

基于 CT 数据一致性的双多项式射束硬化校正改进*

张砚博, 汤少杰, 牟轩沁[†]

(西安交通大学 图像处理与模式识别研究所, 西安 710049)

摘 要: 针对目前各种校正算法对条状伪影校正效果不显著, 分析了条状伪影的产生原因. 由此考虑射线穿过不同骨厚度对软组织投影贡献的影响, 对基于 H-L 一致性条件的双多项式校正算法的软组织校正多项式改进. Forbild 头部模体的仿真结果表明, 该改进方法对杯状伪影和条状伪影都有良好的校正效果.

关键词: 射束硬化; H-L 一致性条件; 多项式校正; 条状伪影

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)08-2131-4

0 引言

XCT 的投影和重建理论一直基于单能谱 X 线源投影模型, 而实际的 XCT 的球管放射的是宽能谱 X 射线, 使医学 X 线 CT 重建图像中存在射束硬化伪影, 主要包括杯状伪影和条状伪影. 目前对于射束硬化有许多校正方法, 如水袋校正^[1], 双能量法, 迭代校正法^[2], 多项式校正法等^[3-4], 但多数方法都是工程上的解决方法, 而且对条状伪影的校正不甚理想. 2004 年, 牟轩沁, 俞恒永^[5]等构造了二维扇形束的 Helgasson-Ludwig 一致性条件(即 H-L 一致性条件), 并且在此基础之上, 求解预先设定的非线性方程参量, 从而达到了线性校正的目的. 继而牟轩沁, 汤少杰和俞恒永^[6-7]于 2006 年在 SPIE 上发表了两篇文章, 提出了基于 H-L 一致性条件的射束硬化校正方法, 并对多种校正算法进行了比较, 校正效果显著.

1 基于 H-L 一致性的射束硬化校正

1.1 等角扇形束 CT 投影数据 H-L 一致性条件

假设紧支撑图像的理想扇形束线积分投影结果为 $g_f(\gamma, \beta)$. 图 1 为二维等角扇束 CT 扫描的几何关系, X 线源 S 到探测器中心的距离为 D , D_-, D_+ 是 X 射线探测器. 由于扇形束投影几何被现代医学 X 线 CT 普遍采用, 所以后续讨论默认该种几何模式. 定义

$$m_{i,k} = \iint_{\Omega} x^i y^k f(x, y) dx dy \quad (i \geq 0, k \geq 0) \quad (1)$$

$$Q_d(\beta) = \sum_{r=0}^d \binom{d}{r} m_{r,d-r} \cos^r(\beta) \sin^{d-r}(\beta) \quad (2)$$

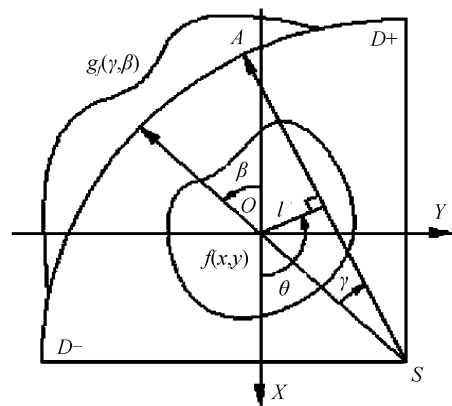


图 1 二维等角扇束 CT 投影几何关系
Fig. 1 Geometry of 2D equi-angular fan-beam

$$v_d(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_f(\gamma, \beta + \gamma\pi/2) (D \sin \gamma)^d D \cos \gamma d\gamma \quad (3)$$

则有扇束 CT 投影数据 H-L 一致性条件^[7]

$$v_d(\beta) = Q_d(\beta) \quad (4)$$

特别地, 当 $d=0$ 时有 $Q_0(\beta) = m_{0,0}$, 为一独立于扇形束投影角度 β 的常量, 即图像所有像素值之和, 该值在 CT 重建前为未知量. 根据扇形束 CT 数据一致性条件有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_f(\gamma, \beta + \gamma\pi/2) D \cos \gamma d\gamma = m_{0,0} \quad (5)$$

1.2 应用 H-L 一致性条件校正射束硬化

假定成像过程中, X 光机绕原点旋转一周, 共获得 N 个角度扇束图像投影, 投影经过预处理, 可以得到扇束图像投影 $g_f(\gamma, \beta)$, 其中 β 取值分别为 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$. 假定 β 下的扇束投影有 $M (M > N)$ 个均匀采样数据, $g_f(\gamma, \beta)$ 的离散化形式可以记为

$$\begin{cases} \hat{g}_{i,j} = \hat{g}_f(\gamma_i, \beta_j) \\ \hat{g}_{i,j} = g_f(\gamma_i, \beta_j) \end{cases} \quad (1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N) \quad (6)$$

式中 $\hat{g}_{i,j}$ 是非线性变换(即宽能谱投影)后的结果, $g_{i,j}$ 是理想的线性投影结果. 不考虑噪音的影响, 则有

$$\hat{g}_{i,j} = T(\Theta, g_{i,j}) \quad (1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N) \quad (7)$$

* 国家自然科学基金(60472004、60551003)和教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0828)资助

[†] Tel: 029-82663719 Email: xqmou@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2008-07-10

修回日期: 2008-09-11

式中 Θ 为非线性变换 T 的参量向量.

考察 H-L 一致性条件,有

$$\sum_{i=1}^M g_f(\gamma_i, \beta_j + \gamma_i - \pi/2) (D \sin \gamma_i)^d D \cos \gamma_i = \sum_{r=0}^d \binom{d}{r} m_{r,d-r} \cos^r(\beta_j) \sin^{d-r}(\beta_j) \quad (1 \leq j \leq N, 0 \leq d \leq N-1) \quad (8)$$

由于非线性变换 T 是单调增函数,故 T 可逆,其逆变换记为 T^{-1} ,则有

$$g_{i,j} = T^{-1}(\hat{g}_{i,j}) \quad (1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N) \quad (9)$$

设 S_k 是 $1, x, x^2, \sqrt{x}, \dots, x^k, \sqrt[k]{x} (k \geq 2)$ 所张成的函数空间,即

$$S_k = \text{span}\{1, x, x^2, \sqrt{x}, \dots, x^k, \sqrt[k]{x}\} \quad (10)$$

则有

$$S_2 \subset S_3 \subset \dots \subset S_k \subset \dots \subset S_\infty \quad (11)$$

那么对于任何一个非线性函数 T^{-1} ,都可以用 S_k 中的函数来逼近, k 越大,逼近效果越好.也就是说 $T^{-1}(x)$ 可以写作

$$T^{-1}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + b_2 \sqrt{x} + \dots + a_k x^k + b_k \sqrt[k]{x} + O(\min(x^k, \sqrt[k]{x})) \quad (12)$$

如果能够确定系数,便可以达到校正的目的.由 T 的定义可知,式中 $a_0 = 0$.

当 $2k < N-1$ 时,令

$$p(j, \omega) = \sum_{i=1}^M [\hat{g}_f(\gamma_i, \beta_j + \gamma_i - \pi/2)]^\omega \cdot D \cdot \cos \gamma_i \quad (13)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p(1,1) & p(1,2) & p(1,1/2) & \dots & p(1,k) & p(1,1/k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p(N,1) & p(N,2) & p(N,1/2) & \dots & p(N,k) & p(N,1/k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{X} = [a_1 \quad a_2 \quad b_2 \quad \dots \quad a_k \quad b_k]^\top \quad (15)$$

$$\mathbf{E} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad 1]^\top \quad (16)$$

式中 $\hat{g}_f(\gamma_i, \beta_j + \gamma_i - \pi/2)$ 可以通过插值得到,根据 $d=0$ 时的 H-L 一致性条件可得

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = m_{0,0} \mathbf{E} \quad (17)$$

式(17)是一个 $2k$ 元一次的线性方程组,由最小二乘法,便可以得到多项式校正系数向量的最优解

$$\mathbf{X} = m_{0,0} (\mathbf{A}^\top \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^\top \mathbf{E} \quad (18)$$

系数 $m_{0,0}$ 虽然是不确定的,但它可被灰度映射过程所吸收.在本文中取 $k=3$.

在应用 H-L 一致性条件进行双多项式校正时,首先对宽能谱投影数据进行重建,并将重建图像分割成骨皮组织和软组织两部分后分别重新投影.计算出各个投影方向上的骨皮组织和软组织对投影的贡献,通过式(18)得出校正系数向量式(20),并代入式(21)分别得到校正后的投影 P ,通过式(19)获得最终校正投影数据.

$$g_f(\gamma_i, \beta_j) = P(\alpha_3, r(\gamma_i, \beta_j) \hat{g}_f(\gamma_i, \beta_j)) + P(\beta_3, (1-r(\gamma_i, \beta_j)) \hat{g}_f(\gamma_i, \beta_j)) \quad (19)$$

$$\begin{cases} \alpha_3 = [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_{1/2} \alpha_3 \alpha_{1/3}] \\ \beta_3 = [\beta_1 \beta_2 \beta_{1/2} \beta_{1/3}] \end{cases} \quad (20)$$

$$P(\alpha_3, \hat{g}) = \alpha_1 \hat{g} + \alpha_2 \hat{g}^2 + \alpha_{1/2} \hat{g}^{1/2} + \alpha_3 \hat{g}^3 + \alpha_{1/3} \hat{g}^{1/3} \quad (21a)$$

$$P(\beta_3, \hat{g}) = \beta_1 \hat{g} + \beta_2 \hat{g}^2 + \beta_{1/2} \hat{g}^{1/2} + \beta_3 \hat{g}^3 + \beta_{1/3} \hat{g}^{1/3} \quad (21b)$$

式(19)中 $r(\gamma_i, \beta_j)$ 为软组织对投影的贡献比例.

2 改进的校正算法

在双多项式校正时将宽能谱投影重建图像分割成两部分,求出投影方向上各组织的投影贡献后分别校正,在分析中可以看到该算法对条状伪影的校正虽有一定效果但并不明显.条状伪影产生是由于骨皮组织和软组织对 X 射线的硬化程度不一致,当射束穿过骨皮组织厚度较长时,射束硬化程度较大,这样射束硬化程度高的射线穿过相同厚度的软组织时对 X 光的衰减程度小,重建后该部分的软组织灰度值较低,因此形成条状伪影.以往的多项式校正都没有考虑到该因素,故对条状伪影的校正并不理想.

物质对 X 射线的衰减量是物质对 X 光的衰减系数沿该路径的积分,即对于多种物质对 X 光的衰减量只与沿 X 射线路径方向上各物质的厚度有关,与穿过各物质的先后顺序无关.故可以等效在对模体投影时,各个射线都是先穿过骨皮组织再穿过软组织^[8].在穿过骨皮组织之前各方向 X 射线都是经过了 35 mm 铝板的过滤,故骨皮组织对投影的贡献可以通过前面提到的多项式来校正.而软组织是通过了 35 mm 的铝板和不同厚度的骨皮组织的过滤,故对软组织投影贡献值校正时应当考虑射束穿过的骨皮组织厚度对其的影响.虽然无法知道其影响作用的具体函数关系式,但是可以通过幂级数展开得到近似的多项式

$$P(\alpha_3, \hat{g}) = \alpha_1 \hat{g} l^{k_1} + \alpha_2 \hat{g}^2 l^{k_2} + \alpha_{1/2} \hat{g}^{1/2} l^{k_{1/2}} + \alpha_3 \hat{g}^3 l^{k_3} + \alpha_{1/3} \hat{g}^{1/3} l^{k_{1/3}} + \dots \quad (22)$$

式中 l 表示射束穿过的骨皮组织厚度, $K = [k_1 \quad k_2 \quad k_{1/2} \quad k_3 \quad k_{1/3} \dots]$ 表示对应的多项式中骨皮组织厚度的指数,实际校正过程中取多项式的前 5 项,并以式(22)替代式(21a).由于射线穿过的骨皮组织厚度差异对软组织投影贡献影响不大,所以指数 K 的选择应对多项式(22)中低阶项无明显影响,故将 K 的前三项取为 0.此外,为了避免在实际的投影数据采集过程和图像分割重投影所引入的噪音被放大,指数 K 不宜过大,根据这一原则,并通过大量实验数据得

到 K . 这里取为 $K=[0\ 0\ 0\ 2\ 1/2]$.

3 仿真与分析

以 $z=0$ mm 处的 Forbild 头部模体^[9]切片进行仿真实验,宽能谱 X 射线能量为 120 kVp,等效单能谱 X 射线为 66 keV,旋转中心 O 到射线源 S 以及到检测器中心的距离均为 500 mm^[10],如图 1. 射束经过 35 mm 铝板滤波,采用 Feldkamp 算法进行重建,重建图为 512×512 像素. 图 2(a)和(b)分别为单能谱和宽能谱重建图像,显示窗位为 $[0.018\ 5, 0.020\ 5]$. 图 3 为骨皮组织和软组织之间分割阈值为 0.030 9 时由改进算法校正后的 CT 重建图,显示窗位同图 2. 通过图 4 显示了校正后重建图像分别与单能谱、宽能谱重建图像之差,以便更好的观察

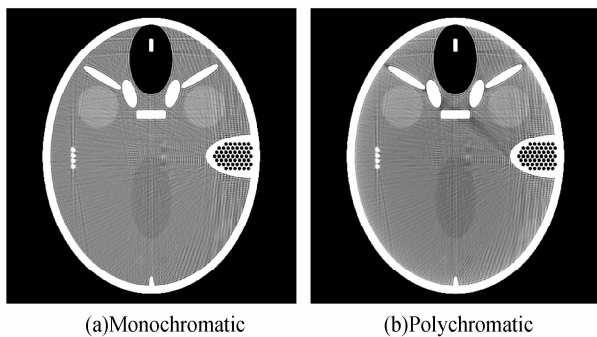


图 2 重建图像
Fig. 2 Reconstruction

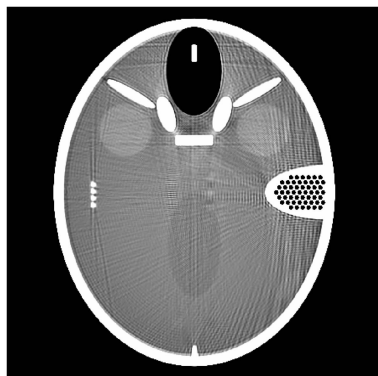


图 3 改进后校正重建
Fig. 3 Improved corrected reconstruction

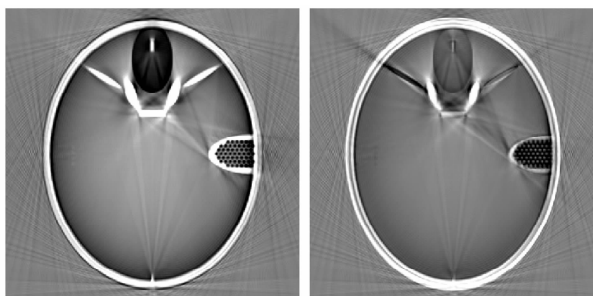


图 4 伪影对比
Fig. 4 Artifacts comparison

对伪影的校正情况,其显示窗位为 $[-0.000\ 5, 0.000\ 5]$. 从图 4 可以看出,校正后对条状伪影有显著的校正效果,而且不会产生其它较明显的伪影.

图 5 分别对 CT 重建图像水平位置第 360 行、垂直位置第 256 列处像素进行校正前后的对比,其中校正前后偏差曲线放大 10 倍显示. 从图 5(a)中可以看到,软组织部分校正后的偏差曲线较校正前更平直,说明对于杯状伪影有校正效果,但是存在过校正现象. 从图 5(b)中可以看到,对于各部分组织都有显著的校正效果. 由于通过 H-L 一致性条件得出多项式的系数,只能使校正后的射线投影从总体上满足一致性条件,但不能保证得到的校正多项式对于各个投影值都能很好的校正,因此导致对某些投影校正不足,而对另一些投影则校正过度,这使得校正后的重建图像会有欠校正和过校正现象.

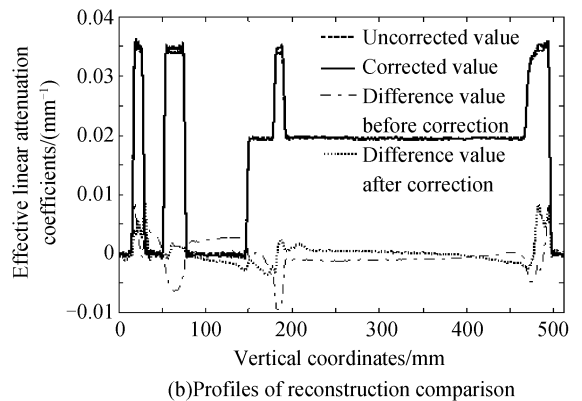
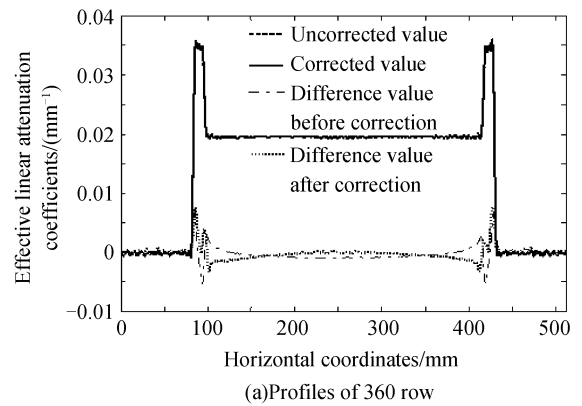


图 5 校正前后剖面比较
Fig. 5 Profiles of 256 column

4 结论

该算法从条状伪影的成因出发,对基于 H-L 一致性条件的双多项式校正进行了改进. 改进后对条状伪影的校正效果明显优于使用传统的双多项式校正方法,达到了理论上的预期效果.

参考文献

[1] BROOKS R A, CHIRO G D. Beam hardening in X-ray reconstructive tomography[J]. *Phys Med Biol*, 1976, 21(3): 390-398.

- [2] YAN C H, WHALEN R T, BEAUPRE G S, *et al.* Reconstruction algorithm for polychromatic CT imaging: application to beam hardening correction [J]. *IEEE Trans Medical Imaging*, 2000, **19**(1): 1-11.
- [3] YANG Min, LU Hong-nian, LU Yuan. Method of beam hardening correction for CT reconstruction [J]. *Optical Technology*, 2003, **29**(2): 177-178.
杨民, 路宏年, 路远. CT 重构中射线硬化的校正研究[J]. *光学技术*, 2003, **29**(2): 177-178.
- [4] WANG Li-ming, ZHAO Ying-liang, HAN Yan. A universal method of CT image hardening correction[J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2005, **19**(1): 52-56
王黎明, 赵英亮, 韩焱. 一种通用 CT 图像硬化校正算法研究[J]. *测试技术学报*, 2005, **19**(1): 52-56.
- [5] YU Heng-yong, MOU Xuan-qin, CAI Yuan-long. Calibration of cone-beam rotational X-Ray image sequence [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2004, **13**(3): 424-428.
- [6] MOU Xuan-qin, TANG Shao-jie, YU Heng-yong. Comparison on beam hardening correction of CT based on H-L consistency and normal water phantom experiment[C]. *SPIE*, 2006, **6318**: 63181V~1-63181V~12.
- [7] MOU Xuan-qin, TANG Shao-jie, YU Heng-yong. A beam hardening correction method based on HL consistency[C]. *SPIE*, 2006, **6318**: 63181U~1-63181U~10.
- [8] NALCIOGLU O, LOU R Y. Post-reconstruction method for beam hardening in computerised tomography[J]. *Phys Med Biol*, 1979, **24**(2): 330-340.
- [9] LAURITSCH G, BRUDER H. Head phantom [EB/OL]. (1998-01-01)[2008-8-7]. [http://www. imp. uni-erlangen. de/phantoms/head/head.html](http://www.imp.uni-erlangen.de/phantoms/head/head.html).
- [10] TANG Shao-jie, MOU Xuan-qin, YAN Hao. Simulation calculation of phantom projections based on physics model of medical X-Ray imaging [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2006, **40**(8): 901-905.
汤少杰, 牟轩沁, 闫浩. 基于医学 X 射线成像物理模型的模体投影仿真计算[J]. *西安交通大学学报*, 2006, **40**(8): 901-905.

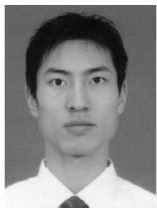
Improvement of Bi-polynomial Method for Beam Hardening Correction Based on Consistency of CT Data

ZHANG Yan-bo, TANG Shao-jie, MOU Xuan-qin

(*Institute of Image Processing & Pattern Recognition, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

Abstract: Due to all kinds of correction algorithms have little effects on streak artifact at present, the reason of streak artifact is analyzed. Therefore, considering that the influence of soft tissue caused by the X-rays which penetrate through different bone thicknesses are different, the soft tissue correction polynomial in Bi-Polynomial correction method is improved based on H-L consistency condition. Forbild head phantom simulation results show that the improved algorithm can get better correction effect on both cupping artifact and streak artifact.

Key words: Beam hardening; H-L consistency; Polynomial correction; Streak artifact



ZHANG Yan-bo was born in 1984. He is pursuing the Ph. D. degree at Xi'an Jiaotong University, and his research interests focus on medical image processing for CT.