

部分相干余弦-高斯光束*

李长伟, 吕百达

(四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘 要:引入部分相干余弦-高斯光束,推导出部分相干余弦-高斯光束通过近轴 ABCD 光学系统的传输公式和 M^2 因子,研究了部分相干余弦-高斯光束通过像散透镜的传输特性.结果表明,部分相干余弦-高斯光束的 M^2 因子与部分相干余弦-高斯光束的空间相干参量和离心参量有关,但与透镜的像散系数无关.适当选取空间相干参量,离心参量或像散系数,在几何焦点处可得到类高斯、平顶和空心等不同的光强剖面,实现部分相干余弦-高斯光束的空间整形.

关键词:部分相干余弦-高斯光束; M^2 因子; 空间整形; 空间相干参量; 像散

中图分类号: O435

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)02-245-5

0 引言

光场的部分相干性是一个在理论和实际应用中都十分感兴趣的课题^[1-3].高斯-谢尔模型光束为部分相干光的典型例,对这类光束的传输变换特性已进行了深入研究^[3-5].高斯-谢尔模型光束的一个重要特征是在传输中保持形状不变.通过引入谢尔相关项,可构造不同光强剖面的部分相干光,如:部分相干贝塞尔-高斯光束,部分相干厄米-高斯光束和部分相干平顶-高斯光束等^[6-8],这些部分相干光有不同的传输变换特性.另一方面,在激光材料加工,激光核聚变,激光俘获和导引原子等应用中要求不同的光强剖面,即需要对激光束进行空间整形.本文引入部分相干余弦-高斯(Cosh-Gaussian, CsG)光束,重点研究了如何通过改变空间相干参量,离心参量和像散系数等实现部分相干 CsG 光束的空间整形.

1 理论模型

设部分相干 CsG 光束在入射面 $z=0$ 处的交叉谱密度函数为^[9-10]

$$W(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0) = I_0 \exp \left[- \left(\frac{x'^2_1 + x'^2_2}{\omega_0^2} + \frac{y'^2_1 + y'^2_2}{\omega_0^2} \right) \right] \exp \left[- \frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma^2} \right] \cdot \cos(\Omega_0 x'_1) \cos(\Omega_0 x'_2) \cos(\Omega_0 y'_1) \cos(\Omega_0 y'_2) \quad (1)$$

式中, I_0 为光强常量, ω_0 为对应基模高斯部分的束腰宽度, σ 为空间相干长度, Ω_0 为与余弦项有关的参量.

由部分相干光的传输公式^[10], 得到部分相干 CsG 光束通过 ABCD 光学系统的光强(谱密度)为

$$I(x, y, z) = W(x, x, y, y, z) = \left(\frac{k}{2\pi B} \right)^2 \iiint W(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0) \exp \left\{ - \frac{ik}{2B} [A(x'^2_1 - x'^2_2 + y'^2_1 - y'^2_2) - 2x(x'_1 - x'_2) - 2y(y'_1 - y'_2)] \right\} dx'_1 dx'_2 dy'_1 dy'_2 \quad (2)$$

式中, 波数 $k=2\pi\lambda$, λ 为波长. 由于 x 和 y 方向可分离, 将式(1)代入式(2), 分别积分得

$$I(x, y, z) = I(x, z) I(y, z) \quad (3)$$

式中

$$I(\mu, z) = \frac{I_0^{1/2}}{2N_\mu} \exp \left[-2 \left(\frac{\mu}{\omega_0 N_\mu} \right)^2 \right] \cdot \left[\exp \left(- \frac{2a^2 B^2 \beta^{-2}}{k^2 \omega_0^2 N_\mu^2} \right) \cos \left(\frac{2aA\mu}{N_\mu^2 \omega_0} \right) + \exp \left(- \frac{2a^2 B^2}{k^2 \omega_0^2 N_\mu^2} \right) \cosh \left(\frac{4aB\mu}{k\omega_0^2 N_\mu^2 \omega_0} \right) \right] \quad (4)$$

式中, $a = \omega_0 \Omega_0$ 为离心参量, $\beta = [1 + (\omega_0/\sigma)^2]^{-1/2}$ 为空间相干参量

$$N_\mu = \left(A^2 + \frac{4B^2}{k^2 \omega_0^4 \beta^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

式中, $\mu = x, y$. 式(3), (4)为部分相干 CsG 光束通过 ABCD 光学系统的光强公式, 表明光强分布与束腰宽度 ω_0 , 空间相干参量 β , 离心参量 a , 和光学系统矩阵元 A, B 有关, 且在 x 和 y 方向光强分布是对称的. 当离心参量 $a=0$ 时, 约化为高斯-谢尔模型光束通过 ABCD 光学系统的传输公式^[11].

由于 x, y 方向可分离, $W(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, 0) = W(x'_1, x'_2, 0)W(y'_1, y'_2, 0)$, 现仅考虑 x 方向, 部分相干光 M_x^2 因子定义为^[12]

$$M_x^2 = 4\pi \Delta x \Delta p \quad (6)$$

$$\Delta x^2 = \frac{1}{I} \iint_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 W(x, x, 0) dx \quad (7)$$

$$\Delta p^2 = \frac{1}{I} \iint_{-\infty}^{\infty} (p - \bar{p})^2 \tilde{W}(p, -p, 0) dp \quad (8)$$

$$I = \iint_{-\infty}^{\infty} W(x, x, 0) dx = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{W}(p, -p, 0) dp \quad (9)$$

* 国家自然科学基金(10574097)资助

Tel: 028-85412819 Email: changwei666@126.com

收稿日期: 2007-09-03

式中, Δx^2 和 Δp^2 分别为光束在空域和空间频率域中 x 方向的二阶矩, $W(x, x, 0)$ 和 $\widetilde{W}(p, -p, 0)$ 分别为光束在空域和空间频率域中 x 方向的谱密度, I 为归一化因子, 且一阶矩 \bar{x} 、 \bar{p} 为零, 经适当变换, 式(6)化为^[12]

$$M_x^2 = 2 \left[\int W(x, x, 0) dx \right]^{-1} \left\{ \int x^2 W(x, x, 0) \cdot dx \int \left[\frac{\partial W^2(x_1', x_2', 0)}{\partial x_1' \partial x_2'} \right]_{x_1' = x_2' = x} dx \right\}^{1/2} \quad (10)$$

将式(1)代入式(10), 得部分相干 CsG 光束 x 方向的 M_x^2 因子为

$$M_x^2 = \frac{1}{\beta} \left\{ \left[1 + (1 - a^2) \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \right] \left[1 + a^2 \beta^2 + \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \right] \right\}^{1/2} \left[1 + \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \right]^{-1} \quad (11)$$

由式(11)知, 部分相干 CsG 光束的 M_x^2 因子与空间相干参量 β 和离心参量 a 有关。

设焦距为 f 的无像差薄透镜位于入射面 $z=0$ 处, 则从入射面到观测面的 ABCD 矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta z & f(1 + \Delta z) \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中, $\Delta z = (z - f)/f$, 将式(12)代入式(4), 得部分相干 CsG 光束通过薄透镜的光强公式

$$I(\mu, \Delta z) = \frac{I_0^{1/2}}{2N_\mu} \exp \left[-2 \left(\frac{\mu}{\omega_0 N_\mu} \right)^2 \right] \cdot \left[\exp \left(-\frac{a^2(1 + \Delta z)^2 \beta^{-2}}{2\pi^2 N_w^2 N_\mu^2} \right) \cos \left(\frac{2a\Delta z}{N_\mu^2} \frac{\mu}{\omega_0} \right) + \exp \left(-\frac{a^2(1 + \Delta z)^2}{2\pi N_w^2 N_\mu^2} \right) \cosh \left(\frac{2a(1 + \Delta z)}{\pi N_w N_\mu^2} \frac{\mu}{\omega_0} \right) \right] \quad (13)$$

式中, $N_w = \omega_0^2/\lambda f$ 为与光束有关的菲涅尔数

$$N_\mu = \left[\Delta z^2 + \frac{(1 + \Delta z)^2}{\pi^2 N_w^2 \beta^2} \right]^{1/2} \quad (14)$$

式(13)表明, 部分相干 CsG 光束通过薄透镜系统的光强与入射光束的束腰宽度 ω_0 , 空间相干参量 β , 离心参量 a , 透镜焦距 f 和传输距离 z 有关, 且在 x 和 y 方向呈对称分布。

若透镜有像散, 像散引入的相位因子为^[13]

$$\exp \left\{ -ikC_6 \left[(x_1' - x_2')^2 - (y_1'^2 - y_2'^2) \right] \right\} \quad (15)$$

式中, C_6 为像散系数。将式(1)和式(15)代入部分相干光的传输公式, 积分得

$$I(\mu, \Delta z) = \frac{I_0^{1/2}}{2N_\mu} \exp \left[-2 \left(\frac{\mu}{\omega_0 N_\mu} \right)^2 \right] \left[\exp \left(-\frac{v_\mu^2 N_\mu^2}{2\beta^2} \right) \cdot \cos \left(2\psi_\mu \frac{\mu}{\omega_0} \right) + \exp \left(-\frac{v_\mu^2 N_\mu^2}{2} \right) \cosh \left(2v_\mu \frac{\mu}{\omega_0} \right) \right] \quad (16)$$

$$N_\mu = \left\{ \left[\Delta z \mp \frac{kC_6 \omega_0^2 (1 + \Delta z)}{\pi N_w} \right]^2 + \left(\frac{1 + \Delta z}{\pi N_w \beta} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

$$\psi_\mu = \frac{a}{N_\mu^2} \left[\Delta z \mp \frac{kC_6 \omega_0^2 (1 + \Delta z)}{\pi N_w} \right] \quad (18)$$

$$v_\mu = \frac{(1 + \Delta z)a}{\pi N_w N_\mu^2} \quad (19)$$

$\mu = x, y$ 分别对应式(17)、(18)中的“ $-$ ”和“ $+$ ”。式(16)表明, 像散影响部分相干 CsG 光束的光强分布, 使得 x 和 y 方向光强分布不再对称。但在几何焦面 ($\Delta z = 0$) 处仍有 $I(x, 0) = I(y, 0)$ 。

基于 M^2 因子定义^[14], 可推导出部分相干 CsG 光束通过像散透镜的 M_x^2 因子仍为式(11), 即与像散无关, 因为虽然像散使光束在 x 和 y 方向的束腰宽度和远场发散角都发生变化, 但二者之积 (正比于 M_x^2 因子和 M_y^2 因子) 保持不变。

2 数值计算例和分析

数值计算中取参量 $\omega_0 = 1 \text{ mm}$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。图 1 为空间相干参量 β 取不同值时部分相干 CsG 光束 M_x^2 因子的变化。由图可知, 部分相干 CsG 光束的 M_x^2 因子随空间相干参量 β 的减小而增大, 完全空间相干 CsG 光束 ($\beta = 1$) 的 M_x^2 因子最小, 但随离心参量 a 的变化不是单调的。

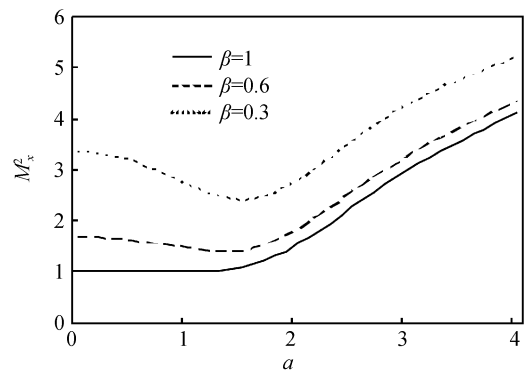
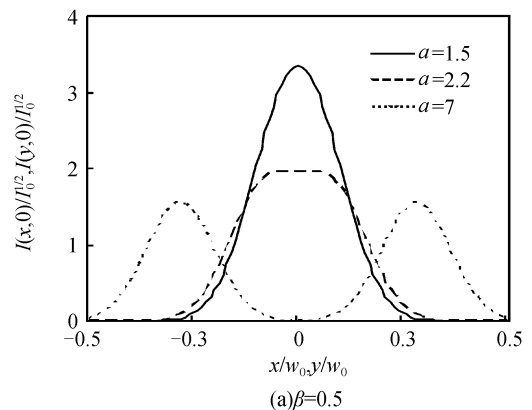


图 1 空间相干参量取不同值时 M_x^2 因子随离心参量的变化
Fig. 1 M_x^2 factor versus decentered parameter for different values of the spatial coherence parameter

图 2 为不同离心参量 a 和空间相干参量 β 的部分相干 CsG 光束在几何焦面处 ($\Delta z = 0$) 的相对光强



(a) $\beta = 0.5$

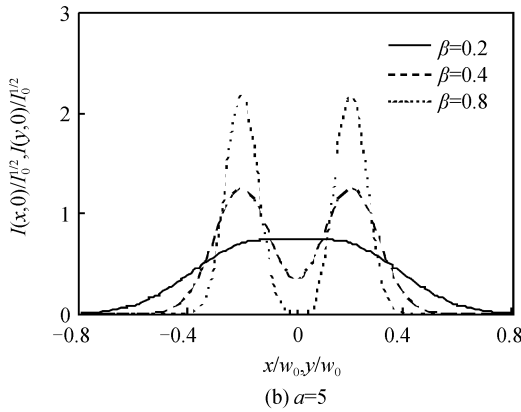


图 2 离心参量和空间相干参量取不同值时几何焦面处的相对光强分布

Fig. 2 Relative intensity distributions at the geometrical focal plane for different values of the decentered parameter and the spatial coherence parameter

分布, $C_6 = 0, f = 400 \text{ mm}$. 由图 2 可知, 部分相干 CsG 光束在几何焦面处的光强分布与离心参量 a 和空间相干参量 β 有关, 适当选取 a 和 β 可得到类高斯, 平顶, 有中心凹陷和空心的光强分布, 从而可实现部分相干 CsG 光束的空间整形.

图 3 为几何焦面处不同菲涅耳数 N_w 对应的光强分布, $C_6 = 0$. 由图可知, 当束腰宽度不变时, 改变菲涅耳数 (即改变焦距 f) 不会改变光强剖面的形状, 但随着 N_w 的减小 (即增大 f), 束宽增加, 最大光强减小, 这是合理的物理结果. 另一方面, 当透镜焦距不变时, 改变束腰宽度也可以得到类似的结果.

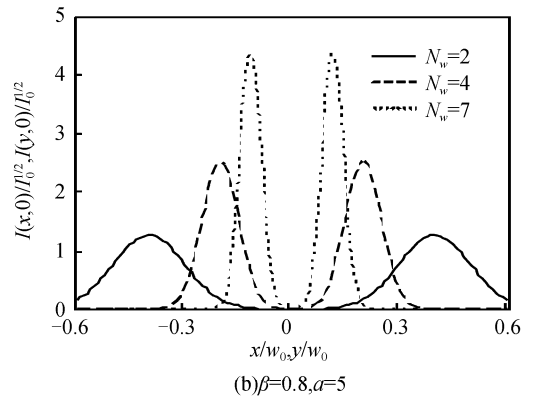
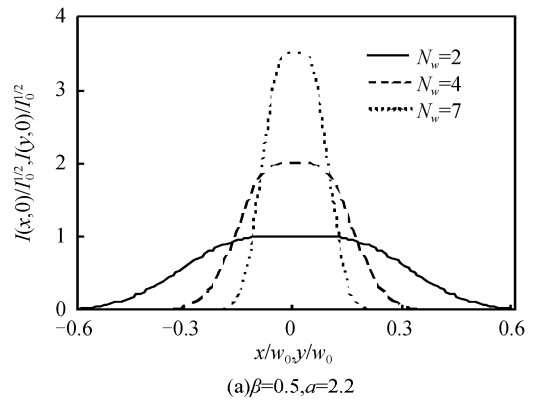


图 3 菲涅耳数取不同值时几何焦面处的相对光强分布
Fig. 3 Relative intensity distributions at the geometrical focal plane for different values of the Fresnel number

图 4 为像散系数 C_6 取不同值时的 x 方向相对光强随传输距离 z 的变化, $f = 400 \text{ mm}, \beta = 0.8, a = 6$. 由图 4 可知, 部分相干 CsG 光束的光强分布随传

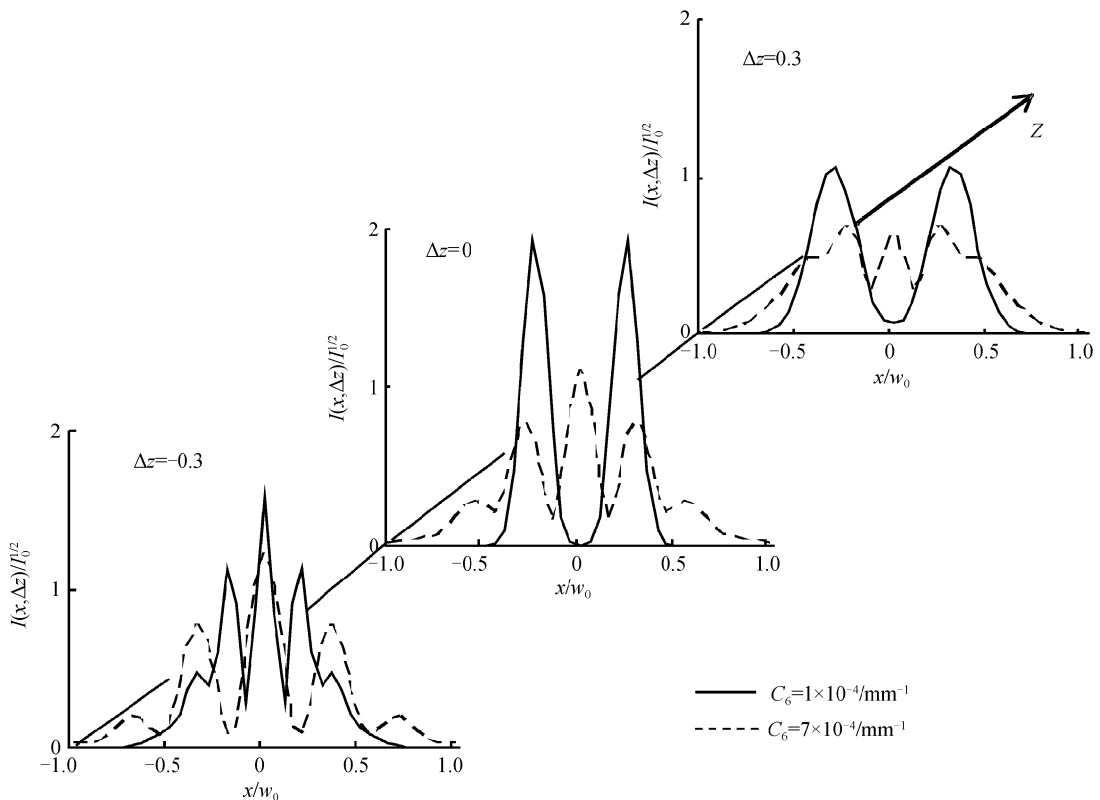


图 4 像散系数取不同值时 x 方向相对光强分布随传输距离的变化

Fig. 4 Relative intensity distributions in the x direction versus propagation distance for different values of the astigmatic coefficient

输距离 z 和像散系数 C_6 而变化. 类似地, 可通过改变空间相干参量 β 或离心参量 a 在空间某位置实现部分相干 CsG 光束的整形.

3 结论

本文推导出部分相干 CsG 光束通过 ABCD 光学系统的传输公式和 M^2 因子表达式, 并以像散透镜为例, 研究了部分相干 CsG 光束的传输变换特性. 结果表明, 部分相干 CsG 光束的 M^2 因子与空间相干参量 β 和离心参量 a 有关, 与像散无关; 光强分布随空间相干参量 β , 离心参量 a , 像散系数 C_6 和传输距离而变化; 改变菲涅耳数 N_w 可得到不同束宽的光束; 适当选取 β , a 或 C_6 , 可得到类高斯, 平顶, 有中心凹陷和空心的光束, 实现光束的空间整形. 部分相干 CsG 光束可用多种实验方法产生, 例如让高斯光束通过一个余弦光阑后出射光束成为 CsG 光束, 再使 CsG 光束通过一个随机位相板(旋转毛玻璃片或液晶)就得到部分相干 CsG 光束. 本文对部分相干 CsG 光束的研究结果对光束空间整形有实际意义.

参考文献

- [1] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. 6th ed. Oxford: Pergaman Press, 1980.
- [2] DONG Mei-mei, PU Ji-xiong. Focal shifts of partially coherent light focused by a cylindrical lens with spherical aberration[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(7): 1095-1098.
董梅梅, 蒲继雄. 部分相干光经柱面球差透镜聚焦所产生的焦移[J]. *光子学报*, 2006, **35**(7): 1095-1098.
- [3] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [4] ZHAO Guang-pu, LÜ Bai-da. Focal shifts and focal switch of polychromatic vector gaussian schell-model beams [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(1): 142-145.
赵光普, 吕百达. 多色矢量高斯-谢尔模型光束的焦移和焦开关 [J]. *光子学报*, 2006, **35**(1): 142-145.
- [5] PAN Liu-zhan, FENG Jian-wu, DING Chao-liang. On-axis spectral changes of gaussian schell-model beams passing through an astigmatic aperture lens [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(8): 1448-1452.
- [6] ZAHID M, ZUBAIRY M S. Directionality of partially coherent Bessel-Gauss beams[J]. *Opt Comm*, 1989, **70**(5): 361-364.
- [7] QIU Y L, GUO H, CHEN Z X. Paraxial propagation of partially coherent Hermite-Gauss beams[J]. *Opt Comm*, 2005, **245**(1): 21-26.
- [8] CAI Y J, HE S. Partially coherent flattened Gaussian beam and its paraxial propagation properties[J]. *JOSA A*, 2006, **23**(10): 1623-1628.
- [9] OVAR A A, CASPERSON L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian laser beams [J]. *JOSA A*, 1998, **15**(9): 2425-2432.
- [10] LÜ Bai-da. Laser optics [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003.
吕百达. 激光光学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [11] LÜ Bai-da, ZHANG Bin, CAI Bang-wei. The intensity distribution of a gaussian schell-model beam focused by an aperture lens[J]. *Journal of Modern Optics*, 1995, **42**(3): 523-540.
- [12] GORI F, SANTARSIERO M. The change of width for a partially coherent beam on paraxial propagation [J]. *Opt Commun*, 1991, **82**: 197-203.
- [13] ALDA J, ALONSO J, BERNABEU E. Characterization of aberrated laser beams [J]. *JOSA A*, 1997, **14**(10): 2737-2747.
- [14] SIEGMAN A E. New developments in laser resonators[C]. *SPIE*, 1990, **1224**: 2-14.

Partially Coherent Cosh-Gaussian Beams

LI Chang-wei, LÜ Bai-da

(*Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

Received date: 2007-09-03

Abstract: The partially coherent cos-Gaussian (CsG) beam was introduced. Analytical expressions for the propagation of partially coherent CsG beams through a paraxial $ABCD$ optical system and the M^2 factor were derived. Propagation properties of partially coherent CsG beams through an astigmatic lens were studied. It is shown that the M^2 factor of partially coherent CsG beams is dependent on the spatial coherence parameter and the decentered parameter of partially coherent CsG beams, but independent of the astigmatic coefficient of the lens. The Gaussian-like, flat-topped, and dark-hollow different intensity profiles at the geometrical focal plane couldn be achieved by a suitable choice of the spatial coherence parameter, decentered parameter or astigmatic coefficient. Thus, the spatial shaping of partially coherent CsG beams is realizable.

Key words: Partially coherent cosh-Gaussian (CsG) beam; M^2 factor; Spatial beam shaping; Spatial coherence parameter; Astigmatism



LI Chang-wei was born in 1981. He graduated from Henan Normal University in 2005. Now he is studying for the M. S. degree at Sichuan University, and his research interests focus on the propagation and transformation of laser beams.