

光束在尾流气泡中传输的复散射效应*

孙春生^{1,2}, 张晓晖¹, 朱东华¹

(1 海军工程大学 兵器工程系, 武汉 430033)

(2 国防科技大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073)

摘要:为了解光束在尾流气泡中的传输特性,为前向光尾流的探测提供理论依据,研究了光束在尾流中传输时传播方向上和横截面方向上的辐射强度分布特性.基于辐射传输方程的小角度近似解,得到了探测截面上的约化强度和漫射强度的表达式,其中漫射强度表征了复散射的强弱;针对典型的尾流气泡分布,通过数值计算分析了光束传输方向上的约化强度和漫射强度与接收视场角、光学厚度和光束大小的关系,也计算分析了光束横截面方向上的辐射强度随光束大小和横向距离的变化关系.结果表明,光束在尾流气泡中传输时复散射效应明显,且复散射的强弱与接收视场角、光束直径、光学厚度和横向距离密切相关.

关键词:复散射;辐射传输方程;尾流;气泡

中图分类号:O436.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2009)08-2077-5

0 引言

尾流是舰船运动时产生的一段包含大量气泡的湍流区域,尾流区的物理学特征与周围海水明显不同^[1].关于尾流及其物理学特征已得到不同程度的研究,如尾流的几何形状^[2]、声学特性^[1]及光散射特性^[3,4]等.但关于光束在尾流中传输时的特性还未见文献报道,由于尾流中的气泡可视为海水中大量存在的相对折射率小于 1 的离散颗粒,因此光束在尾流中的传输特性必将与其在海水中传输时不同,而研究光束在尾流气泡中的传输特性对于前向光尾流的探测具有理论指导意义,有必要对这一问题进行深入研究.

根据已有的实测数据,尾流中气泡的数密度在 10^6 m^{-3} 以上^[2,5],且尾流气泡群的相函数具有前向高值特征^[6],因此光束在尾流中传输时将产生复散射现象.目前已有的研究前向光尾流光学特性及探测的文献都没有考虑复散射的影响^[7-8].本文采用辐射传输方程^[9]分析光束在尾流气泡中传输的复散射效应,将尾流中传输的光束的辐射强度区分为漫射强度和约化强度(漫射和约化强度的定义见文献^[9])两部分,其中漫射强度表征了复散射的强弱;根据尾流气泡的光散射特性,尾流气泡的散射光能量大部分集中在前向小角度范围内^[10],因此在这里将辐射传输方程作前向小角度近似;通过求解小角度辐射传输方程和数值计算分析了漫射强度和约化强

度随气泡的光学厚度、探测器的接收视场角、光束直径和光束横截面上横向距离的变化关系,得到了光束在尾流气泡中传输的复散射特性.本文的研究未考虑湍流对光束的影响.

1 理论和计算模型

气泡可看作为海水中的离散“颗粒”,在此忽略其它颗粒的影响,仅考虑尾流气泡对光束的复散射效应,将海水近似地视为均匀的背景介质,在这种近似条件下光束在尾流中的传输可视为光束在以气泡为散射颗粒的离散介质中的传输.本文的理论基础是小角度辐射传输方程,Fante^[11]和 Zardecki^[12]等人曾经用此方法研究过激光束在雨和雾中的传输问题.

1.1 小角度辐射传输方程

尾流气泡的线度远大于入射光波长,气泡的散射光大部分集中在前向小角度范围内,因此光波在舰船尾流中传播时,辐射亮度分布函数 $L(\phi, \rho, z)$ 满足小角度辐射传输方程

$$\left(\phi \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial}{\partial z} + c\right)L(\phi, \rho, z) = b \int p(\phi - \phi') \cdot L(\phi', \rho, z) d\phi' \quad (1)$$

式中 ϕ 为单位传输矢量在垂直于 Z 轴的横向截面上的投影; ρ 为垂直于 Z 轴的横向位置矢量; $L(\phi, \rho, z)$ 表示坐标点 (ρ, z) 处的辐射亮度; b, c 分别表示气泡群的体散射系数和体消光系数; $p(\phi)$ 表示气泡群的散射相函数,其精确值可由 Mie 散射理论^[13]计算得到.为便于公式推导和计算,根据尾流气泡群散射光强的分布特性,可将尾流气泡的相函数 $p(\phi)$ 作高斯近似

* 国家重点基础研究发展计划资助

Tel: 027-83443519

Email: scs96581@163.com

收稿日期: 2008-06-10

修回日期: 2008-06-26

$$p(\phi) = \frac{\alpha^2}{\pi} \exp(-\alpha^2 \phi^2) \quad (2)$$

式中 α 可以通过 Mie 散射理论算得的气泡群的散射图像拟合得到。

采用 Fante 和 Zardecki 等人求解高峰值相位函数传输方程的方法^[11-12], 将辐射亮度分为约化亮度 L^u 和漫射亮度 L^s 两个部分

$$L(\phi, \rho, z) = L^u(\phi, \rho, z) + L^s(\phi, \rho, z) \quad (3)$$

式中 L^u 表示未经二次以上散射的那部分辐射. 为简化计算过程, 假设沿 Z 轴传播的入射光为准直高斯光束, 则 $z=0$ 处的辐射亮度为^[12]

$$L(\phi, \rho, z=0) = P_0 \pi^{-1} \gamma^2 \delta^{(2)}(\phi) \exp(-\gamma^2 \rho^2) \quad (4)$$

式中 $\delta^{(2)}(\phi)$ 是狄拉克函数, P_0 为 $z=0$ 处的光功率, γ 与高斯光束束腰 w_0 满足关系: $\gamma = \sqrt{2}/w_0$.

根据式(2)~(4), 采用傅里叶变换方法, 由式(1)可以得到 $L^u(\phi, \rho, z)$ 和 $L^s(\phi, \rho, z)$ 的表达式为

$$L^u(\phi, \rho, z) = P_0 \pi^{-1} \gamma^2 \delta(\phi) \exp(-\gamma^2 \rho^2) \exp(-cz) \quad (5)$$

$$L^s(\phi, \rho, z) = \frac{P_0 b \exp(-cz)}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} dz' [\Delta(z')]^{-1} \exp(bz') \cdot \exp\left(-\frac{K(z')\rho^2 - L(z')\phi \cdot \rho + M(z')\phi^2}{\Delta(z')}\right) \quad (6)$$

式中 $K(z') = \frac{(1 + N_0 \bar{S}_{\text{sca}} z')}{4\alpha^2}$, $L(z') = \frac{2z' + N_0 \bar{S}_{\text{sca}} z'^2}{4\alpha^2}$, $M(z') = \frac{z' + N_0 \bar{S}_{\text{sca}} z'^3/3}{4\alpha^2} + \frac{w_0^2}{8}$, $\Delta(z') = 4KM - L^2$.

在极坐标 (θ, φ) 中, 矢量 ϕ 可以表示为

$$\phi_x = \theta \cos \varphi, \phi_y = \theta \sin \varphi \quad (7)$$

对具有 $2\theta_v$ 视场角、垂直于光轴且中心在光轴上的接收截面来说, 接收到的漫射强度 $E^s(\theta_v, \rho, z)$ 和约化强度 $E^u(\theta_v, \rho, z)$ 可分别由方程(5)和(6)对角度 φ 在区间 $(\theta, 2\pi)$ 和角度 θ 在区间 $(0, \theta_v)$ 上积分得到

$$E^u(\theta_v, \rho, z) = 2P_0 \pi^{-1} w_0^{-2} \exp(-2\rho^2 w_0^2) \cdot \exp(-N_0 \bar{S}_{\text{ext}} z) \quad (8)$$

$$E^s(\theta_v, \rho, z) = \frac{P_0 N_0 \bar{S}_{\text{sca}} \exp(-N_0 \bar{S}_{\text{ext}} z)}{2\pi} \cdot$$

$$\int_0^{\theta_v} \theta d\theta \int_0^{\infty} dz' [\Delta(z')]^{-1} \exp(N_0 \bar{S}_{\text{sca}} z') \cdot \exp\left(-\frac{K(z')\rho^2 + M(z')\theta^2}{\Delta(z')}\right) I_0\left(\frac{L(z')\theta\rho}{\Delta(z')}\right) \quad (9)$$

式(9)中的 I_0 为零阶虚宗量贝塞尔函数。

1.2 尾流气泡群的尺度分布模型

由前面的推导可以看出, 要分析复散射对水中气泡群光束衰减测量的影响, 需要知道气泡群的衰减系数 c 和相函数式(2)中的 α 值. 只要知道了气泡群的尺寸分布函数 $n(r)$ 或概率密度分布函数 $f(r)$, 就可以根据 Mie 理论得到 c 和 α 值. 在本文的计算

中, 气泡群的尺寸分布函数 $n(r)$ 采用了文献[14]中尾流气泡群分布函数, 但不考虑尾流深度的影响, 即

$$n(r) = n_0 (r/r_{\text{peak}})^{-4.5} \quad (r > r_{\text{peak}}) \\ n(r) = n_0 \quad (r < r_{\text{peak}}) \quad (10)$$

式中, n_0 为尾流表面的气泡谱密度; r_{peak} 为气泡群的最可几半径. 尺寸分布函数 $n(r)$ 与尺寸分布概率密度 $f(r)$ 满足关系式

$$n(r) = N_0 f(r) \quad (11)$$

式中 N_0 为气泡群的数密度. 舰船尾流中半径小于 $10 \mu\text{m}$ 的气泡会溶解于水, 半径大于 $150 \mu\text{m}$ 的气泡会在几个数十秒之后浮升到水面而破灭^[1], 因此尺寸分布范围在 $10 \sim 150 \mu\text{m}$ 的气泡能存活较长的时间, 在本文的计算中, 取 $r_{\text{peak}} = 20 \mu\text{m}$, $r_{\text{max}} = 150 \mu\text{m}$, $r_{\text{min}} = 10 \mu\text{m}$. 通过对 Mie 理论计算出的气泡群的相函数按式(2)进行最小二乘拟和, 可以得到 α 值为 431.86. 根据声波共振法对以 15 节速度航行的驱逐舰的尾流气泡的测量结果^[5], 驱逐舰驶过 5 min 后半径为 $80 \sim 1000 \mu\text{m}$ 的气泡群的数密度仍在 $1.5 \times 10^6 \text{m}^{-3}$ 以上. 根据文献[5]中的测量结果和式(10)外推, 可知相同条件下半径为 $10 \sim 150 \mu\text{m}$ 的气泡群的数密度在 $5.28 \times 10^8 \text{m}^{-3}$ 以上, 本文的计算中取 $N_0 = 1.0 \times 10^9 \text{m}^{-3}$, 入射光波长为 532nm . 知道气泡群的分布函数和数密度后, 可由 Mie 理论得到气泡群的衰减系数 c 为 1.2562m^{-1} .

2 数值计算及分析

2.1 复散射效应在光束传输方向上的变化

为了研究光束传输方向上尾流气泡复散射效应与探测器接收视场角、光束直径(以束腰 w_0 表征)和尾流气泡光学厚度的关系, 根据式(8)、(9)和拟和后的尾流气泡的相函数式(2), 计算了三种光学厚度 ($\tau = 0.1, 1, 10$) 和三种光束大小 ($w_0 = 0.5 \text{mm}$, 5mm , 50mm) 条件下的准直高斯光束在尾流气泡中传输时轴上点的漫射强度和约化强度随接收视场角的变化关系, 如图 1. 为了便于图形化比较, 将轴上点辐射强度除以 $E(\theta_v = \infty, r = 0, z = 0)$ 和 $\exp(-\tau)$ 作了归一化处理.

从图 1 可以看出:

1) 光束轴线上的漫射强度随着接收视场角的增大在前向小角度范围内迅速增加, 然后趋于饱和, 光学厚度和光束直径越大, 趋于饱和的速度越慢. 产生这种现象的原因可解释为气泡的漫射强度大部分集中在前向小角度范围内, 导致复散射效应主要出现在前向小角度范围, 且随着光学厚度和光束直径的增大, 发生复散射效应的前向小角度范围扩展了.

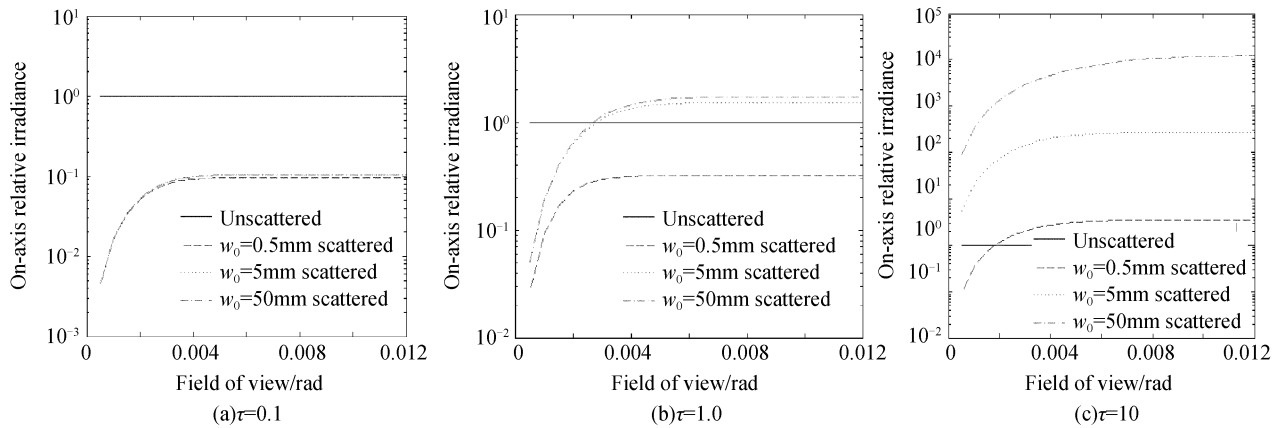


图1 光束轴线上的相对辐射强度随探测器视场角、光束大小和光学厚度的变化关系

Fig.1 Relative irradiance on the beam axis as function of detector FOV, radius of beam waist, and optical depth

2) 相同视场角条件下, 光束直径和光学厚度越大, 光束轴线上的漫射强度越大, 即复散射效应越明显, 视场角越大这种效应越明显. 从图 1(a) 可以看出, 当光学厚度较小时, 复散射强度较小且光束直径对复散射强度的影响很小; 从图 1(b) 可以看出, 当光学厚度不太大且光束束腰大于 5mm 时, 光束直径对复散射强度的影响也较小.

3) 视场角和光学厚度是决定光束轴上点复散射效应强弱的主要因素. 当视场角和气泡光学厚度较小时, 漫射强度远小于约化强度, 如图 1(a); 当视场角和气泡光学厚度较大时, 漫射强度远大于约化强

度, 如图 1(c). 因此通过选择光束参量和测量条件可以控制复散射的强弱.

2.2 复散射效应在光束横截面方向的变化

为了研究尾流气泡复散射效应在光束横向方向上的变化情况, 还计算了三种光学厚度 ($\tau=1, 2, 3$) 和三种光束大小 ($w_0=0.5\text{ mm}, 5\text{ mm}, 50\text{ mm}$) 条件下的准直高斯光束在尾流气泡中传输时光束截面方向的漫射强度和约化强度随横向距离的变化关系, 如图 2. 同样为了便于图形化比较, 将轴上点辐射强度除以 $E(\theta_v=\infty, r=0, z=0)$ 和 $\exp(-\tau)$ 作了归一化处理.

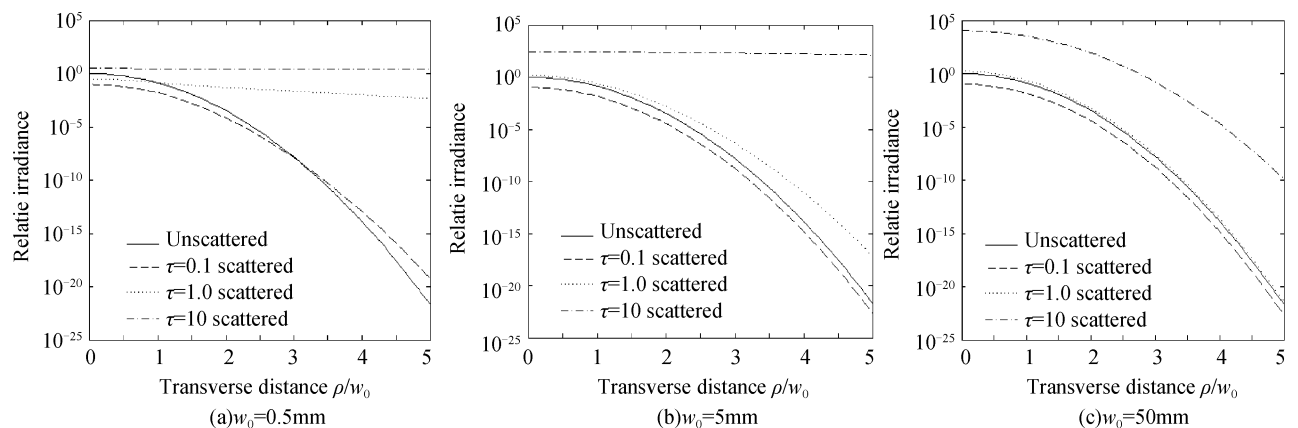


图2 光束截面方向的相对辐射强度随横向距离、光学厚度和光束大小的变化关系

Fig.2 Relative irradiance on the beam cross-section as function of transverse distance, optical depth, and radius of beam waist

从图 2 可以看出:

1) 漫射强度随着横向距离的增加在横向方向上逐渐减小, 且减小幅度明显慢于约化强度. 这种现象正是由尾流气泡的复散射造成的.

2) 相同横向距离和光束直径条件下, 光学厚度越大, 横向方向的漫射强度越大. 这说明了光学厚度的增加使光束在尾流气泡中传输时二次以上的散射次数增加了, 即复散射效应增强了.

3) 在横向等倍数的束腰距离处, 光束直径越小,

漫射强度衰减得越慢, 这种现象也是因为气泡的散射光主要集中在前向小角度范围内造成的, 即横向绝对距离越大, 散射光强度越小.

3 结论

根据本文中数值计算和分析结果, 可以得出: 1) 光束在尾流气泡中传输时易发生复散射现象, 且复散射的强弱与光束参量和测量条件密切相关; 2) 前向光尾流探测时需考虑复散射的影响, 探测前向光

尾流实质上是探测尾流气泡对光束的衰减,目前研究前向光尾流的探测和自导的理论方法有 Mie 理论、小波分析等,但 Mie 理论只适用于单散射条件下起跑群散射特性的分析,小波理论似乎也难以给出透射信号的复散射信息,而本文采用的辐射传输理论的方法可以量化复散射的影响;3) 选择合适的激光束参量和测量条件可减弱复散射的影响,结合工程应用需求,优化光束参量和测量条件后,可以量化复散射的影响,甚至可获得尾流气泡的浓度信息,从而提高尾流探测和自导的准确性和可靠性.

参考文献

- [1] TREVORROW M V, VAGE S, FARMER D M. Acoustical measurements of microbubbles within ship wakes[J]. *J Acoust Soc Am*, 1994, **95**(4): 1922-1930.
- [2] PELTZER R D, GARRETT W D, SMITH P M. A remote sensing study of surface ship wake[J]. *Int J Remote Sens*, 1987, **8**(3): 689-704.
- [3] ZHANG X, LEWIS M, BISSETT W P, *et al.* Optical influence of ship wakes[J]. *Appl Opt*, 2004, **43**(15): 3122-3132.
- [4] SU Li-ping, REN De-ming, QU Yan-chen, *et al.* Study of scattering properties by ship wakes[J]. *Laser Journal*, 2007, **28**(1): 70-71.
苏丽萍,任德明,曲彦臣,等. 舰船尾流散射特性的研究[J]. 激光杂志, 2007, **28**(1): 70-71.
- [5] MINER E W, GRIFFIN O M, SKOP R A. Near-surface bubble motions in sea water[R]. NRL-MR-5756, 1986.
- [6] ZHANG X, LEWIS M, LEE M, *et al.* Volume scattering function of natural bubble populations[J]. *Limnol Oceanogr*, 2002, **47**(5): 1273-1282.
- [7] JI Yan-jun, MA Xiang, HE Jun-hua, *et al.* The influence of bubble on the transmitting of light in wake[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(5): 626-628.
纪延俊,马祥,何俊华,等. 尾流中气泡对光传播的影响[J]. 光子学报, 2004, **33**(5): 626-628.
- [8] XIANG Jian-sheng, HE Jun-hua, CHEN Min, *et al.* Study of character of the forward scattered light of bubbles based on Mie's light scattering theory[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11): 2111-2114.
项建胜,何俊华,陈敏,等. 基于 Mie 光散射理论的尾流气泡前向散射光特性研究[J]. 光子学报, 2007, **36**(11): 2111-2114.
- [9] ISHIMARU A. Wave propagation and scattering in random media [M]. HUANG Run-heng, ZHOU Shi-jian, transl. Beijing: Science Press, 1986.
石丸 A. 随机介质中波的传播和散射[M]. 黄润恒,周诗健,译. 北京: 科学出版社, 1986.
- [10] SUN Chun-sheng, ZHANG Xiao-hui, ZHU Dong-hua. Energy distributing properties of light scattered by ship far wakes [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 2006-2009.
孙春生,张晓晖,朱东华. 舰船远程尾流的散射光能量分布特性[J]. 光学学报, 2008, **28**(10): 2006-2009.
- [11] FANTE R L. Propagation of electromagnetic waves through turbulent plasma using transport theory [J]. *IEEE Trans Antennas Propag*, 1973, **21**(9): 750-755.
- [12] ZARDECKI A, DEEPAK A. Forward multiple scattering corrections as a function of detector field of view [J]. *Appl Opt*, 1983, **22**(19): 2970-2976.
- [13] BOHREN C F, HUFFMAN D R. Absorption and scattering of light by small particles[M]. New York: Wiley, 1983.
- [14] TREVORROW M V. Boundary scattering limitation of fish detection in shallow waters [J]. *Fisheries Research*, 1998, **35**: 127-135.
- [15] JI Bang-jie, LIU Ji-fang, DENG Zhong-fang. Optimized Gaussian Fitting Algorithm for scattered light's spatial spectrum intensity distribution of wake bubbles based on theory of wavelets [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(10): 1520-1524.
冀邦杰,刘继芳,邓仲芳. 基于小波分析的气泡光散射空间谱强度分布的高斯拟和算法优化[J]. 光子学报, 2007, **36**(10): 1520-1524.

Multiple Scattering of Laser Beam Propagating in Ship Wakes

SUN Chun-sheng^{1,2}, ZHANG Xiao-hui², ZHU Dong-hua²

(1 *Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China*)

(2 *College of Optoelectronic Science and Technology, National University of Defence Technology, Changsha 410073, China*)

Abstract: Intensity distributing characters on the axis of Gaussian beam propagating in ship wakes and on the cross-section vertical to the beam axis are investigated to understand the transferring property of laser beam in wakes and to provide the theoretic basis for detecting ship wakes by forward light beam attenuation. Based on the solution of the radiation transfer equation in the narrow angle approximation, the formulations for radiation intensity, which is divided into un-scattered intensity and scattered intensity denoting the extent of multiple scattering, detected by received section are derived. Given a typical bubbles' distributing function, numerical computations and analysis are given for the un-scattered intensity and scattered intensity on the beam axis relating to detector's view of field, optical depth, and beam size; similarly the numerical results are also presented for the radiation intensity on the cross-section vertical to the beam axis relating to transverse distance and beam size. The results show that the multiple scattering coming from laser beam propagating in ship wakes is obvious, and the extent of multiple scattering has a close connection with view of field, beam size, optical depth, and transverse distance.

Key words: Multiple scattering; Radiative transfer equation; Wakes; Bubbles



SUN Chun-sheng is a Ph. D. degree candidate at College of Optoelectronic Science and Technology, NUDT. His research interests focus on laser detection.