## 圆碟中回音壁模式的耦合条件\*

周剑英,戴密特,郝寅雷,杨建义,王明华,江晓清<sup>†</sup> (浙江大学信息科学与电子工程系,杭州 310027)

摘 要:基于波导的几何光学理论,并考虑谐振腔的品质因素或光子寿命,给出了毫米级圆碟回音壁模式谐振时的条件,应用光子隧道效应,分析了输入输出波导与圆碟的耦合特性,详细分析并给出了品质因素为5×10<sup>5</sup> 环形电极铌酸锂圆碟调制器中回音壁模式与波导的耦合与限制条件.提出一种利用铌酸锂 Mach-Zehnder 波导与同质材料圆碟构成的微波接收转换装置,该装置能够实现推挽操作,在具有较高频率分辨特性的基础上能进一步降低驱动电压,而且器件尺寸进一步减小.
 关键词:光载无线通信;共振腔;回音壁模式;铌酸锂;波导;光子隧道效应;耦合
 中图分类号:O435.1;O431.2
 文献标识码:A
 文章编号:1004-4213(2009)02-264-4

### 0 引言

微碟是利用光线在不同折射率材料的曲面边界 上的内全反射,使符合模式本征方程的某些特定波 长的光在微碟内绕着微碟外边界环行传播,而不会 从微碟出射到周围低折射率的介质中去,符合谐振 条件的模式通常称为"回音壁模式"(Whispering-Gallery Mode, WGM).在这种情况下,由于较高折 射率差、较光滑的曲面边界能够非常好地把光限制 在微碟内的增益区域中传播.因此其可具有极高的 Q值,极小的模式体积,以及相对于微环的易制备和 易操作性,光学微碟已经在光开关<sup>[1]</sup>、光滤波<sup>[2]</sup>,波 分复用<sup>[3]</sup>、极低阈值激光器<sup>[4]</sup>、以及非线性光学<sup>[5]</sup>和 腔体量子电动力学<sup>[6]</sup>等许多领域得到了应用.

对介电微腔中的回音壁模式的理论分析很早就 开始了.早在1939年 Richrmyer 就已经首次观测到 球形物体中维持的高品质因数(Q值)谐振模式<sup>[7]</sup>. 随后的研究者对其模式原理进行了分析,但是其应 用却因为缺乏实用且高耦合效率的耦合方式与器件 而停滞<sup>[8]</sup>.80年代,随着近场耦合理论及加工技术 的发展,微腔研究与应用得到较大发展.国内对层状 微球腔研究表明其 Q 值达 60%<sup>[9]</sup>.平面微腔与 WGM 模式的微碟类腔不同<sup>[10]</sup>.

2001 年美国南加州大学的 Cohen 等人提出了 使用圆碟谐振腔中的回音壁模式来提高电光调制的 传输 Q 值的方案<sup>[11]</sup>,该调制器装置采用圆碟与棱镜 耦合,在光载无线通信(Radio over Fiber,ROF)技 术方面有着广泛的应用前景.本文对输入输出波导 与圆碟回音壁模式的耦合的条件进行了分析,并提 出了一种利用铌酸锂波导与同质材料圆碟构成的微 波接收转换装置.

# 圆碟中谐振模式的几何光学分析方法

图 1 是该结构原理. 半环形阴影区代表金属电极,为微波环带谐振电极. 采用圆碟谐振腔的 ROF 转换结构最大的优点是利用了微波和光波的同时谐振,从而达到极高的微波频率分辨率和较低驱动电 压的光调制特性,所以在光波谐振的同时还需要满 足微波信号在圆碟上的环状微带线上形成谐振,产 生电场作用于电光材料制作而成的圆碟上,实现对 光波的调制.





因为该圆碟的半径远远大于传播光的波长,可 以用几何光学的方法来近似处理光在圆碟中的谐振 模式.如图2,定义圆碟中谐振光路起始方向与圆碟 直径之间的夹角为 θ<sub>8</sub>.首先,θ<sub>8</sub> 必须满足圆碟中全 反射条件

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(60676028,60436020)资助

<sup>&</sup>lt;sup>+</sup>Tel:0571-87952867 Email:iseejxq@zju.edu.cn 收稿日期:2007-09-13



$$\theta_3 \geqslant \arcsin \frac{1}{n_{\text{disk}}} = \arcsin \frac{1}{n_3}$$
(1)

要产生谐振,光路必须在运动一段距离之后能达到 初始点,图2给出了两个可以在圆碟中形成谐振的 几何光路图,这两种情况下,光在圆碟中传播一周能 形成谐振.满足这种条件的出射光角度可以表示为

$$\theta_3 = \frac{\pi}{2} [1 - 2/(3 + l)] \quad (l = 0, 1, 2...)$$
 (2)

但是,不满足这种条件的出射光都会发生谐振,如图 3. 由图 3(a)、(b)可知,光仍然能走到初始点.



Fig. 3 Ray path of propagating 由此可以将式(2)推广为

$$\theta_{3} = \frac{\pi}{2} [1 - 2m/(1 + 2m + l)]$$

$$(m = 1, 2, 3 \dots, l = 0, 1, 2 \dots)$$
(3)

式中 *m* 为光在圆碟中走的圈数,这实际上与圆碟的 Q值息息相关.Q值越高,可能的 *m* 就越大.知道 Q 值与在圆碟中传输的光子寿命 τ<sub>p</sub>(对应着光波在圆 碟中的传输损耗)相关,光受损耗限制,在圆碟中可 能传输的圈数为 *m*<sub>p</sub>

$$\tau_{\rm p} = Q/2\pi f \tag{4}$$

$$m_{\rm p} = \left[\frac{c\tau_{\rm p}}{2\pi R n_{\rm eff}}\right] = \left[\frac{cQ}{4\pi^2 R n_{\rm eff} f}\right] = \left[\frac{\lambda Q}{4\pi^2 R n_{\rm eff}}\right] \tag{5}$$

式中 *f* 表示光频率,*c* 为光在真空中的速度,*R* 表示圆碟大圆的半径,方括号表示对式子取整.

由分析可知,光要在圆碟中实现谐振,需要满足 1≤*m*≤*m*<sub>▶</sub> (6)

#### 2 回音壁模式的近场耦合

回音壁模式作用下的微碟虽然具有很高的品质 因数,但模式所对应于壁外的光场分布却是一消逝 波,而不像 Fabry-Perot 谐振器那样对应的为传播 波;因此,当用平面波直接照射微腔时,由于很大部 分光穿过微碟而没有耦合到回音壁模式中,因而耦 合效率很低.因此,具有较高效率的耦合方式是通过 其他电介质物体产生的消逝波耦合,即近场耦合.这 样可以直接在微碟内激发起回音壁模式,常见用波 导的导模或辐射模来进行.

近场耦合的主要机理基于光子隧道效应,如图 4. 光在一种介质表面(折射率 n<sub>1</sub>)由于全反射形成 消逝波,当有另一介质(n<sub>3</sub>)靠近此消逝波范围时,全 反射将部分被破坏,消逝波被转化成传播波<sup>[12-13]</sup>.



Fig. 4 Photon tunnelling effect

运用多层膜理论的菲涅尔系数矩阵法<sup>[14]</sup>进行 计算. n<sub>2</sub> 为空气折射率, d<sub>2</sub> 为波导耦合间隙, 也就是 空气层厚度. 从第一层(n<sub>1</sub>)到第三层(n<sub>3</sub>)的透射系 数(这里的透射系数类似于耦合波导系统中的耦合 系数)为

$$T = P_3 / P_1 = \{\alpha \bullet \sinh^2 \delta_1 + \beta\}^{-1}$$
(7)  
式中

$$\delta_1 = (2\pi/\lambda) d_2 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} \tag{8}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{n_1}{n_2^2} - 1\right) \left(\frac{n_3}{n_2^2} - 1\right)}{4 \frac{n_1^2}{n_2^2} \left(\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1 - 1\right) \left(\frac{n_3^2}{n_1^2} - \sin^2 \theta_1\right)^{\frac{1}{2}} \cos \theta_1}$$

$$\beta = \frac{\left(\left(\frac{n_3^2}{n_1^2} - \sin^2 \theta_1\right)^{\frac{1}{2}} + \cos \theta_1\right)^2}{4\cos \theta_1 \left(\frac{n_3^2}{n_1^2} - \sin^2 \theta_1\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{9}$$

### 3 耦合条件与限制

为保证微波信号在环状微带线上形成模式的单 一性,环状微带线的宽度需要满足<sup>115</sup>

$$\frac{b-a}{b+a} \leqslant 0.1 \tag{10}$$

式中,b表示环外径,a表示环内径(图1).结合这个 关系式和前面的结果,分析铌酸锂圆碟调制器回音 壁耦合条件,θ。应满足以下条件:

1)作为透射进碟的入射光线,需满足

2 期

$$\theta_3 \geqslant \frac{\pi}{2}$$
 (11)

2)要使行进光线所有路径都能被电场调制,需 满足

$$\theta_3 \geqslant \arcsin \frac{a}{b}$$
 (12)

3) 根据式(12) 分析可得

$$\frac{a}{b} = \frac{(b+a) - (b-a)}{(b+a) + (b-a)} \leqslant \frac{1 - 0.1}{1 + 0.1} = \frac{9}{11}$$
(13)

4)使用 z 切 LiNbO。制作电光材料圆碟,其顺 着侧壁方向的折射率为 2.14. 铌酸锂圆碟中光线满 足全反射条件,即满足式(1)

$$\theta_3 \geqslant \arcsin \frac{1}{n_3} = \arcsin \frac{1}{2.14}$$
 (14)

综合式(3)和式(11)~式(14)可以得到能谐振的 $\theta_{3}$ 的条件和范围

$$\theta_{3} = \frac{\pi}{2} [1 - 2m/(1 + 2m + l)],$$
  

$$(m = 1, 2, \cdots m_{p}, \quad l = 0, 1, 2 \cdots)$$
  

$$\frac{\pi}{2} \ge \theta_{3} \ge \arcsin \frac{a}{b} \ge \arcsin \frac{9}{11} = 0.305\pi \qquad (15)$$

式(6)和式(15)构成了完整的铌酸锂圆碟调制器回 音壁耦合的限制和条件.

以 z 切 LiNbO<sub>3</sub> 圆碟的半径为 3 mm,Q 值为 5×10<sup>5</sup>为例,使用 1 550 nm 光源作为传输光,代入 式(5),可以计算得到  $m_p = 3$ ,根据式(15),光线走 1,2,3 圈后可谐振的  $\theta_3$  如图 5.



图 5 满足相应条件的 θ3 值的分布

Fig. 5 When m=1,2,3, the values of  $\theta_3$  for resonating 从图 5 可以看到,满足条件的  $\theta_3$  值从 0.305 $\pi$  之后的第一个点是 0.312 5 $\pi$ .

考察铌酸锂波导向铌酸锂微碟耦合的情况,如 图 6.可以看到,当使用铌酸锂波导进行耦合时,为 了当耦合间隙大于 0.1λ时,要获得较高的耦合系 数,入射角必须非常接近临界角,并且耦合效率随入 射角的增大急剧下降;耦合间隙小于 0.05λ时,才能 获得较高的耦合系数.这里需要注意透射系数公式 的推导是在假设两侧都是半无限平面的情况下推导 的,而对于半径 3 mm 的圆碟,在 1.55 μm 波长附近 耦合,即使波导与碟紧贴着,则耦合间隙小于 0.05λ 的区域总长只有 43 μm 左右,因此图 6 所示的透射 系数是理想值,但能代表趋势.



图 6 用铌酸锂波导耦合时  $\theta_1$  和传输系数的关系曲线 Fig. 6 Lithium niobate waveguide is used to coupling, relationship between  $\theta_1$  and transmission coefficient

综合分析结果,可以看出,图 1 中直接利用同质 的铌酸锂波导与铌酸锂圆碟进行耦合是可行的,但 是耦合间隙要足够小.而使用波导耦合有其集成方 面的优势,因为可以在波导上制作 Mach-Zehnder 干涉结构将相位调制转为强度调制,在减少器件尺 寸的同时,降低了装置的调节难度,如果在波导型 Mach-Zehnder 干涉结构的双臂都耦合一个同样的 铌酸锂圆碟,便可以构成光程补偿的推挽式结构(图 7),降低微波调制电压的同时提高器件性能.



图 7 推挽式圆碟调制器结构 Fig. 7 Push-Pull disk modulator

#### 4 结论

本文从光波导的几何光学理论出发,分析毫米 级圆碟中谐振模式特性,给出了铌酸锂圆碟调制器 中回音壁模式的一般耦合条件以及圆碟品质因素造 成的限制,指出使用铌酸锂波导作为铌酸锂圆碟调 制器回音壁模式耦合激励方案是可行的,但耦合间 隙要求非常小,设计了直接利用铌酸锂基片上 Mach-Zehner 波导干涉仪与铌酸锂圆碟进行耦合的 推挽式 ROF 装置结构.

应用光子隧道效应解释输入输出波导或棱镜等 与微腔耦合的比较少,本文尝试给出定性甚至半定 量的结果,与已有的实验与模拟结果趋于吻合;相关 实验仍在进行中.

#### 参考文献

- [1] CHOI S J, PENG Z, YANG Q, et al. An eight-channel demultiplexing switch array using vertically coupled active semiconductor microdisk resonators[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2004,6(11):2517-2519.
- BORISKINA S V, BENSON T M, SEWELL P, et al. Tuning of elliptic whispering-gallery-mode microdisk waveguide filters
   J. J Lightwave Technol, 2003, 21(9):1987-1995.
- [3] DJORDJEV K, CHOI S J, CHOI S J, et al. Microdisk tunable resonant filters and switches [J]. IEEE Photon Technol Lett, 2002,14(6):828-830.
- [4] MCCALL S L, LEVI A F J, SLUSHER R E, et al. Whisperinggallery mode microdisk lasers [J]. Appl Phys Lett, 1992, 60 (3):289-291.
- [5] HARAYAMA T, DAVIS P, IKEDA K S. Nonlinear whispering gallery modes [J]. Phys Rev Lett, 1999, 82 (19): 3803-3806.
- [6] JIANG Mei-Ping, JIANG Xing-Fang, SHEN Xiao-Ming, et al. Progress in the study on microcavities and cavity quantum electrodynamics[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2004, 21(6):788-794.

蒋美萍,江兴方,沈小明,等.微腔与腔量子电动力学研究进展 [J].量子电子学报,2004,21(6):788-794.

- [7] SCHILLER S, BYER R L. High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres [J]. Opt Lett, 1991, 16(15): 1138-1140.
- [8] MATSKO A B, SAVCHENKOV A A, STREKALOV D, et al. Review of applications of whispering-gallery mode resonators

in photonics and nonlinear optics [J]. The Interplanetary Network Progress Report, 2005, 42-162:1-51.

- [9] YAN Jun, WANG Zong-bao, WANG Ke-yi, et al. The study of optical microsphere cavity with a stratified structure[J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(2):197-200.
  严俊, 王宗宝, 王克逸,等. 光学微球腔的壳层结构研究[J]. 光子学报, 2006, 35(2):197-200.
- [10] SHEN Wei-Dong, WANG Jian-Pu, CHEN Hai-Xin, et al. Design of the wavelength tunable microcavity organic light emitting diode based on MEMS[J]. Acta Photonica Sinica, 2004,33(2):155-158.
  沈伟东,王建浦,陈海星,等.基于 MEMS 的波长可调谐微腔 有机发光二极管的设计[J]. 光子学报,2004,33(2):155-158.
- [11] COHEN D A, LEVI A F J. Microphotonic components for a mm-wave receiver[J]. Solid-State Electronics, 2001, 45(3): 495-505.
- [12] ZHOU X, HU G. Total transmission condition for photon tunnelling in a layered structure with metamaterials[J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2007, 9(1):60-65.
- [13] ZHANG Z, LEE B J. Lateral shift in photon tunneling studied by the energy streamline method[J]. Opt Express, 2006, 14 (21):9963-9970.
- [14] ZHU S, YU A W, HAWLEY D, et al. Frustrated total internal reflection: A demonstration and review[J]. American Journal of Physics, 1986, 54(7):601-607.
- [15] http://www. ee. zsu. edu. cn/weibo/ketangjiaoxue/4/4. 5/
  pan2. htm.

#### **Coupling Conditions of Disk Whispering Gallery Mode**

ZHOU Jian-ying, DAI Mi-te, HAO Ying-lei, YANG Jian-yi, WANG Ming-hua, JIANG Xiao-qing (Department of Information Science and Electronic Engneering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China) Received date: 2007-09-13

Abstract: With the geometrical optics theory of waveguide and considering quality factor or photon lifetime, general whispering gallery modes resonating condition of large size disk were obtained. The coupling coefficient between the large size disk and waveguide was investigated by the photon tunneling effect. The coupling condition of lithium niobate disk electro-optic modulator under limitation of microwave electrode width was detailed, which quality factor was about  $5 \times 10^5$ . A push-pull lithium niobate disk modulator which was coupled to a Mach-Zehnder lithium niobate waveguide was proposed to lower further driving-voltage and reduce the device size.

Key words: ROF; Resonator; Whispering gallery mode; Lithium niobate; Waveguide; Photon tunneling effect; Coupling



**ZHOU Jian-ying** was born in 1974. He received his M. S. and Ph. D. degrees from Zhejiang University in 2001 and 2005, and his current research interests focus on III - V optoelectronic components and photonic integrated circuits.