 为 2π 的整数倍. 对于大面积入射的脉冲而言, 脉冲 将裂解为多个2π脉冲;对于面积小于π的入射脉冲 而言,脉冲面积将演化为零.面积定理能够用来解释 自感应透明、脉冲展宽和脉冲压缩等效应.在均匀展 宽二能级体系中,影响脉冲传播的因素诸如弛豫时 间、失谐量等,已经得到了深入的研究[3-6].实际上, 完全的均匀展宽体系是不存在的,物质体系总是存 在一定的非均匀展宽,不同的材料其非均匀展宽特 性也会不同.人们对非均匀展宽二能级体系中光脉 冲的面积演化及传播规律已经有了较深入的研究, 其中包括弛豫项及失谐量的作用[7]、脉冲在介质中 的传播速度[8] 等. 但理论和实验上关于非均匀展宽 介质中非均匀展宽的线宽特性对脉冲的面积演化及 传播特性的系统研究却未见报道.

在二能级体系中,光与介质的相互作用可用耦 合的 Maxwell-Bloch (MB)方程进行描述^[1],通常 MB 方程是难以求得解析解的,应用数值算法来求 解 MB 方程并由此研究非均匀展宽体系光脉冲传播 特性是有效的方法.本工作运用"预报校正-四阶龙 格-库塔法(PCRK4)"^[9]数值算法求解了非均匀展宽 二能级体系的 MB 方程,详细研究了描述体系非均 匀展宽特性的非均匀展宽线宽对介质中激光脉冲传 播规律和面积演化的影响.

1 基本理论

非均匀展宽二能级体系在如下沿 z 轴方向传播 的光场

$$E = \frac{1}{2} (\tilde{E} e^{-i\omega + ikz} + cc)$$
(1)

近共振的相互作用下,在电偶极近似、慢变近似和旋转波近似下可得到如式(2)形式的 MB 方程^[1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\Gamma_2 \cdot u - \Delta \cdot v \tag{2a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\Gamma_2 \cdot v + \Delta \cdot u + \frac{\mu_{21}\tilde{E}}{\hbar} \cdot w$$
 (2b)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\Gamma_1 \cdot (w+1) - \frac{\mu_{21}\tilde{E}}{\hbar} \cdot v \qquad (2c)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \frac{\mu_0 c \omega N \mu_{21}}{2n} \int_{-\infty}^{\infty} [v(\Delta, z, t) \cdot g(\Delta)] d\Delta$$
(2d)

式中,u、v、w 为 Bloch 矢量的分量.u 是与光场同相 位的成分,表征了在光场作用下呈现的色散作用,v是与光场相位差 $\pi/2$ 的成分,表征介质在光场作用 下呈现出的对光强度的影响,w 为上、下能级粒子数 的几率密度差; $\Delta = \omega_{21} - \omega$ 为共振失谐量, ω 是光的 载波频率, $\omega_{21} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\hbar$ 是介质的共振频率, ε_2 、 ε_1 分别为上、下能级的本征能; $\Gamma_1 = 1/T_1, T_1$ 为纵向弛 豫时间(粒子的衰减时间), $\Gamma_2 = 1/T_2, T_2$ 是总的横 向弛豫时间(退相时间), $\Gamma_2 = 1/T_2 + 1/T_2^*, T_2^*$ 是均 匀展宽过程的横向弛豫时间,它直接影响原子偶极 矩的衰减, T_2^* 是非均匀展宽的横向弛豫时间.c 是

^{*}国家自然科学基金(10574166)和广东省自然科学基金 (8151027501000062)资助

^{*} Tel:020-84110287 Email:cesyxy@mail.sysu.edu.cn 收稿日期:2009-01-15 修回日期:2009-05-07

光在真空中的速率, \hbar 为普朗克常量, μ_0 是真空中的 电磁系数,n 是介质的线性折射率, μ_{21} 电偶极跃迁矩 阵元,N 是粒子的密度; $g(\Delta)$ 是归一化非均匀展宽 的线型.

定义拉比频率 $\Omega = \mu_{21} \hat{E} / \hbar$ (由于拉比频率 Ω 与 光场的电场强度 \hat{E} 只差一个常量,故文中也用 Ω 表 示光场的电场强度),有效时间

$$\tau_{0} = \sqrt{\frac{2\hbar n^{2}}{N\mu_{0}c^{2} | \mu_{21} |^{2}\omega}}$$
作变换: $z' = nz/c\tau_{0}, t' = t/\tau_{0}, \Omega' = \tau_{0}\Omega, \Delta' = \tau_{0}\Delta$
, $\Gamma_{2}' = \tau_{0}\Gamma_{2}, \Gamma_{1}' = \tau_{0}\Gamma_{1}$.为了简洁,将 $z', t', \Omega', \Delta', \Gamma_{2,2}', \Gamma_{1}'$ 写回 $z, t, \Omega, \Delta, \Gamma_{2}, \Gamma_{1},$ 得到无量纲的 MB方
程

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\Gamma_2 \cdot v + \Delta \cdot u + \Omega \cdot w$$
 3(b)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\Gamma_1 \cdot (w+1) - \Omega \cdot v \qquad \qquad 3(c)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[v(\Delta, z, t) \cdot g(\Delta) \right] d\Delta \qquad 3(d)$$

2 数值计算方法

描述二能级体系光与物质相互作用的 MB 耦合 方程只有特殊条件才能得到解析解,要详细研究这 类方程所描述的物理过程和性质,需要建立精确、可 靠且有效的数值算法.本工作在文献[9]数值求解均 匀展宽 MB 方程工作的基础上,建立了高准确度快 速"预报校正-四阶龙格库塔(PCRK4)"法^[9]求非均 匀展宽 MB 方程. PCRK4 求解的主要步骤包括初始 值预报循环、校正循环和预报循环三大部分,每个循 环过程都包含对式 3(a)~(d)的求解.式 3(a)~(c) 为 MB 方程中的光学 Bloch 方程部分,是时间的一 阶非线性常微分方程组,可用标准 RK4 法进行求 解^[10];式 3(d)是 MB 方程中的 Maxwell 方程部分, 是时间和空间的一阶非线性偏微分-积分方程,其中 包含对非均匀展宽线型的积分项,积分项相当于数 值计算时对时间、空间上对应的 Bloch 矢量 v 分量 的非均匀展宽线型进行积分;得到积分项后再代入 式 3(d)得到 Ω(若是校正循环则需要用前一格点的 Bloch 矢量与此格点的 Bloch 矢量求平均后再代入 式 3(d). 由于采用了预报校正的方案, 使得该算法 在数值求解的过程中,准确度和效率都有了极大 提高.

3 计算结果与讨论

数值计算求解方程 3(a)~(d)的初始条件为

$$\begin{array}{c} u(t=-\infty)=0, u(t=-\infty)=0\\ w(t=-\infty)=-1, \Omega(t=-\infty)=0 \end{array}$$

$$(4)$$

初始入射脉冲假定为高斯型,其形式为

$$\Omega(z=0,t) = \Omega_0 e^{-\frac{2\ln 2}{t_p^2}(t-t_0)^2}$$
(5)

式中: t_p 为脉冲的半高宽; t_o 为脉冲中心;脉冲的峰 值 $\Omega_0 = \sqrt{\frac{2\ln 2}{\pi}} \frac{S_0}{t_p}$, S_o 为初始脉冲的面积,脉冲面积 的定义为 $S(z) = \int_{\infty}^{\infty} [\Omega(z,t')] dt'$.对式(5)进行傅里 叶变换,可得到入射脉冲的频谱宽度为 $\Delta_p = 4\ln 2/t_p$. 归一化非均匀展宽的 $g(\Delta)$ 线型假定为高斯型,即

$$g(\Delta) = \sqrt{\frac{2\ln 2}{\pi\Delta_{\rm d}^2}} e^{-\frac{2\ln 2}{\Delta_{\rm d}^2}\Delta^2}$$
(6)

式中 Δ_d 为非均展宽线型的半高宽.数值计算时,取 有效时间 $\tau_0 = 50$ fs,时间以 τ_0 为单位,长度以 $c\tau_0/n$ 为单位,拉比频率(或电场强度)1/ τ_0 为单位.初始 入射脉冲中心 $t_0 = 5$,脉宽为 $t_p = 1$,则相应的频谱宽 度为 $\Delta_p \approx 2.77$.

3.1 面积定理

面积定理是光脉冲在共振介质中传播的重要理 论,描述了脉冲面积随传播距离的演化规律,是光吸 收指数衰减定律(比尔定律)的推广. McCall 和 Hahn 发现^[1],对于 $t_p \ll T_1$, T_2 的强短脉冲,脉冲面 积 S(z)所遵循的演化方程为

$$\frac{\mathrm{d}S(z)}{\mathrm{d}z} = -\frac{\alpha}{2} \sin S(z) \tag{7}$$

式(7)即称为面积定理,其解为

$$S(z) = 2e^{-\alpha z/2} \arctan(S_0/2)$$
(8)

式中,无量纲化的 $\alpha = \sqrt{2\pi \ln 2} / \Delta_d$,通常称为小信号 共振吸收系数.

在面积定理的推导过程中,运用了一些近似条件,这些近似只有在特定的条件下才能满足.例如要 求非均匀展宽线宽大于脉冲的频谱宽度,忽略弛豫 且共振等.而实际的实验工作中,不同的材料通常会 有不同的非均匀展宽特性,体系的非均匀展宽特性 会影响脉冲面积的演化.

体系的非均匀展宽特性是材料的非均匀展宽线 宽 Δ_{d} 与入射光脉冲频谱宽度 Δ_{p} 相比较而言的.对 于入射光脉冲,脉冲的时域宽度越大,频谱宽度就越 小,当时域宽度无限大,即连续光时 $\Delta_{p} \rightarrow 0.$ 当 $\Delta_{d} \rightarrow 0$ 或 $\Delta_{d} \ll \Delta_{p}$ 时,即为均匀展宽体系,线型函数 $g(\Delta)$ 演 变为 δ 函数.当 $\Delta_{d} \gg \Delta_{p}$ 时,即为完全非均匀展宽体 系.当 Δ_{d} 和 Δ_{p} 中的一个值确定时,另一个值究竟为 多大,才成为非均匀展宽主导或均匀展宽主导的界 限,通常并不明确,这不仅取决于 Δ_{d} 和 Δ_{p} 的相对大 小,还取决于体系的其他参量.在实际体系中,如果 不是 $\Delta_{d} \gg \Delta_{p}$ 或 $\Delta_{d} \ll \Delta_{p}$,则不能把体系简单地当作 完全的非均匀或均匀展宽体系来处理.图1显示了 脉冲的频谱与非均匀展宽的线型.图中粗实线是光 脉冲面积为 0.5 π 、脉宽为 $t_{p}=1$ 时高斯脉冲的频谱, 频谱半高宽为 $\Delta_{p}=2.77$;细实线、点划线分别是 Δ_{d} = Δ_{p} 和 $\Delta_{d} > \Delta_{p}$ 时归一化的高斯型非均匀展宽的线 型;点线和虚线都是 $\Delta_{d} < \Delta_{p}$ 时归一化的高斯非均匀 展宽的线型.由图 1 可见, $\Delta_{d} \ll \Delta_{p}$,时脉冲的频谱会 完全包络住非均匀展宽线型;而 $\Delta_{d} > \Delta_{p}$,则非均匀 展宽的线型会越出脉冲的频谱.





Fig. 1 Inhomogeneous broadening linetypes for different linewidthes and frequency domain linetype of initial input pulse

当体系完全由非均匀展宽主导时,面积定理可 以很好地描述脉冲传播规律.图 2 是在与面积定理 相同的条件下,用数值解和面积定理计算面积演化 的结果.从图 2 可以看出,两者是相吻合的.数值计 算的参量取为: $\Delta_d = 4$ (属 $\Delta_d > \Delta_p$),忽略弛豫且 共振.



图 2 不同初始输入脉冲面积下的面积演化 Fig 2 Evolution of pulse area for different initial input pulse areas

3.2 线宽对脉冲面积演化的影响

在考虑非均匀展宽的线宽、弛豫时间、失谐量、 初始光强等因素时,脉冲面积的演化规律已无法用 面积定理来描述.图3显示了非均匀展宽线宽对脉 冲面积演化的影响.图中是初始脉冲面积为 1.6π 时, Δ_{d} = 4.0,2.0,0.5,0.4 时,脉冲面积的传播演 化.从图 3 可以看出,在其他参量都固定时,非均匀 展宽线宽对脉冲面积演化的影响主要有:1)随着 Δ_{d} 的减小脉冲由非 2π 面积演化到 2π 的趋势仍然不 变,但脉冲面积演化到 2π 所需的传播距离随着线宽 的增大而增大;2)随着 Δ_{d} 的减小,脉冲面积的演化 开始偏离面积定理,脉冲传播一定距离到达 2π 后开 始出现振荡, Δ_{d} 越小开始振荡的距离也越小,且振 荡的幅度和频率也越大.当 $\Delta_{d} \ll \Delta_{p}$,则属于"近均匀 展宽"情况,其演化规律与均匀展宽基本相同^[6,9]. 由此可见,非均匀展宽线宽 Δ_{d} 越小,脉冲在空间传 播展宽到 2π 面积所需的空间距离越短,但此时脉冲 面积的稳定性变得越来越差.



图 3 非均匀展宽线宽对脉冲面积演化的影响

Fig. 3 Evolution of pulse area for different inhomogeneous broadening linewidthes

3.3 线宽对脉冲传播规律的影响

图 4 显示了初始入射脉冲面积为 1.6 π 时,不同 线宽时光脉冲线型的演化规律.图 4(a)~(c)分别 代表 Δ_d 为 4、1、和 0.01 时脉冲面积的演化,其它参 量与图 3 相同.由图 4(a)可以看出, Δ_d =4 时,脉冲 被展宽至 2 π 后其传播形式在时空范围内相当平稳, 脉冲形状保持得很好.由图 4(b)可以看出,在 Δ_d =1 时,主脉冲后沿开始出现小的振荡,且主脉冲峰值也 随空间变化出现微小的起伏.在 Δ_d =0.01 时,主脉 冲后沿的振荡已经十分剧烈了,且主脉冲的峰值被 明显地调制.

MB方程中的波动方程式 3(d) 描述了光场在非 均匀展宽介质中非均匀展宽线型对波动方程的影 响,其影响主要来自于 Bloch 矢量 v 在频域上的积 分,即(v(z,t')) = $\int_{-\infty}^{\infty} [v(\Delta,z,t)g(\Delta)] d\Delta$ 部分.因 此非均匀展宽线宽 Δ_d 的不同,积分项(v(z,t'))的 值会相应地改变,从而影响到介质中光场的峰值.如 在图 4(c)由于 $\Delta_d \ll \Delta_p$ 时,积分项(v(z,t')) =





的频谱宽度内起作用,线型函数 $g(\Delta)$ 近似为 δ 函数,中心频率以外的频率成分对积分效应的贡献极小,即 $v(\Delta, z, t') \approx v(0, z, t')$. 通过观察 Bloch 矢量 v 分量的变化,可以更好地理解非均匀展宽对脉冲 传播的影响.

图 5(a)、(b)分别给出了在不同 Δ_a 值下介质初 始边界和末边界 Bloch 矢量 v 的演化,其中(a)为初 始边界,(b)为后边界.输入脉冲初始面积为 1.6 π , 空间传播距离 L=20.在所设定参量的条件下,由图 5(a)可以看出,入射脉冲与非均匀展宽介质在初始 边界上作用后, Δ_a 越小,v 的峰值越大(说明介质被 诱导的极化也越大),且后沿保持相对稳定的时间也 越长;随着 Δ_a 的增大,v 的峰值逐渐减小,且后沿衰





减到初始值的所需经历的时间也越短,从这个意义 说,非均匀展宽的作用相当于弛豫效应,也就是通常 会把非均匀展宽的倒数看成非均匀展宽的横向弛豫 时间 T_2^* .由于这种"衰减效应",脉冲在介质传播过 程中,在忽略其它弛豫过程时, Δ_d 越小 v衰减的也 越慢,没有衰减的 v相当于"剩余极化"^[7],剩余极化 在传播过程中产生振荡,图 5(b)是脉冲传播到 L=20时,后边界处 v的值,可以看出, Δ_d 越小,v的主 峰值越大,且维持更长时间的"拖尾"振荡,随着非均 匀展宽线宽的增大,v的峰值逐渐减小,后沿出现的 小振幅振荡逐渐消失.由非均匀展宽线宽所引起的 弛豫作用,是随非均匀展宽线宽的增太而增大的.同 时注意到,随着非均匀展宽线宽的增加,v的峰值出 现位置也在逐渐前移,说明非均匀展宽线宽会影响 到脉冲在介质中传播的速度.

3.4 线宽对脉冲传播速度的影响

脉冲在介质中传播时,其传播速度也会受到介 质非均匀展宽线宽的调制.图 6(a)显示了初始入射 脉冲面积为 2π 时,不同非均匀展宽线宽下,脉冲中 心的传播轨迹.

从图中可以看出,非均匀展宽线宽 Δ_a 越大,脉 冲中心传播到介质末端所经历的时间越少,即脉冲 传播的速度越大;由于轨迹呈线性,因此脉冲在介质 中传播的速度是稳定的.图 6(b)给出了初始入射脉 冲面积为 1.6π时的情况,此时脉冲中心的传播随







 Δ_{a} 的变化与图 6(a)大致相同,但此时不同非均匀展 宽线宽下脉冲中心的传播轨迹隔得更开,即不同 Δ_{a} 对脉冲传播速度的影响更大,且脉冲在介质前沿的 传播速度不稳定,这主要是脉冲由 1.6 π 展宽至 2 π 过程中的速度变化所引起的.

4 结论

本文通过数值计算,研究了非均匀展宽二能级 体系中超短激光脉冲的传播特性.计算结果表明:非 均匀展宽线宽对脉冲面积的演化、脉冲线型以及脉 冲传播的速度等都有重要的影响.1)当非均匀展宽 线宽 $\Delta_d \ge \Delta_p$ 时,脉冲的传播极为平稳,此时脉冲面 积的演化与面积定理符合得很好.2)当 $\Delta_d < \Delta_p$ 时, 脉冲峰值开始出现小的起伏、脉冲后沿出现"拖尾" 震荡;从脉冲面积的演化来看其演化趋势与面积定 理描述基本相同,但脉冲由非 2π 面积演化到 2π 面 积所需的空间传播距离明显被缩短.3)当 $\Delta_d \ll \Delta_p$ 时,脉冲的演化形式与均匀展宽情况下类似.4)脉 冲在介质中传播时,其传播速度同样受到介质非均 匀展宽线宽的调制, Δ_d 越大,脉冲在介质中传播的 速度越快.不同的非均匀展宽线宽取值会对激光脉 律,总结介质中脉冲的这类传播规律,有助于全面深 入地理解非均匀展宽二能级体系中超短脉冲的传播 特性.

参考文献

- [1] ALLEN L, EBERLY J H. Optical resonance and two-level atoms[M]. New York: Dover, 1987.
- [2] McCALL S L, HAHN E L. Self-induced transparency[J]. Phys Rev, 1969, 183(2): 457-485.
- [3] ALHASAN A M, FIUTAK J, MIKLASZEWSKI W. The influence of the atomic relaxation on the resonant propagation of short light pulses[J]. Z Phys B, 1992, 88:349-358.
- [4] MIKLASZEWSKI W, FIUTAK J. The effect of the homogeneous broadening on propagation of the light pulses [J]. Z Phys B.1994.93:491-499.
- [5] MIKLASZEWSKI W. Near-resonant propagation of light pulse in homogeneous broadening two-level medium [J]. JOSA B, 1995,12(10):1909-1917.
- [6] ZHANG Hua-rong, JIANG Yue, LI Cheng, et al. Evolution rule of ultra-short laser pulse area in homogeneously broadened medium[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(7):1608-1612.
 张华荣,蒋月,李成,等.均匀展宽介质中激光超短脉冲面积的 演化规律[J].光子学报,2009, 38(7):1608-1612.
- SCHUPPER N, FRIEDMANN H, MATUSOVSKY M, et al.
 Propagation of high-intensity short resonant pulses in inhomogeneous broadening media[J]. JOSA B, 1999, 16 (7): 1127-1134.
- [8] WU Jia-wen, CHENG Jing, YU Xiang-yang, et al. Evolution of femtosecond pulse in resonant atomic medium with long distance[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(9):1265-1270.
 吴佳文,程静,余向阳,等.飞秒脉冲在共振介质中长距离演化 过程研究[J].光学学报,2005,25(9):1265-1270.
- [9] LI Cheng, ZHANG Hua-Rong, YU Xiang-Yang. Numerical methods and application for optical maxwell-bloch equations
 [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(12): 3138-3144.
 李成,张华荣,余向阳.光学 Maxwell-Bloch 方程的数值算法研究及其应用[J].光子学报,2009, 38(12): 3138-3144.
- [10] JOHN H. MATHEWS, KURTIS D. FINK, numerical methods using MATLAB[M]. CHEN Yu, ZHOU Lu, QIAN Fang, et al. transl. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005; 340-345.

Inhomogeneous Broadening Effect on the Propagation Characteristics of Ultrashort Laser Pulse

ZHANG Hua-rong, LI Cheng, YU Xiang-yang

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: An effective 'Forecast-correction fourth-order Runge-Kutta' numerical method is programmed to study the propagation characteristics of ultra-short laser pulse in inhomogeneous broadening two-level medium. The results show that the pulse propagation can be modulated by the inhomogeneous broadening line-width. While the inhomogeneous broadening line-width is greater than the pulse spectrum width, the evolution of pulse area consists with the area theorem, and the pulse propagation maintains stability. With decreasing line-width, the evolution of pulse area becomes complex, and pulse propagation no longer maintains stability and with a "tail" oscillation. The pulse peak and pulse propagation velocity can also be modulated by the line-width.

Key words: Quantum optics; Maxwell-Bloch equations; Inhomogeneous broadening two-level system; Area theorem; Propagation of ultra-short pulse



ZHANG Hua-rong was born in 1984. In 2006 he was enrolled in Sun Yat-Sen University as a M. S. degree candidate at School of Physics and Engineering. His research interests focus on quantum optics and ultrafast phenomena.



YU Xiang-yang was born in 1965. He received the Ph. D. degree from School of Physics & Engineering, Sun Yat-Sen University, in 1998. He is an associate professor of State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-sen University, Guangzhou, China. His research interests focus on quantum optics, ultrafast phenomena and nonlinear optic.