

大气湍流中高斯空心涡旋光束的焦面光强分布*

仓吉, 张逸新[†], 徐建才

(江南大学 理学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要:运用广义惠更斯-菲涅耳原理和相位结构函数的平方近似,研究了聚焦高斯空心涡旋光束通过湍流大气传输后在焦平面内的光强分布的理论模型,同时分析了不同大气折射率结构常数 C_n^2 、聚焦距离、光束拓扑荷和湍流外尺度对焦面光强分布特性的影响.结果表明:随着聚焦距离的增加,焦面光强分布由中央凹陷状向高斯分布转变.弱湍流对焦面光强分布的影响可以忽略;高拓扑荷光束在湍流大气中传输时光波奇异性的保持较低拓扑荷奇异光束要强;随着湍流外尺度增加,焦面光强分布的中央凹陷状变浅,光强分布变平滑.

关键词:大气光学;光学涡旋;大气湍流;焦斑;光束传输

中图分类号: TN929.12; P427.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)08-2122-4

0 引言

近年来,涡旋光束由于其在现代光学中的广泛应用而越来越受到人们的重视^[1-2],对光学涡旋的研究已逐渐发展成为一门新的光学分支——奇异光学^[3].光学涡旋有螺旋式相位结构,光场中存在奇异点,在奇异点处,振幅为零且相位不确定.任何光束,若具有拓扑荷为的螺旋式相位结构 $\exp(in\theta)$,则其带有光学涡旋且携带轨道角动量^[4-5].目前,人们已广泛研究了涡旋光束在自由空间和近轴光学系统中的传输特性.然而大气湍流将改变光束的传输特性和降低光束的质量,正因为如此,人们对此已进行了大量研究^[6-9].文献[6]研究了空间受限激光束的湍流扩展特性,Young 研究了高阶模激光束的扩展特性^[7].季小玲等采用将部分相干双曲余弦高斯光束用厄米——高斯光束的非相干叠加表示的方法研究了其通过湍流大气的光束扩展问题^[8]以及研究了一维线阵离轴高斯光束通过湍流大气的传输特性^[9].张逸新研究了部分相干涡旋光束和 Helmholtz-Gauss 光束在大气湍流中的传输效应^[10-11].然而,大气湍流对聚焦奇异光束焦面强度的影响研究很少.本文以高斯束为载波基束的空心涡旋光束为模型,详细研究了这类光束被聚焦后在大气湍流中传输到达成像焦平面时的光强分布特性,文章重点分析湍流强度、焦距、光源拓扑荷以及湍流外尺度对焦斑强度的影响.

1 理论分析

设聚焦空心涡旋光束在入射面 $z=0$ (发射孔径

为 a 处的场分布可表示为^[12]

$$E(\mathbf{r}, 0) = U(\mathbf{r}, 0) \exp(-i \frac{k}{2f} \mathbf{r}^2) \quad (1)$$

$$U(\mathbf{r}, 0) = E_0 \left[\frac{\sqrt{2}r}{\omega_0} \right]^n \exp \left[-\frac{r^2}{\omega_0^2} \right] \exp(in\theta) \exp(i\omega t) \quad (n=0, 1, 2, 3 \dots) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{r}=(r, \theta)$ 是光源平面内的二维位置矢量, n 是光学涡旋的拓扑荷, ω 为角频率, ω_0 是高斯波的束腰.光场的涡旋特性由相位因子 $\exp(in\theta)$ 所决定,式中指数项表示曲率半径为 f 的会聚球面波相位因子, $U(\mathbf{r}, 0)$ 表示入射到会聚透镜的光波.

在近轴近似下,由广义惠更斯——菲涅耳原理可计算得出大气湍流中接收面上激光的平均光强^[13-14]

$$I(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{k^2}{4\pi^2 z^2} \int_0^a \int_0^a \int_0^a \int_0^a E(\mathbf{r}_1, 0) E^*(\mathbf{r}_2, 0) \exp \left[\frac{ik}{2z} (\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho})^2 - \frac{ik}{2z} (\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho})^2 \right] \times \langle \exp[\Psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho})] + \Psi^*(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\rho}) \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (3)$$

式中符号 $\langle \rangle$ 表示对大气湍流介质的系综平均, $I(\boldsymbol{\rho}, z)$ 为平均光强, $\boldsymbol{\rho}=(\rho, \varphi)$ 是接收面上的位置矢量, z 为传输距离,且 $d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\theta_1 d\theta_2$.对于会聚光束而言 $z=f$,即接收面位于焦平面.

采用修正 Von Karman 折射率起伏谱

$$\phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2) [\kappa_0^2 + \kappa^2]^{-11/6}, \quad \kappa_0 = 1/L_0, \kappa_m = 5.92/l_0$$

式中 L_0, l_0 分别为湍流的内外尺度,和运用相位结构函数的平方近似,等式(3)中的系综平均可表达为^[7]

$$\langle \exp[\Psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}) + \Psi^*(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\rho})] \rangle = \exp \left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\tilde{\rho}_0^2} \right] \quad (4)$$

式中 $\tilde{\rho}_0^2 = \rho_0^2 [1 - 0.715\kappa_0^{1/3}]^{-1}$, $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$

[†] Tel: 0510-85912271

Email: zyx@jiangnan.edu.cn

收稿日期: 2008-05-29

修回日期: 2008-06-30

为球面波在大气湍流中传输时的长期相干长度^[14], C_n^2 为大气折射率结构常数,其表征湍流的强弱.

将式(1)、(2)和(4)代入式(3),经过整理化简可将式(3)表达为

$$I(\boldsymbol{\rho}, f) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left[\frac{2}{\omega_0^2} \right] \int_0^a \int_0^a \int_0^a \int_0^a E_0^2 \exp(\alpha r_1^2 + \alpha r_2^2) \times \exp[in(\theta_1 - \theta_2)] \exp\left[\frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2}\right] \cos(\theta_1 - \theta_2) \times \exp\left\{\frac{ik}{f}[-\rho r_1 \cos(\theta_1 - \varphi) + \rho r_2 \cos(\theta_2 - \varphi)]\right\} \times r_1^{n+1} r_2^{n+1} dr_1 dr_2 d\theta_1 d\theta_2 \quad (5)$$

式中

$$\alpha = -\omega_0^{-2} - \tilde{\rho}_0^{-2} \quad (6)$$

应用积分公式^[15]

$$\exp[i\xi \cos(\theta - \varphi)] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l(\xi) \exp[i l(\theta - \varphi)] \quad (7)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp[-in\theta_1 + \eta \cos(\theta_1 - \theta_2)] d\theta_1 = 2\pi \exp(-in\theta_2) I_n(\eta) \quad (8)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp(im\theta) d\theta = \begin{cases} 2\pi & (m=0) \\ 0 & (m \neq 0) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $J_l(x)$ 是 l 阶贝塞尔函数, $I_n(x)$ 是 n 阶虚宗量贝塞尔函数,可以得出湍流大气中传输聚焦涡旋光束在焦面处的光强分布理论关系

$$I(\boldsymbol{\rho}, f) = \left[\frac{2\pi E_0}{\lambda f} \right]^2 \times \left[\frac{2}{\omega_0^2} \right]^n \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int_0^a \int_0^a \exp[\alpha(r_1^2 + r_2^2)] \times J_l\left[\frac{k\rho r_1}{f}\right] J_l\left[\frac{k\rho r_2}{f}\right] I_{l+n}\left[\frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2}\right] r_1^{n+1} r_2^{n+1} dr_1 dr_2 \quad (10)$$

2 大气湍流传输光束焦面长期平均光强分布特性

为了进一步分析大气湍流、拓扑荷、焦距、湍流外尺度等因子对焦面光强的影响,采用数值分析技术研究式(10)所反映的规律.由于接收面光强分布的对称性,本文采用二维模拟曲线图,文中图的横坐标为接收焦面上的点离传输光轴的距离,纵坐标为接收焦面上的归一化平均光强.图 1 给出了不同焦距条件下 ($z = f = 2\,000\text{ m}, 3\,000\text{ m}, 4\,000\text{ m}, 6\,000\text{ m}$), 聚焦涡旋光束在大气湍流中的焦面平均光强分布特性.光源的参量取束腰半径 $\omega_0 = 0.05\text{ m}$, 发射端孔半径 $a = 0.05\text{ m}$, 波长 $\lambda = 1\,060\text{ nm}$, 拓扑荷 $n = 1$, 大气折射率结构常数取 $C_n^2 = 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$, 湍流外尺度为 $L_0 = 0.6\text{ m}$.从图中可以看出,当这光束在湍流大气中传输时,其焦面光强变化经历了三个阶段,在短焦距处光束仍保持中央凹陷状的光强

分布,随着焦距长度增加,其光强分布逐渐变为平顶分布,最后,在远场处光束退化变为高斯分布.

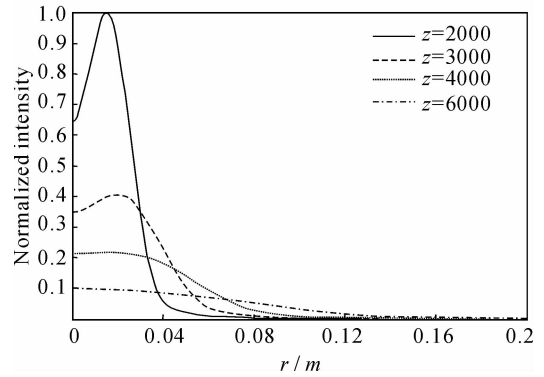
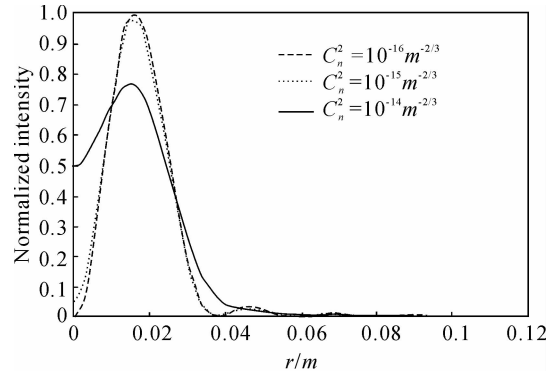
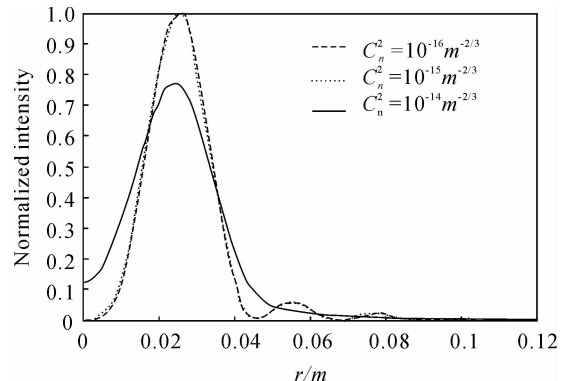


图 1 大气湍流中聚焦涡旋光束不同焦距焦面平均光强分布
Fig. 1 Normalized averaged intensity distribution of focused vortex beams with Gaussian background on the focal plane in turbulent atmosphere for different focused distance

图 2 给出了不同湍流强度条件下,聚焦涡旋光束在大气湍流中的焦面平均光强分布特性.光源的参量同图 1,传输距离 $z = f = 2\,000\text{ m}$.图 2(a)、(b) 分别给出了涡旋光束拓扑荷分别为 $n = 1$ 和 2 时,焦



(a) $n=1$



(b) $n=2$

图 2 大气湍流中聚焦涡旋光束不同湍流强度条件下焦面平均光强分布

Fig. 2 Normalized averaged intensity distribution of focused vortex beams with Gaussian background on the focal plane in turbulent atmosphere for different turbulent strength

面光强分布随大气折射率结构常数($C_n^2 = 10^{-16} m^{-2/3}$, $10^{-14} m^{-2/3}$)变化而变化的规律, 湍流外尺度为 $L_0 = 0.6$ m. 从图中可以看出, 光束在湍流大气中传输时, 其焦面光强的中央凹陷状随着湍流强度的增加而逐渐变浅; 在弱湍流情况下, 湍流对该传输光束焦面光强分布影响很小, 可以忽略; 而湍流达到中等湍流以上后, 中央凹陷明显变浅, 并且光强分布的边缘振荡现象消失, 这是由于大气湍流导致光束相干性降低, 对光强分布起到平滑调制作用. 比较图 2 (a)、(b)可知, 涡旋拓扑荷 n 越大, 即光束的奇异性越强, 焦面光强分布受大气湍流的影响越小, 即光束抗大气湍流干扰的能力特别是在高拓扑荷时较强.

图 3 给出了不同光源拓扑荷($n=1, 3, 4, 5$)聚焦涡旋光束通过大气湍流传输后在焦面上的长期光强分布特性. 光源参量取 $\omega_0 = 0.05$ m, $a = 0.05$ m, 焦距取 $f = 2000$ m, 湍流外尺度为 $L_0 = 0.6$ m. 由图 3 可见, 不论在弱湍流还是在强湍流情况下, 涡旋光束的拓扑荷越大, 焦斑光强分布的中央空心区域越大, 光强的振荡现象越显著.

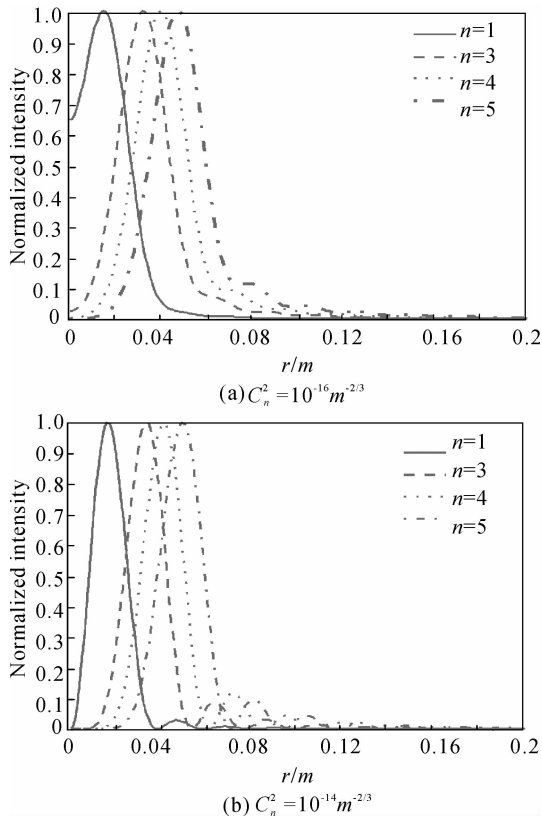


图 3 大气湍流中聚焦涡旋光束不同拓扑荷条件下焦面平均光强分布

Fig. 3 Normalized averaged intensity distribution on the focal plane of focused vortex beams with Gaussian background in turbulent atmosphere for different optical topological charge

0.4 m, 0.6 m, 1 m, 2 m), 聚焦涡旋光束在大气湍流中的焦面长期平均光强分布特性, 光源参量与图 1 相同, 焦距 $f = 2000$ m, 湍流强度取 $C_n^2 = 10^{-14} m^{-2/3}$. 从图中可以看出, 随着湍流外尺度的增加, 焦面光强分布的中央凹陷状变浅, 旁瓣光强分布现象消失. 这是因为湍流外尺度越大, 大气湍流对光束的整体漂移加大, 使得中央凹的平均光强升高, 从而使旁瓣光强分布消失, 中心光强增大.

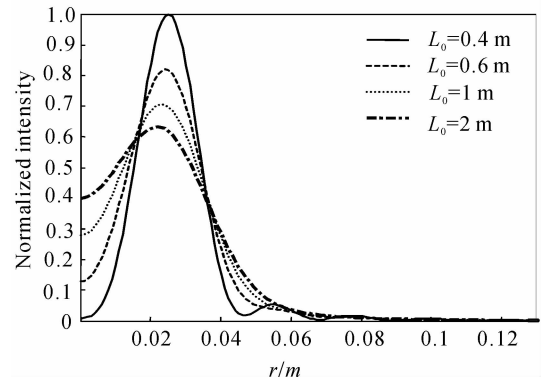


图 4 大气湍流中聚焦涡旋光束不同湍流外尺度下焦面平均光强分布, $n=2, \lambda=1060$ nm, $f=2000$ m

Fig. 4 Normalized averaged intensity distribution of focused vortex beams with a Gaussian background on the focal plane in turbulent atmosphere for different turbulent outer scale with $n=2, \lambda=1060$ nm, $f=2000$ m.

3 结论

本文运用广义惠更斯-菲涅耳原理, 研究了聚焦高空空心涡旋光束经过大气湍流传输在焦面上的光强分布特征, 采用数值方法详细分析了会聚焦距、光束拓扑荷、湍流强度以及湍流外尺度对焦斑强度分布的影响. 研究表明: 这类光束在大气湍流中传输时, 随着会聚透镜呈现的焦距的变长, 焦斑强度分布的中央凹陷逐渐向平顶状的光强分布过渡, 最后转化为高斯形状. 弱湍流对焦面光强分布的影响可以忽略; 高拓扑荷光束在湍流大气中传输时光波奇异性的保持较低拓扑荷奇异光束要强. 随着大气湍流增强, 光束的相干性相应减弱, 从而使焦斑中央光强不再为零凹陷, 并且使周围旁瓣光强分布消失; 另外, 随着湍流外尺度增加, 焦面光强分布的中央凹陷状变浅, 光强分布变平滑.

参考文献

- [1] HELSETH L H. Optical vortices in focal regions[J]. *Opt Commun*, 2004, **229**: 85-91.
- [2] BEKSHAIEV A Y, SOSKIN M S, VASNETSOV M V. Transformation of higher-order optical vortices upon focusing by an astigmatic lens[J]. *Opt Commun*, 2004, **241**: 237-247.
- [3] SOSKIN M S, VASNETSOV M V. A comprehensive review of optical vortices [M]//WOLF E. *Progress in optics*. Amsterdam, Elsevier, 2001: 219-276.

图 4 给出了不同湍流外尺度条件下 ($L_0 =$

- [4] TAO S H, YUAN X C, LIN J, *et al.* Residue orbital angular momentum in interferenced double vortex beams with unequal topological charges[J]. *Opt Express*, 2006, **14**(2): 535-541.
- [5] SCHMITZ C H J, UHRIG K, SPATZ J P, *et al.* Tuning the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. *Opt Express*, 2006, **14**(15): 6604-6612.
- [6] FEIZULIN Z I, KRAVTSOV Y A. Broadening of a laser beam in a turbulent medium[J]. *Radio Quantum Electron*, 1967, **10**(1): 33-35.
- [7] YOUNG C Y, GILCHREST Y V, MACON B R. Turbulence-induced beam spreading of higher-order mode optical waves[J]. *Opt Eng*, 2002, **41**(5): 1097-1103
- [8] JI Xiao-ling, HUANG Tai-xing, LU Bai-da. Spreading of partially coherent cosh-Gaussian beams propagating through turbulent atmosphere[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 978-982.
季小玲,黄太星,吕百达.部分相干双曲余弦高斯光束通过湍流大气的光束扩展[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 978-982
- [9] JI Xiao-ling, TANG Ming-yue. Propagation properties of one-dimensional off-axis Gaussian beams through the turbulent atmosphere[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4986-4973.
季小玲,汤明月.一维线阵离轴高斯光束通过湍流大气的传输特性[J]. *物理学报*, 2006, 55(9):4986-4973.
- [10] ZHANG Yi-xin, TANG Min-xia, TAO Chun-kan. Partially coherent vortex beams propagation in a turbulent atmosphere[J]. *Chin Opt Lett*, 2005, **3**(10): 559-561.
- [11] ZHANG Yi-xin, ZHU Tuo. Propagation of Helmholtz-Gauss beams in weak turbulent atmosphere[J]. *Chin Opt Lett* 2008, **6**(2): 79-81.
- [12] GOODMAN J W. Introduction to Fourier optics[M]. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [13] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [14] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE Press, 1998.
- [15] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series and products[M]. New York: Academic Press, 2000.

Intensity Distribution of Focused Hollow Vortex Beams with a Gaussian Background in Turbulent Atmosphere

CANG Ji, ZHANG Yi-xin, XU JIAN-cai

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: Based on the extended Huygens-Fresnel principle and the quadratic approximation of phase structure function, the theoretical modal of optical intensity distribution on the focal plane for focused hollow vortex beams with a Gaussian background propagating in turbulent atmosphere was investigated and obtained. The effects of atmospheric index structure constant C_n^2 , topological charge, focal length and beam wavelength on optical intensity distribution on the focal plane were analyzed. The results indicate that with the increase of focal length, the intensity distribution on the focal plane varies from central-dip form to Gaussian distribution. The effects of weak turbulence on intensity distribution are negligible. The maintenance of singularity of vortex beams with larger topological charge in turbulent atmosphere is better than that for vortex beams with smaller topological charge. The central-dip form of the intensity distribution becomes shallow and the intensity distribution becomes smooth with the turbulence outer scale increasing.

Key words: Atmospheric optics; Optical vortex; Atmospheric turbulence; Focal spot; Beam propagation



CANG Ji was born in 1986 and received the B. S. degree from Jiangnan University in 2007. Now, he is a postgraduate student at Jiangnan University, majoring in optical engineering. His current research interests focus on optical wireless communication and atmospheric optics.