

超短激光脉冲操控双量子比特的量子态*

张小冬,余向阳[†]

(中山大学 光电材料与技术国家重点实验室,广州 510275)

摘 要:用光与物质相互作用的半经典理论研究了超短激光脉冲与构成双量子比特的二体二能级体系的相互作用,对由不同的激发方式引起的独立双路(Independent Double Path-Ways, IDPW)和相干双路径(Coherent Double Path-Ways, CDPW)进行对比. 研究表明,与单量子比特相比,双量子比特在超短激光脉冲的作用下,表现出更加丰富的相干性. 这种相干特性与体系初态、失谐量和激发的路径都有关. 同时,可以利用超短激光脉冲对双量子比特的相干激发,通过调节光脉冲面积来实现量子态的操控.

关键词:二体二能级体系;双量子比特;超短激光脉冲;量子态的操控

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2009)02-418-4

0 引言

对量子信息的处理本质上是对量子态的操纵和控制. 近年来,随着量子计算和量子通信的迅速发展,使得对量子态的操控变得越来越重要. 对量子态的操控,是为了能得到预想的目标态或系统状态^[1]. 在过去的几十年,超短激光脉冲技术的发展已日渐成熟,并已得到了广泛的应用^[2],在相干瞬态现象、时间动力学过程和量子相干控制等方面发挥着重要的作用^[3-6]. 超短激光脉冲与二能级体系的相互作用已得到了深入的研究^[7-8],为激光物理学和量子光学提供了清晰的物理图像和丰富的科学内容.

近年来,由于量子纠缠体系和量子逻辑双门(如 Controlled-NOT 门)在量子信息中的重要应用,二体二能级体系与光场的相互作用开始得到人们的关注. Eberly 等曾提出了一个理想的二体二能级模型^[9-11]. Sola 等也研究了光子与两个原子在绝热近似的条件下相互作用各个量子态的布居变化和激光脉冲控制方法^[12-13]. 万琳等人也研究了两个耦合原子与光场的相互作用^[14-16]. 但是,对一般性的具有相关关系的两原子与光场的相互作用的研究,分析其与独立原子体系构成的原子系统的区别是具有重要的意义.

本文用光与物质相互作用的半经典理论,研究了超短激光脉冲与双量子比特的相互作用,分析了双量子比特与光场相互作用的相干特性,得到了双量子比特量子态的转换规律,以探求实现双量子比特的量子态操控途径和手段,对量子信息处理有着重要的理论和实际意义.

1 理论模型

图 1(a)所示二体二能级体系,其基矢可表示为图 1(b)所示的四个量子态. 在图 1(a)中, $|1\rangle_A, |0\rangle_A$ 和 $|1\rangle_B, |0\rangle_B$ 分别为 A 体和 B 体的上、下能级的本征态,其本征能分别为 $\epsilon_1^A = \hbar\omega_1^A, \epsilon_0^A = \hbar\omega_0^A, \epsilon_1^B = \hbar\omega_1^B, \epsilon_0^B = \hbar\omega_0^B$. 在图 1(b)中,由关系式 $H_{AB} = H_A \otimes H_B = H_A \otimes I + I \otimes H_B$ ^[17],可得到四个态 $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ 的本征能分别为 $\epsilon_1 = \epsilon_0^A + \epsilon_0^B, \epsilon_2 = \epsilon_1^A + \epsilon_0^B, \epsilon_3 = \epsilon_0^A + \epsilon_1^B, \epsilon_4 = \epsilon_1^A + \epsilon_1^B$.

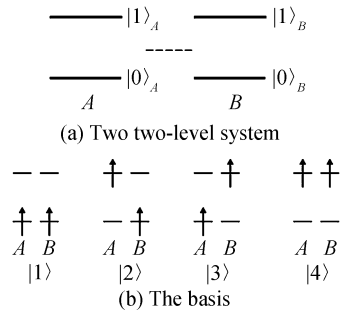


图 1 二体二能级体系及其基矢
Fig. 1 The schematic of the two two-level system and its basis

这样的二体二能级体系,构成一个双量子比特,如 $|0\rangle_A |1\rangle_B = |01\rangle$,四个基可表示为

$$|1\rangle = |00\rangle, |2\rangle = |10\rangle, |3\rangle = |01\rangle, |4\rangle = |11\rangle \quad (1)$$

双量子比特的波函数为

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle + c_3(t)|3\rangle + c_4(t)|4\rangle \quad (2)$$

式中, $|c_i(t)|^2 (i=1,2,3,4)$ 是粒子处于各态的概率,且满足 $\sum_{i=1}^4 c_i^2(t) = 1$.

作用于双量子比特的光场形式为

$$E(t) = \frac{1}{2} [\tilde{E}(t)e^{-i\omega t} + c. c.] \quad (3)$$

式中, ω 为光的载波频率, $\tilde{E}(t)$ 为光场的慢变振幅. 如果光场仅作用到 A 体上,从图 1(b)中可以看出能

* 国家自然科学基金(10574166)资助

[†] Tel: 020-84110287 Email: cesyxy@mail.sysu.edu.cn

收稿日期: 2007-09-28

级的跃迁方式为 $|00\rangle \leftrightarrow |10\rangle$ 和 $|01\rangle \leftrightarrow |11\rangle$ 标记为 A 路径;同理,仅激发 B 体时的跃迁方式为 $|00\rangle \leftrightarrow |01\rangle$ 和 $|10\rangle \leftrightarrow |11\rangle$, 标记为 B 路径,即:由 Molmer-Sorensen 模型^[13,18],可得到如图 2 的四能级模型表示双量子比特跃迁循环图。

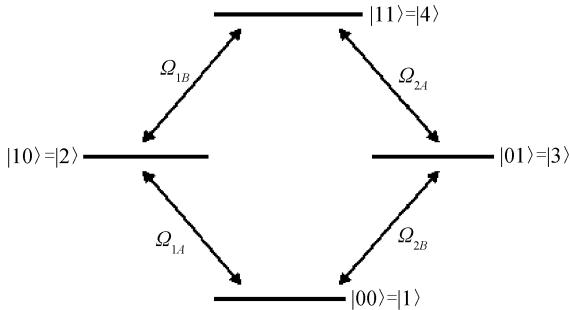


图 2 双量子比特的四能级跃迁循环图

Fig. 2 The transition pathways of the system

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_1^A(t) \\ \dot{c}_2^A(t) \\ \dot{c}_3^A(t) \\ \dot{c}_4^A(t) \end{bmatrix} = \frac{i}{2} \begin{bmatrix} \Delta_A & \Omega_{A1}^*(t) & 0 & 0 \\ \Omega_{A1}(t) & -\Delta_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_A & \Omega_{A2}^*(t) \\ 0 & 0 & \Omega_{A2}(t) & -\Delta_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^A(t) \\ c_2^A(t) \\ c_3^A(t) \\ c_4^A(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $\Delta_A = (\omega_1^A - \omega_0^A) - \omega$ 为共振失谐量; $\Omega_{A1}(t) = \mu_{12} \tilde{E}(t)/\hbar$, $\Omega_{A2}(t) = \mu_{34} \tilde{E}(t)/\hbar$ 为拉比频率。

同理,对 B 路径有, $H = H_0 + H_I^B$, H_I^B 为

$$H_I^B = -(\mu_{13} |1\rangle\langle 3| + \mu_{31} |3\rangle\langle 1| + \mu_{24} |2\rangle\langle 4| + \mu_{42} |4\rangle\langle 2|)E(t) \quad (7)$$

同理可以得到 B 路径的运动方程

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_1^B(t) \\ \dot{c}_2^B(t) \\ \dot{c}_3^B(t) \\ \dot{c}_4^B(t) \end{bmatrix} = \frac{i}{2} \begin{bmatrix} \Delta_B & 0 & \Omega_{B1}^*(t) & 0 \\ \Omega_{B1}(t) & \Delta_B & 0 & \Omega_{B2}^*(t) \\ \Omega_{B1}(t) & 0 & -\Delta_B & 0 \\ \Omega_{B2}(t) & \Omega_{B2}(t) & 0 & -\Delta_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^B(t) \\ c_2^B(t) \\ c_3^B(t) \\ c_4^B(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, $\Delta_B = (\omega_1^B - \omega_0^B) - \omega$, $\Omega_{B1}(t) = \mu_{12} \tilde{E}(t)/\hbar$, $\Omega_{B2}(t) = \mu_{34} \tilde{E}(t)/\hbar$ 。

如果光同时作用于 A 体和 B 体,但两条路径相互独立时,称之为 IDPW,这是非相干路径的情况,这时总布居等于二条独立路径各自布居的相加,即有

$$|c_i(t)|^2 = |c_i^A(t)|^2 + |c_i^B(t)|^2, i=1,2,3,4 \quad (9)$$

事实上,式(9)可以推广到由独立非相关的二能级原子构成的多原子系统。

如果 A 体和 B 体是相互关联的且均同时受到光场的激发,光作用于 A 体和 B 后其由于它们之间的相关性,能级之间的跃迁路径之间必然会存在相干性,这时体系无法明确分辨独立路径,自然体系的总布居也不再是各个原子布居之和,这里体系的总布居只能通过薛定谔方程从系统的总哈密顿量中求出,这种情形称之为 CDPW,这时, $H = H_0 + H_I$, H_I 为

2 运动方程

体系的薛定谔方程为

$$i\dot{\Psi}(t) = -\frac{i}{\hbar}H|\Psi(t)\rangle \quad (4)$$

式中, H 为体系的总哈密顿量 $H = H_0 + H_I^A + H_d$, H_0 为体系未被光场作用前的哈密顿量, H_I^A 为光场与体系的相互作用量, H_d 为两原子的偶极相互作用。对 A 路径 H_I^A 为

$$H_I^A = -(\mu_{12} |1\rangle\langle 2| + \mu_{21} |2\rangle\langle 1| + \mu_{34} |3\rangle\langle 4| + \mu_{43} |4\rangle\langle 3|)E(t) \quad (5)$$

式中, $\mu_{12} = \mu_{21}^*$, $\mu_{34} = \mu_{43}^*$, 为电偶极矩。在这里,假定两原子相隔得足够远,使得 $H_d = 0$ 。将式(2)、(3)和(5)代入式(4),在慢变近似、旋转波近似下,可以得到

$$H_I = -(\mu_{12} |1\rangle\langle 2| + \mu_{21} |2\rangle\langle 1| + \mu_{34} |3\rangle\langle 4| + \mu_{43} |4\rangle\langle 3|)E(t) - (\mu_{13} |1\rangle\langle 3| + \mu_{31} |3\rangle\langle 1| + \mu_{24} |2\rangle\langle 4| + \mu_{42} |4\rangle\langle 2|)E(t) \quad (10)$$

考虑两个全同原子,由此可以得到

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_1(t) \\ \dot{c}_2(t) \\ \dot{c}_3(t) \\ \dot{c}_4(t) \end{bmatrix} = \frac{i}{4} \begin{bmatrix} 4\Delta & \Omega(t) & \Omega(t) & 0 \\ \Omega(t) & 0 & 0 & \Omega(t) \\ \Omega(t) & 0 & 0 & \Omega(t) \\ 0 & \Omega(t) & \Omega(t) & -4\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \\ c_3(t) \\ c_4(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\Delta = \Delta_A = \Delta_B$, $\Omega(t) = \frac{\mu_{ij} \tilde{E}(t)}{\hbar}$, ($i, j = 1, 2, 3, 4$)。

3 双量子比特的相干特性

双量子比特之间内部的相关关系,必然会影响到超短脉冲与体系作用的结果。通过计算体系在两种不同的初态的情况下, IDPW 和 CDPW 的各个态的粒子数布居随时间的演化来考察相关关系引起的区别。定义光脉冲面积: $S = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t) dt$ 。根据式(8)和

(9), 计算了在高斯光脉冲作用下, 双量子比特的初态分别处于基态 $c_1^0 = 1, c_2^0 = 0, c_3^0 = 0, c_4^0 = 0$ 和 Bell 态 $c_1^0 = 1/\sqrt{2}, c_2^0 = 0, c_3^0 = 0, c_4^0 = 1/\sqrt{2}$ 时各个态的布居时间动力学过程, 计算结果如图 3. 图 3 中脉冲面积为 8π , 脉宽为 50 fs, 由密度矩阵和几率振幅的对应关系, 可以知道布居关系 $\rho_{ii} = |c_i|^2, i = 1, 2, 3, 4$. 从图 3 可看出, 各个态的 Rabi 振荡的线型看出, 独立双路径和相干双路径的振荡频率是不一样的, 布居的变化规律也不相同. 但是满足脉冲与二能级原子相互作用的能级跃迁的规律. 从图 3 中布居的波峰可以看出, 相干双路径是独立双路径的一倍. 在非共振情况下, 失谐量也影响布居的演化, 使得体系在整数倍的 $\pi/2$ 脉冲作用下不能实现粒子数的完全反转, 因此在实现量子态的操控时是应尽量满足共振条件.

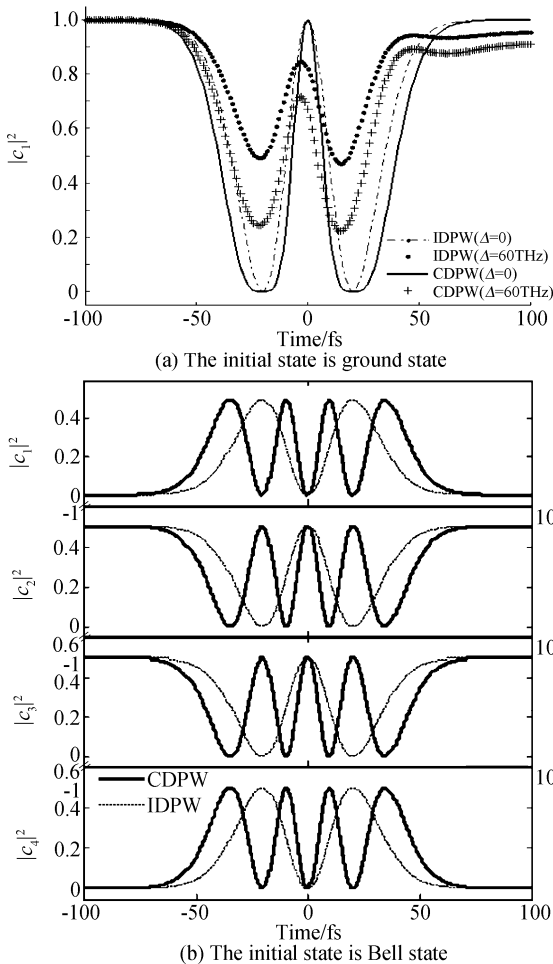


图 3 不同初态独立双路径和相关双路径的量子态布居随时间的演化

Fig. 3 The population of each state evolved with the time of independent double pathway and coherent double pathways under different initial state

4 双量子比特量子态的操控

从图 3 可以看出, 双量子比特在超短激光脉冲的作用下, 通过控制合适的光脉冲面积可达到操控

量子态变化目的. 不失一般性, 这里只讨论共振时的情况. 考虑两种不同的初态, 一种是没有量子纠缠的, 即两体处于基态或激发态, 标志为: $|\Psi_1\rangle = [1, 0, 0, 0], |\Psi_2\rangle = [0, 0, 0, 1]$; 另一类是有量子纠缠的, 最为典型的的就是 Bell 基, 标志为: $|\Psi_3\rangle = [0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0], |\Psi_4\rangle = [1/\sqrt{2}, 0, 0, 1/\sqrt{2}]$. 其量子态的转换关系见表 1. 可见, 对 2π 脉冲, 独立双路径与相干双路径与简单二能级体系的自感应透明一样, 都可以完全回到初态. 而 $\pi/2, \pi$ 脉冲的转换规律则明显不一样, 这就是原子之间是由于相关所产生的效应.

表 1 双量子比特量子态的转换关系

光面积	独立双路径	相干双路径
$\pi/2$		$ \Psi_3\rangle \rightarrow \Psi_4\rangle, \Psi_4\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle$
π	$ \Psi_1\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle, \Psi_2\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle$	$ \Psi_1\rangle \rightarrow \Psi_2\rangle, \Psi_2\rangle \rightarrow \Psi_1\rangle$
	$ \Psi_3\rangle \rightarrow \Psi_4\rangle, \Psi_4\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle$	$ \Psi_3\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle, \Psi_4\rangle \rightarrow \Psi_4\rangle$
2π	$ \Psi_1\rangle \rightarrow \Psi_1\rangle, \Psi_2\rangle \rightarrow \Psi_2\rangle$	$ \Psi_1\rangle \rightarrow \Psi_1\rangle, \Psi_2\rangle \rightarrow \Psi_2\rangle$
	$ \Psi_3\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle, \Psi_4\rangle \rightarrow \Psi_4\rangle$	$ \Psi_3\rangle \rightarrow \Psi_3\rangle, \Psi_4\rangle \rightarrow \Psi_4\rangle$

5 结论

用超短激光脉冲作用于双量子比特, 原子之间是否具有相关性决定激发路径, 即独立双路径和相干双路径的表现出明显不同的相干特性, 双量子比特的初态和失谐都将影响这种相干特性. 同时, 通过控制作用到体系的光脉冲面积, 可以实现量子态的转换, 从体系的量子态之间的转换规律来看, 共振时, 当脉冲面积为 2π 时, 体系完全回到初态, 这是自感应透明现象, 当脉冲面积为 $\pi/2, \pi$ 时, 体系可在不同量子态间转换, 这样, 通过控制光脉冲的面积, 可以得到目标量子态, 从而有效实现双量子比特的量子态操控.

参考文献

[1] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

[2] DIELS J C, RUDOLPH W. Ultrashort laser pulse phenomena [M]. New York: Academic Press, 1996.

[3] GUO Ying-Ying, YU Xiang-Yang. Numerical methods for optical Bloch equations [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis SunYatSeni*, 2005, **44**(5): 108-110.
郭莹莹, 余向阳, 光学 Bloch 方程的数值解法 [J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2005, **44**(5): 108-110.

[4] ZHANG Li-Hui, LI Gao-Xiang, GAN Zhong-Wei. Evolution of the entropy of a two-mode field interacting with a cascade three-level atom system [J]. *Acta Phys Sin*, 2003, **52**(5): 1168-1173.
张立辉, 李高翔, 甘仲惟. 双模光场与级联三能级原子相互作用系统中熵的演化 [J]. *物理学报*, 2003, **52**(5): 1168-1173.

[5] HUANG Yan-Xia, WANG Yi, ZHAN Ming-Sheng. The dynamical properties in the nonlinear Jaynes-Cummings model

- [J]. *Acta Phys Sin*, 2002, **51**(10): 2249-2254.
黄燕霞,汪毅,詹明生. 非线性 Jaynes-Cummings 模型的动力学特性[J]. *物理学报*, 2002, **51**(10): 2249-2254.
- [6] HUANG Chun-jia, HE Hui-yong, LI Jiang-fan, *et al.* Influence of the dipole-dipole interaction between atoms on the entropy properties of field in the Tavis-Cummings model[J]. *Acta Phys Sin*, 2002, **51**(5): 1049-1053.
黄春佳,贺惠勇,厉江帆,等. Tavis-Cummings 模型中原子间偶极相互作用对场熵演化特性的影响[J]. *物理学报*, 2002, **51**(5): 1049-1053.
- [7] BOUWMEESTER D, EKERT A, ZEILINGER A. The physics of quantum information[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [8] SONG Jun. Dynamical properties in the system of two identical two-level entangled atoms interacting with radiation fields in binomial states[J]. *Acta Phys Sin*, 2005, **54**(2): 696-702.
宋军. 两纠缠原子与二项式光场相互作用的动力学[J]. *物理学报*, 2005, **54**(2): 696-702.
- [9] YU T, EBERLY J H. Qubit disentanglement and decoherence via dephasing[J]. *Phys Rev B*, 2002, **68**(16): 165322. 1-165322. 9.
- [10] YU T, EBERLY J H. Robust and phonon decoherence of quantum entanglement and fragile states[J]. *Phys Rev B*, 2002, **66**(9): 1-193306. 4.
- [11] YU T, EBERLY J H. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**(14): 1-140404. 4.
- [12] MALINOVSKY V S, SOLA I R. Quantum phase control of entanglement[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**(9): 1-190502. 4.
- [13] MALINOVSKY V S, SOLA I R. Quantum control of entanglement by phase manipulation of time-delayed pulse sequences I[J]. *Phys Rev A*, 2004, **70**(4): 1-042304. 7.
- [14] LIU Su-mei. The interaction of two coupling-atoms between a single-mode squeezed coherent state light field [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(1): 113-117.
刘素梅. 耦合双原子与单模压缩相干态光场的相互作用[J]. *光子学报*, 2004, **33**(1): 113-117.
- [15] WAN lin, LIU San-qiu, TAO Xiang-yang, *et al.* The nonclassical properties of two two level atoms interacting with a single mode light field without rotating wave approximation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(7): 785-790.
万琳,刘三秋,陶向阳,等. 非旋波近似下两个二能级原子与单模光场相互作用的非经典性质[J]. *光子学报*, 2001, **30**(7): 785-790.
- [16] WANG Ju-xia. A way of transmitting quantum entangled information between multimode cavity fields and coupling atoms[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(12): 2355-2359.
王菊霞. 多模腔场与耦合原子之间量子纠缠信息的传递规律[J]. *光子学报*, 2007, **36**(12): 2355-2359.
- [17] BERTLMANN R A. Decoherence modes of entangled qubits within neutron interferometry[J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**(2): 1-022111. 7.
- [18] MÖLNER K, SØRENSEN A. Multiparticle entanglement of hot trapped ions[J]. *Phys Rev Lett*, 1999, **82**(9): 1835-1838.

Two-qubit Quantum State Controlled by Ultra-short Pulse

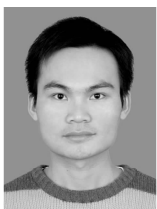
ZHANG Xiao-dong, YU Xiang-yang

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Received date: 2007-09-28

Abstract: The semi-classical theory of the interaction between light and matter was applied to the study of the interaction of ultra-short pulse with the two two-level system. A comparison was made between the independent double path-ways (IDPW) and the coherent double path-ways (CDPW) driven in different ways. It is suggested that compared with single qubit, the two-qubits shows a higher property of coherence when interacted with the ultra-short pulse. This property of coherence is related to the initial state of the system, the detuning, and the driving path-ways. And, it is demonstrated that with the presented model quantum state operation can be made through the modulation of the pulse area.

Key words: Two two-level system; Two-qubit; Ultra-short pulse; Quantum state control



ZHANG Xiao-dong was born in 1981. He is pursuing the M. S. degree at State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-Sen University. Now, he is engaged in the research on quantum optics and quantum information.