

# 耦合微环谐振腔光波导有限尺寸效应的优化\*

徐玉峰, 黄辉, 黄永清, 陈海波, 任晓敏

(北京邮电大学 电信工程学院光通信与光波技术教育部重点实验室, 北京 100876)

**摘要:**对耦合微环谐振腔光波导中的有限尺寸效应进行了研究. 在 CMROW 两端引入抗反射结构, 采用数值方法对抗反射中的三个交叉耦合系数进行了优化, 消除了透射谱和群时延谱的有限尺寸效应. 数值计算得到了弱耦合和强耦合情况下抗反射结构中优化交叉耦合系数的拟合公式, 可以直接计算出消除有限尺寸效应时所需的优化参量.

**关键词:**光波导; 微环谐振腔; 有限尺寸效应; 优化

**中图分类号:** TN252; TN256

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2009)08-1991-5

## 0 引言

微环谐振腔在密集波分复用系统中具有广阔的应用前景, 并且有可能实现大规模光路集成, 因而成为研究热点. 数个微环谐振腔耦合结构可以用来实现多种光通信器件<sup>[1-3]</sup>. 当微环谐振腔的级联个数较多时, 相互耦合的微环谐振腔就构成了一种全新的耦合微环谐振腔光波导 (Coupled Microring Resonator Optical Waveguide, CMROW)<sup>[4]</sup>. 在 CMROW 中, 微环谐振腔之间的相互耦合会导致模式分裂<sup>[5]</sup>, 因此 CMROW 的透射谱和群时延谱中存在多峰现象, 这种多峰现象被称为 CMROW 的有限尺寸效应. 有限尺寸效应的存在会对 CMROW 的滤波或光时延线特性造成不利影响, 因此如何通过优化 CMROW 的耦合参量来消除有限尺寸效应就显得非常必要. 文献[6-8]对 CMROW 中的有限尺寸效应优化进行了研究, 但是优化效果或方法均不理想. 文献[6]利用紧束缚近似方法和 Breit-Wigner 散

射公式, 给出了双参量优化时的表达式, 但是只能针对极弱耦合条件进行优化. 文献[7]采用数值计算的方法对 CMROW 进行了研究, 但是优化过程极为复杂, 且未能给出明确的优化参量表达式, 这样如果结构参量略有变化就需要重新进行非常复杂的计算去找寻新的优化参量. 文献[8]利用光纤布拉格光栅中的切趾函数来处理谐振腔之间的耦合系数, 但这种方法对有限尺寸效应只是略有改进, 达不到理想效果.

本文在 CMROW 的两端另外再插入两个微环谐振腔作为抗反射结构, 通过优化抗反射结构中微环谐振腔之间的交叉耦合系数来消除 CMROW 中的有限尺寸效应. 通过数值计算得到了能有效消除 CMROW 中有限尺寸效应的优化参量表达式, 并能同时处理弱耦合和强耦合的情形.

## 1 CMROW 的理论分析

CMROW 的结构示意图及其中的场分布如图 1,

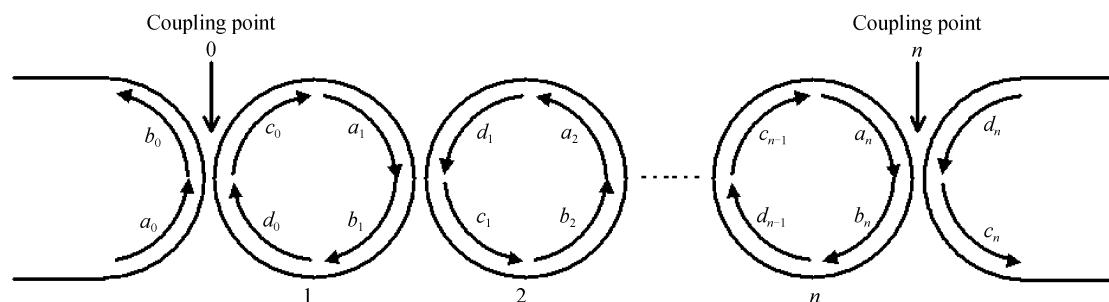


图 1 CMROW 结构

Fig. 1 Schematic diagram of CMROW

\* 国家重点基础研究发展计划 (2003CB314900)、国家高技术研究发展计划 (2006AA03Z416; 2007AA03Z418)、国际科技合作重点项目计划 (2006DFB11110)、教育部“长江学者和创新团队发展计划” (IRT0609) 和国家 111 计划项目 (B07005) 资助

Tel: 010-62284004-84

Email: xyfengcn@gmail.com

收稿日期: 2008-06-09

修回日期: 2008-08-25

假设在任意一个耦合点均具有相同的交叉耦合系数  $\kappa$  和自耦合系数  $\sigma$ , 不考虑耦合损耗情况下有  $\kappa^2 + \sigma^2 = 1$ . 采用类似光线光栅中传输矩阵的方法<sup>[9-10]</sup>可以得到图 1 中第  $N-1$  个 ( $N=1, 2, \dots, n+1$ ) 耦合点左右两侧的场分布  $(a_{N-1} \ b_{N-1})^T$  和  $(c_{N-1} \ d_{N-1})^T$  满足如下耦合矩阵方程

$$\begin{bmatrix} c_{N-1} \\ d_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{i}{\kappa} \begin{bmatrix} 1 & \sigma \\ \sigma & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{N-1} \\ b_{N-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

若不考虑微环谐振腔中的损耗,第  $N$  个微环谐振腔内的场分布  $(a_N \ b_N)^T$  和  $(c_{N-1} \ d_{N-1})^T$  满足相位关系矩阵

$$\begin{bmatrix} a_N \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\Phi/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Phi/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{N-1} \\ d_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $\Phi$  表示电磁波在微环谐振腔中绕行一周的相移.由式(1)、(2)可得整个 CMROW 左右两端的场分布  $(a_0 \ b_0)^T$  和  $(c_N \ d_N)^T$  满足如下的矩阵方程

$$\begin{bmatrix} c_N \\ d_N \end{bmatrix} = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{P})^n \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{P} = \frac{i}{\kappa} \begin{bmatrix} 1 & \sigma \\ \sigma & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} e^{-i\Phi/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Phi/2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

令  $\mathbf{M}_C = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{P})^n$ ,其表示整个 CMROW 的转移矩阵.假设 CMROW 右端不存在入射场,即  $d_n = 0$ .可得到图 1 中 CMROW 的反射系数  $r_c$  和透射系数  $t_c$  分别为

$$r_c = \frac{b_0}{a_0} = -\frac{\mathbf{M}_C(2,1)}{\mathbf{M}_C(2,2)} \quad (6)$$

$$t_c = c_n/a_0 = \mathbf{M}_C(1,1) - \frac{\mathbf{M}_C(1,2)\mathbf{M}_C(2,1)}{\mathbf{M}_C(2,2)} \quad (7)$$

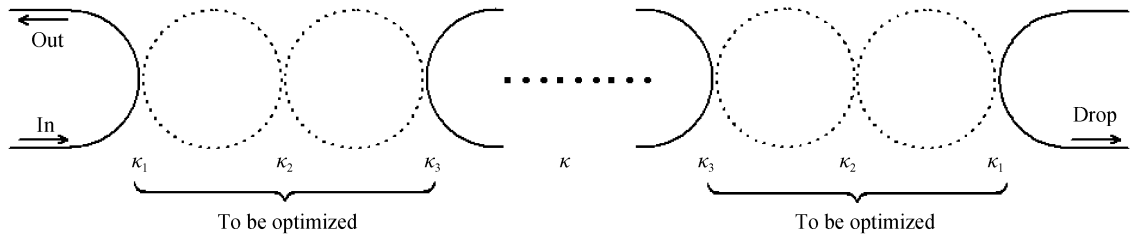


图 3 CMROW 的优化结构

Fig.3 Schematic diagram of CMROW with antireflection structures

在考虑 AS 的影响后,包含 AS 和 CMROW 的新的耦合微环谐振腔系统的转移矩阵可以表示成

$$\mathbf{M}_{ASC} = \mathbf{M}_R \cdot [\mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q})^{n-1}] \cdot \mathbf{M}_L \quad (8)$$

式中  $\mathbf{M}_L = \mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{M}_R = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}_3$  分别表示 CMROW 左右侧 AS 的转移矩阵.包含 AS 和 CMROW 的新的耦合微环谐振腔系统的透射谱可以由式(7)类似计算得到.

从图 2 可知对于一个由  $n$  个微环谐振腔构成的 CMROW,其透射谱中存在  $n-1$  个极小值.每一个透射率极小值可以用  $T_{\min}(k)$  来表示,其中  $k=1, \dots, n-1$ .可以定义一个变量  $\Delta T$

式中  $\mathbf{M}_C(j, k) (j, k=1, 2)$  表示  $\mathbf{M}_C$  相应的矩阵元.考虑一个由 11 个微环谐振腔构成的 CMROW,当耦合点之间的交叉耦合系数均取为  $\kappa=0.3$  时,由式(7)可以计算得到 CMROW 的透射谱如图 2,由图中可以看出 CMROW 的透射谱存在严重的有限尺寸效应,CMROW 的通带只有数个频率点的透射率为 1,而其他频率的透射率远低于 1,因此必须消除 CMROW 的有限尺寸效应,使透射谱尽可能的平坦化.

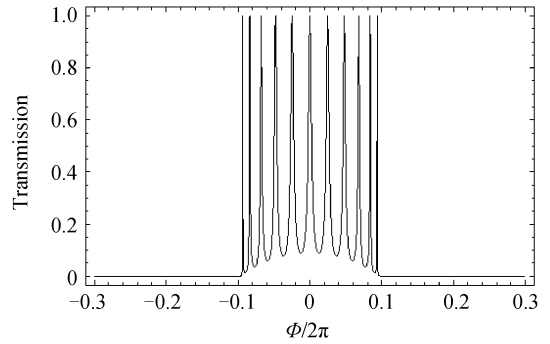


图 2 由 11 个微环谐振腔构成的 CMROW 的透射谱  
Fig.2 Transmission of CMROW consisting of 11 microring resonators

## 2 有限尺寸效应的优化方法

有限尺寸效应的优化方法是在 CMROW 的两端对称的引入由两个微环谐振腔构成的抗反射结构 (Antireflection Structure, AS), AS 中的交叉耦合系数分别表示为  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ , 如图 3.

$$\Delta T = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} 1 - T_{\min}(k)}{n-1} \quad (9)$$

很显然  $\Delta T$  可以表征有限尺寸效应的大小,对于任意的  $\kappa \in (0, 1)$ ,如果能够找出合适的  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  的取值使得  $\Delta T$  最小,即可以有效地消除 CMROW 中的有限尺寸效应.但  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa$  的取值组合具有无穷多个,不可能找出最理想的值,因此可以把  $\kappa \in (0, 1)$  中的数代入式(9)进行数值计算去找寻能使  $\Delta T$  最小化的  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ , 然后采用拟合的方法得到  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  相对于  $\kappa$  的函数关系.

### 3 有限尺寸效应的优化结果

数值计算结果表明 CMROW 中相邻微环谐振腔之间的耦合分别为弱耦合( $\kappa < 0.1$ )和强耦合( $\kappa \geq 0.1$ )时, $\kappa_1$ 、 $\kappa_2$ 、 $\kappa_3$  相对于  $\kappa$  的函数关系很难用一个表达式来进行统一描述.

#### 3.1 弱耦合时的优化结果( $\kappa < 0.1$ )

弱耦合时的数值计算结果以及根据计算结果拟合得到的曲线如图 4. 优化的  $\kappa_1$ 、 $\kappa_2$ 、 $\kappa_3$  相对于  $\kappa$  的

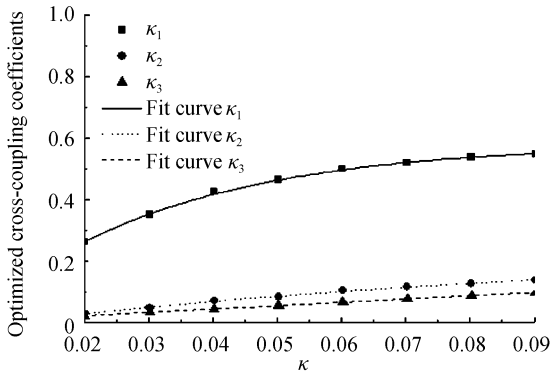


图 4 弱耦合情况下的优化交叉耦合系数  
Fig. 4 Optimized cross-coupling coefficients with weak coupling

拟合函数关系可以分别表示为

$$\kappa_1 = 0.58224 - 0.62042 \exp\left[\frac{\kappa}{-0.03029}\right] \quad (10)$$

$$\kappa_2 = 0.24526 - 0.26544 \exp\left[\frac{\kappa}{-0.09852}\right] \quad (11)$$

$$\kappa_3 = 0.00053 + 1.08573\kappa \quad (12)$$

根据式(10)、(11)、(12)即可针对弱耦合情况下 CMROW 中不同的交叉耦合系数  $\kappa$  直接计算得到 AS 中三个需要优化的交叉耦合系数的值. 例如 CMROW 中的交叉耦合系数取为  $\kappa = 0.045$  时,由式(10)、(11)、(12)计算得到的优化参数分别为  $\kappa_1 = 0.444$ ,  $\kappa_2 = 0.078$ ,  $\kappa_3 = 0.05$ . 根据上述优化参数计算一个总共包含 25 个微环谐振腔的 CMROW 的透射谱和群时延谱在优化前和优化后的结果如图 5. 从图中可以看出在优化前 CMROW 的有限尺寸效应非常严重,而优化后有限尺寸效应得到了极大的改善. 对比图 5(a)和(b)可以看出,在优化参数下 CMROW 整个通带的中心频率附近 85% 的带宽范围内,有限尺寸效应几乎完全消除,在通带的边缘有限尺寸效应得到了一定的改善,但没有完全消除,不过结果已经比较理想.

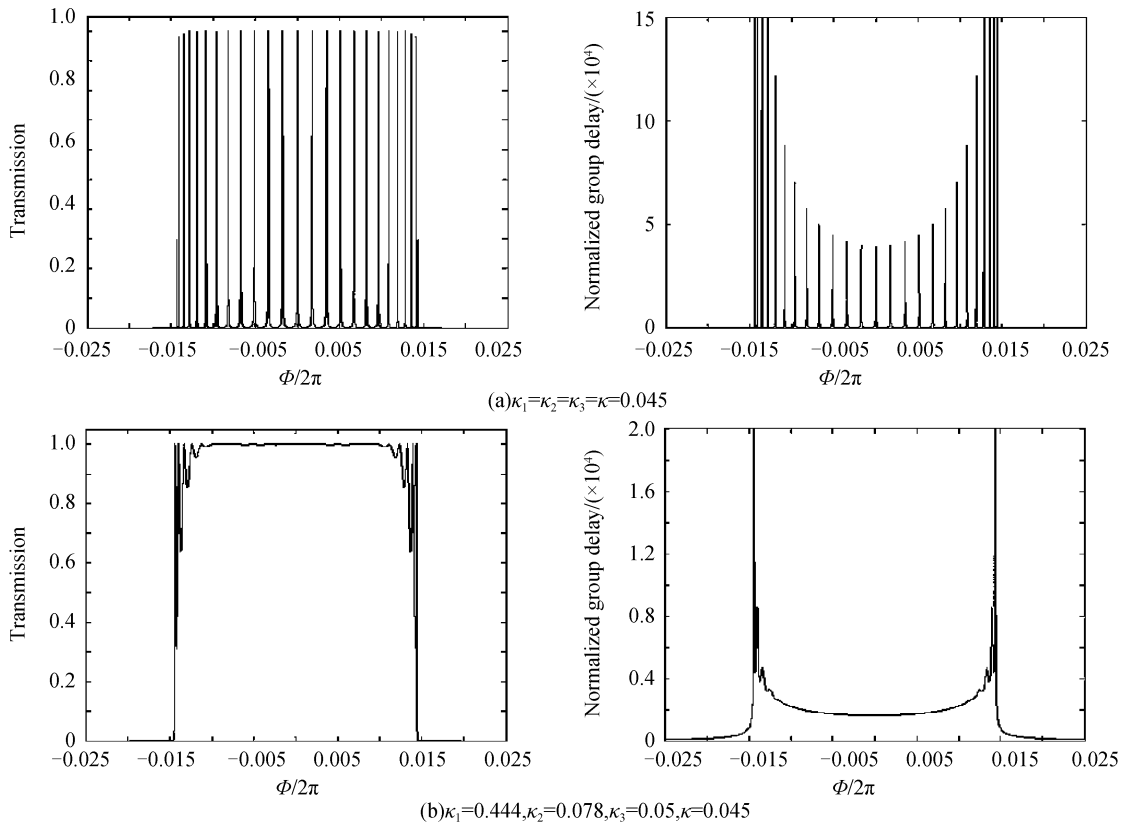


图 5 优化前(a)和优化后(b)的透射谱和群时延谱对比  
Fig. 5 Transmission and normalized group delay (a) without optimization (b) with optimization

#### 3.2 强耦合时的优化结果( $\kappa \geq 0.1$ )

强耦合时,数值计算结果以及根据计算结果拟

合得到的曲线如图 6.  $\kappa_1$ 、 $\kappa_2$ 、 $\kappa_3$  相对于  $\kappa$  的拟合函数关系可以分别表示为

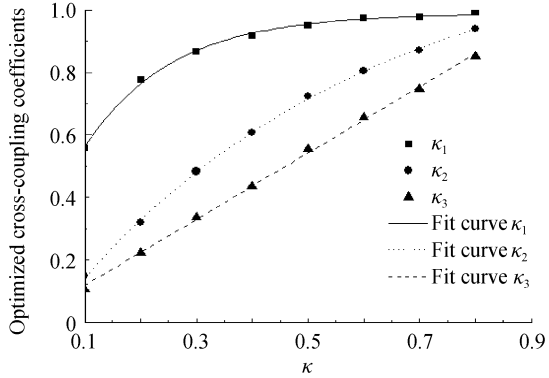


图 6 强耦合情况下的优化交叉耦合系数  
Fig. 6 Optimized cross-coupling coefficients with strong coupling

$$\kappa_1 = 0.988\ 28 - 0.805\ 53 \exp\left[\frac{\kappa}{-0.157\ 37}\right] \quad (13)$$

$$\kappa_2 = 1.246\ 36 - 1.322\ 83 \exp\left[\frac{\kappa}{-0.548\ 75}\right] \quad (14)$$

$$\kappa_3 = 0.012\ 08 + 1.060\ 21 \kappa \quad (15)$$

根据式(13)、(14)、(15)即可对强耦合情况下 CMROW 中不同的交叉耦合系数  $\kappa$  直接计算得到 AS 中三个需要优化的交叉耦合系数的值. 例如

CMROW 中的交叉耦合系数取为  $\kappa = 0.7$ , 由式(13)、(14)、(15)计算得到的优化参量分别为  $\kappa_1 = 0.979, \kappa_2 = 0.878, \kappa_3 = 0.755$ . 和弱耦合情形一样, 根据上述优化参量计算一个总共包含 25 个微环谐振腔的 CMROW 的透射谱和群时延谱在优化前和优化后的结果如图 7. 对比图 7(a)和(b)可以看出, 在优化参量下 CMROW 整个通带的中心频率附近 80% 的带宽范围内, 有限尺寸效应得到了极大改善, 在通带的边缘有限尺寸效应也得到了一定的改善, 但没有完全消除. 理论上来说, 优化的参量个数越多, 优化的结果越好, 但是相应的计算越困难. 从结果来看, 优化三个参量即可以达到比较好的效果. 此外, 在前面提到谐振腔数目的增加会导致 CMROW 的透射谱和群时延谱谐振峰的增多, 因此需要特别提醒的是, 式(10)~(15)在处理包含数百个谐振腔的大尺寸系统时同样有效. 谐振腔数目的增加对优化后的透射谱和群时延谱的影响不大, 主要表现在光谱边缘的谐振峰的数目会增加, 但是对中间的平坦区域几乎没有影响.

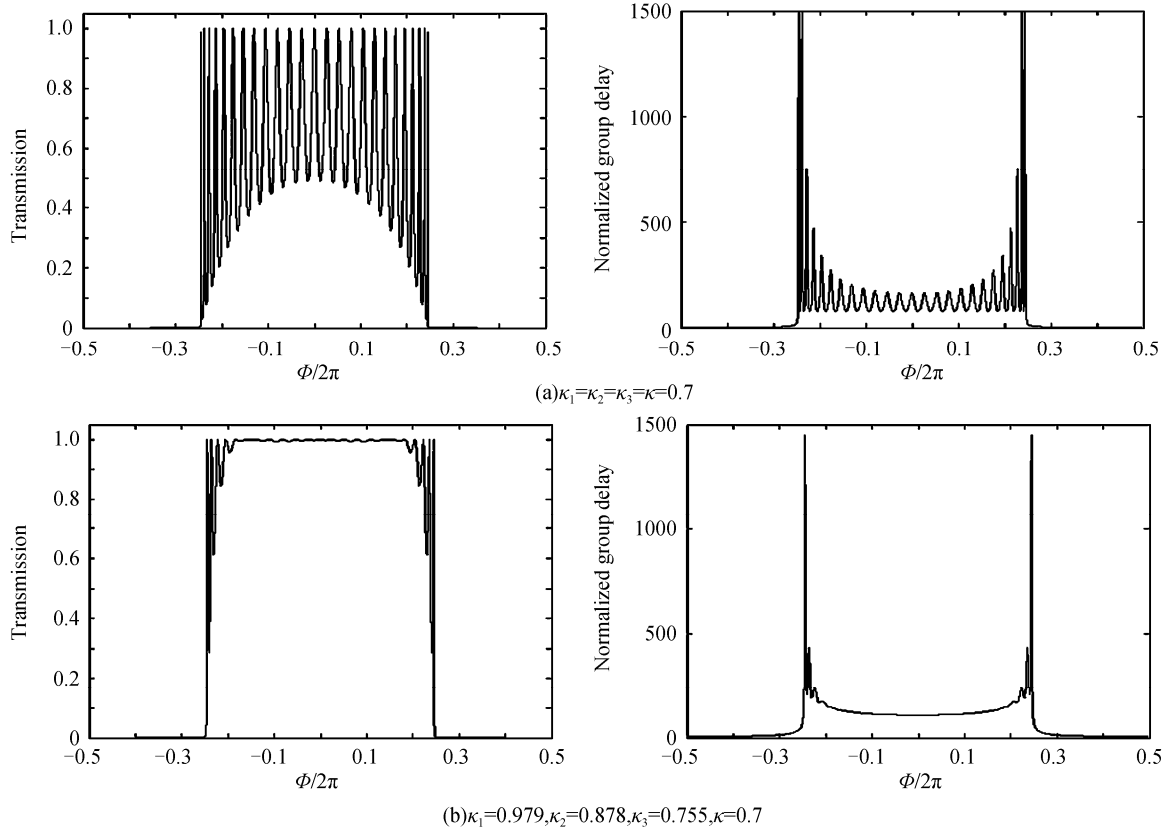


图 7 优化前和优化后的透射谱和群时延谱对比  
Fig. 7 Transmission and normalized group delay without optimization with optimization

### 4 结论

本文对 CMROW 中的有限尺寸效应进行了研究, 在 CMROW 的两端分别引入由两个微环谐振腔

构成的抗反射结构后, 采用数值计算方法对抗反射结构中的交叉耦合系数进行了优化, 分别得到了弱耦合和强耦合情况下优化交叉耦合系数的拟合公式. 根据文中给出的拟合公式, 可以很容易地直接计

算出消除 CMROW 的有限尺寸效应所需的优化参量. 根据拟合公式得到的优化结果表明, 无论 CMROW 中的耦合是弱耦合还是强耦合, CMROW 的透射谱和群时延谱的有限尺寸效应均能被有效消除.

#### 参考文献

- [1] BELAROUCI A, HILL K B, LIU Y, *et al.* Design and modeling of waveguide-coupled microring resonator [J]. *Journal of Luminescence*, 2001, 35-38.
- [2] LI Li, ZHANG Xin-lu, SUN Ping-ping, *et al.* Transient response and applications of microring resonator-coupled mach-zehnder interferometer [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(10):1788-1792.  
李立, 张新陆, 孙平平, 等. 耦合环形腔马赫-曾德尔干涉仪瞬态响应及应用[J]. 光子学报, 2007, 36(10):1788-1792.
- [3] MILOS A P, TYMON B, MICHAEL R W. Multistage high-order microring-resonator add-drop filters[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(17):2571-2573.
- [4] YARIV A, XU Y, LEE R K. Coupled-resonator optical waveguide; a proposal and analysis[J]. *Opt Lett*, 1999, 24(11):711-713.
- [5] SMITH D D, CHANG H, FULLER K A. Whispering-gallery mode splitting in coupled microresonators[J]. *J Opt Soc Am B*, 20(9):1967-1974.
- [6] CHAK P, SIPE J E. Minimizing finite-size effects in artificial resonance tunneling structures[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(17):2568-2570.
- [7] SUMETSKY M, EGGLETON B J. Modeling and optimization of complex photonic resonant cavity circuits[J]. *Opt Express*, 2003, 11(4):381-391.
- [8] CAPMANY J, MUNOZ P, DOMENECH J D, *et al.* Apodized coupled resonator waveguides[J]. *Opt Express*, 2007, 15(16):10196-10206.
- [9] ZHANG Zi-jia, WANG Chang-ming. Investigation of the transfer matrix of the fiber gratings [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(6):1073-1077.  
张自嘉, 王昌明. 光纤光栅传输矩阵研究[J]. 光子学报, 2007, 36(6):1073-1077.
- [10] ZHOU Zhi, PAN Wei, LUO Bin, *et al.* A fast simulation method for sampled fiber bragg gratings with periodic index distribution[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(12):2266-2269.  
周志, 潘炜, 罗斌, 等. 折射率周期分布取样光纤 Bragg 光栅的快速分析方法[J]. 光子学报, 2007, 36(12):2266-2269.

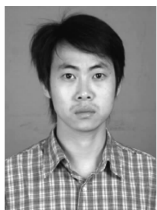
## Optimization of Finite-size Effects in Coupled Microring Resonator Optical Waveguide

XU Yu-feng, HUANG Hui, HUANG Yong-qing, CHEN Hai-bo, Ren Xiao-min

(Key laboratory of Optical Communicatino & Lightwave Technology, Ministry of Education, School of Telecommunication Engineering, Beijing University of Posts & Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** The finite-size effects in Coupled Microring Resonator Optical Waveguide (CMROW) are investigated. The transmission and normalized group delay are optimized by inserting antireflection structures in both ends of CMROW. The fit formulas of optimized cross-coupling coefficients in antireflection structures are obtained for both weak coupling and strong coupling. With the fit formulas, the suitable cross-coupling coefficients can be calculated directly and easily. The simulation results show that, optimization can be well realized with the fit formulas.

**Key words:** Optical waveguide; Microring Resoantor; Finite-size effect; Optimization



**XU Yu-feng** was born in 1979. He is a Ph. D. candidate of Beijing University of Posts & Telecommunications. His current research interests focus on pass and active devices in optical communications.