

利用双模腔场与 V 型三能级原子 共振作用隐形传送未知原子态*

卢道明, 陈丽华

(武夷学院 电子工程系, 福建 武夷山 354300)

摘要:给出了双模腔场与 V 型三能级原子共振相互作用下系统态矢的演化公式. 利用 V 型三能级原子与双模腔场的相互作用, 通过控制原子与光场的相互作用时间, 并对待传送的原子态进行选择性探测, 从而实现未知双原子纠缠态的隐形传送. 该方案不需要进行 Bell 基测量, 其成功几率为 1/16.

关键词:双模腔场; V 型三能级原子; 隐形传送; 纠缠态

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)12-3288-3

0 引言

自从 Bennett 等人^[1]提出隐形传态的方案以来, 量子隐形传态已成为量子光学领域的一个引人注目的课题和量子通信的基础, 引起了人们的极大兴趣. 近年来 Davidovich 等^[2]提出了一种在两个初态为纠缠态的高 Q 腔场中传送未知原子态的方案, Cirac 等^[3]提出了利用 Jaynes-Cummings 模型实现量子态隐形传送. 此外, 人们还提出了许多传送未知原子态的理论方案^[4-8]. 随着研究的深入, 人们越来越重视隐形传态的物理实现. 由于联合 Bell 基测量在实验上的实现相当复杂, 为了解决这一难题, Zheng 等人^[9]提出了在腔 QED 中实现不需要进行联合 Bell 基测量的隐形传态方案, 随后人们提出了利用简并 V 型和 Λ 型三能级原子与单模光场大失谐情况下非共振相互作用, 不需要进行联合 B 基测量实现量子态概率传送的有效方案^[10-11], 但至今, 利用非简并 V 型三能级原子传送未知原子态的方案少见报道. 本文提出了一种利用双模腔场与 V 型三能级原子共振相互作用, 不需要进行联合 Bell 基测量, 隐形传送未知双原子纠缠态的方案.

1 系统态矢的演化

V 型三能级原子与双模腔场的相互作用情况如图 1. 在相互作用表象中系统的哈密顿能量为

$$H_I = (g_1 a_1^\dagger |g\rangle\langle e| + g_2 a_2^\dagger |g\rangle\langle f|) + H.C \quad (1)$$

式中跃迁 $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ 与腔模 1 共振地耦合, $|f\rangle \rightarrow |g\rangle$

与腔模 2 共振地耦合, g_1 和 g_2 为耦合常量, 选择合

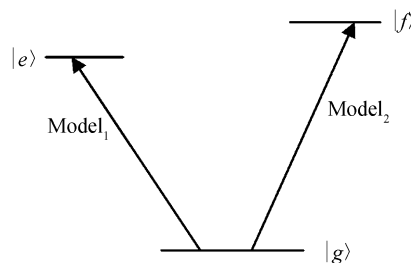


图 1 原子的能级结构

Fig. 1 Energy structure of the V-type three-level-atom
适的原子跃迁可满足^[12-13] $g_1 = g_2 = g$. 在以态 $|g, m+1, n+1\rangle, |e, m, n+1\rangle, |f, m+1, n\rangle$ 构成的闭合子空间中, 则系统的哈密量可表示为

$$H_I = g \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{m+1} & \sqrt{n+1} \\ \sqrt{m+1} & 0 & 0 \\ \sqrt{n+1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式(1)和(2)中 a^\dagger, a 分别为光场的产生和湮没算符, m, n 分别表示腔场模 1 和模 2 的光子数. 在这子空间中, 系统的本征能量为

$$E_1 = 0, E_2 = g \sqrt{m+n+2}, E_3 = -g \sqrt{m+n+2} \quad (3)$$

相应的本征态为

$$\begin{aligned} |\varphi_1\rangle &= \sqrt{\frac{n+1}{A}} |e, m, n+1\rangle - \sqrt{\frac{m+1}{A}} |f, m+1, n\rangle \\ |\varphi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |g, m+1, n+1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m+1}{A}} |e, m, n+1\rangle + \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n+1}{A}} |f, m+1, n\rangle \\ |\varphi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |g, m+1, n+1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m+1}{A}} |e, m, n+1\rangle - \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n+1}{A}} |f, m+1, n\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $A = m+n+2$. 在系统哈密量式(2)作用下, 经

*福建省自然科学基金(2008J0217)、福建省新建本科高校新世纪优秀人才支持计划和福建省教育厅科技项目(JK2009049)资助

Tel: 0599-8638634

Email: daominglu79@hotmail.com

收稿日期: 2008-10-31

修回日期: 2008-11-27

相互作用时间 t 后,原子和双模光场系统相关态将演化为

$$\begin{aligned}
 & |g, m+1, n+1\rangle \rightarrow \cos(g\sqrt{A}t) |g, m+1, \\
 & n+1\rangle - i\sqrt{\frac{m+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) |e, m, n+1\rangle - \\
 & i\sqrt{\frac{n+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) |f, m+1, n\rangle \\
 & |e, m, n+1\rangle \rightarrow \left[\frac{m+1}{A} \cos(g\sqrt{A}t) + \frac{n+1}{A} \right] \cdot \\
 & |e, m, n+1\rangle - i\sqrt{\frac{m+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) \cdot \\
 & |g, m+1, n+1\rangle + \frac{\sqrt{(m+1)(n+1)}}{A} \cdot \\
 & (\cos(g\sqrt{A}t) - 1) |f, m+1, n\rangle \\
 & |f, m+1, n\rangle \rightarrow \left(\frac{n+1}{A} \cos(g\sqrt{A}t) + \frac{m+1}{A} \right) \cdot \\
 & |f, m+1, n\rangle - i\sqrt{\frac{n+1}{A}} \sin(g\sqrt{A}t) \cdot \\
 & |g, m+1, n+1\rangle + \frac{\sqrt{(m+1)(n+1)}}{A} \cdot \\
 & (\cos(g\sqrt{A}t) - 1) |e, m, n+1\rangle \quad (5)
 \end{aligned}$$

2 量子态的隐形传送

现在用上述系统传送一未知原子纠缠态. 假设要传送的两原子 a, b 的纠缠态初始时刻被制备到

$$|\varphi\rangle_{ab} = C_e |e\rangle_a |e\rangle_b + C_f |f\rangle_a |f\rangle_b \quad (6)$$

式(6)中 $|C_e|^2 + |C_f|^2 = 1$, 原子 c 和 d 制备到 $|g\rangle_c |g\rangle_d$ 态. 首先将原子 c 注入到处于 $|1, 1\rangle$ 态的双模腔场, 通过控制原子 c 的速度来调节原子与光场的相互作用时间 t_1 , 当满足 $\sqrt{2}gt_1 = \pi/2$ 时, 原子 c 与腔场系统的态矢演化为

$$|\varphi\rangle_c = -\frac{i}{\sqrt{2}} (|e\rangle_c |0, 1\rangle + |f\rangle_c |1, 0\rangle) \quad (7)$$

现在原子 a, b, c 和腔场构成的系统态矢

$$\begin{aligned}
 |\varphi\rangle_{abc} = & -\frac{i}{\sqrt{2}} (C_e |e\rangle_a |e\rangle_b + C_f |f\rangle_a |f\rangle_b) \cdot \\
 & (|e\rangle_c |0, 1\rangle + |f\rangle_c |1, 0\rangle) \quad (8)
 \end{aligned}$$

让原子 a 与双模腔场相互作用, 通过控制原子的速度来调节原子 a 与光场的相互作用时间 t_2 , 当满足 $\sqrt{2}gt_2 = \pi/2$ 时, 原子 a, b, c 与腔场系统的态矢为

$$\begin{aligned}
 |\varphi\rangle_{abc} = & -\frac{i}{\sqrt{2}} \{ C_e |e\rangle_b |e\rangle_c \left[\frac{1}{2} |e\rangle_a |0, 1\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}} |g\rangle_a \cdot \right. \\
 & |1, 1\rangle - \frac{1}{2} |f\rangle_a |1, 0\rangle \left. \right] + C_f |f\rangle_b |f\rangle_c \left[\frac{1}{2} |f\rangle_a \cdot \right. \\
 & |1, 0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}} |g\rangle_a |1, 1\rangle - \frac{1}{2} |e\rangle_a |0, 1\rangle \left. \right] - iC_e |e\rangle_b \cdot \\
 & |f\rangle_c |g\rangle_a |2, 0\rangle - iC_f |f\rangle_b |e\rangle_c |g\rangle_a |0, 2\rangle \} \quad (9)
 \end{aligned}$$

如果探测原子 a 处于 $|e\rangle_a$ 或 $|f\rangle_a$ 态, 则原子 b, c 处于纠缠态

$$|\varphi\rangle_{bc} = C_e |e\rangle_b |e\rangle_c - C_f |f\rangle_b |f\rangle_c \quad (10)$$

接着将原子 d 注入另一个被制备到处于 $|1, 1\rangle$ 态的双模腔中, 通过控制原子的速度来调节原子 d 与光场的相互作用时间 t_3 , 当满足 $\sqrt{2}gt_3 = \pi/2$ 时, 原子 d 与腔场系统的态矢为

$$|\varphi\rangle_d = -\frac{i}{\sqrt{2}} (|e\rangle_d |0, 1\rangle + |f\rangle_d |1, 0\rangle) \quad (11)$$

这时原子 b, c, d 和腔场构成的系统态矢为

$$\begin{aligned}
 |\phi\rangle_{bcd} = & -\frac{i}{\sqrt{2}} (C_e |e\rangle_b |e\rangle_c - C_f |f\rangle_b |f\rangle_c) \cdot \\
 & (|e\rangle_d |0, 1\rangle + |f\rangle_d |1, 0\rangle) \quad (12)
 \end{aligned}$$

让原子 b 与腔场相互作用, 当相互作用时间 t_4 满足 $\sqrt{2}gt_4 = \pi/2$ 时, 系统的态矢演化为

$$\begin{aligned}
 |\varphi\rangle_{bcd} = & -\frac{i}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\frac{1}{2} C_e |e\rangle_c |e\rangle_d + C_f |f\rangle_c |f\rangle_d \right) |e\rangle_b \cdot \right. \\
 & |1, 1\rangle - i \left(\frac{1}{\sqrt{2}} C_e |e\rangle_c |e\rangle_d |1, 1\rangle + C_e |e\rangle_c |f\rangle_d |2, 0\rangle + \right. \\
 & C_f |f\rangle_c |e\rangle_d |0, 2\rangle + C_f |f\rangle_c |f\rangle_d |1, 1\rangle \left. \right) |g\rangle_b - \frac{1}{2} \cdot \\
 & (C_e |e\rangle_c |e\rangle_d + C_f |f\rangle_c |f\rangle_d) |f\rangle_b |1, 0\rangle \left. \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

现在对原子 b 进行测量, 如果探测原子 b 处于 $|e\rangle_b$ 或 $|f\rangle_b$ 态, 则原子 c, d 处于初始时刻原子 a 和 b 的纠缠态

$$|\varphi\rangle_{cd} = C_e |e\rangle_c |e\rangle_d + C_f |f\rangle_c |f\rangle_d \quad (14)$$

通过上述操作, 实现了未知双原子纠缠态的传送. 成功的几率为 $1/16$.

3 结论

本文通过研究双模腔场与 V 型三能级原子共振相互作用下系统态矢的演化, 提出了一种利用双模腔场与 V 型三能级原子共振相互作用隐形传送未知双原子纠缠态的方案. 该方案的特点是利用非简并 V 型三能级原子和不需要进行 Bell 基测量, 而 V 型三能级原子的选择余地大, 成功几率为 $1/16$. 现在讨论实验的可行性. 若选择使用 Haroche 小组实验所用的 Rydberg 原子和双模腔场, 其衰减时间 $T_c = 1.0 \times 10^{-3} \text{ s}$, 用 Rydberg 原子, 其寿命为 $T_r = 3.0 \times 10^{-2} \text{ s}$, 原子与腔场的耦合系数 $g = 2\pi \times 25 \text{ KHz}$, 原子与腔场相互作用时间 $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}g} = 7.07 \times 10^{-6} \text{ s}$, 总的相互作用时间为 $T = 2.83 \times 10^{-5} \text{ s}$, 远小于 T_c 和 T_r . 因此, 用现在的腔 QED 技术, 该方案的实验实现是可能的.

参考文献

- [1] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al.* Teleportation an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, **70**(10):1895-1901.
- [2] DAVIDOVICH L, ZAGURY N, BRUNE M, *et al.* Teleportation of an atomic state between cavities using non-local microwave fields[J]. *Phys Rev A*, 1994, **50**(3):895-899.
- [3] CIRAC J I, PARKINS A S. Scheme for atomic state teleportation[J]. *Phys Rev A*, 1994, **50**(23):4441-4445.
- [4] CHEN Chang-yong. Teleportation of an unknown atomic state via the Raman interaction of V-type three-level-atom and coherent cavity field[J]. *Acta photonica sinica*, 2002, **31**(11):1317-1320.
陈昌永. 利用 V 型三能级原子与相干态光场 Raman 相互作用传送未知原子态[J]. 光子学报, 2002, **31**(11):1317-1320.
- [5] CHEN Chang-yong, BAI Xian-ping. Teleportation of an unknown odd-even-coherent state via the Raman interaction of V-type three-level-atom and coherent cavity field[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2004, **21**(1):115-118.
陈昌永, 白鲜萍. 利用 V 型三能级原子与相干态光场 Raman 相互作用传送未知奇偶相干态[J]. 原子与分子物理学报, 2004, **21**(1):115-118.
- [6] XU Xue-mei, LUO Wen-dong. Teleportation a fock superposition state of the cavity field via a V-type three-level atom and two cavity- fields interaction [J]. *Acta Physica Sinica*, 1999, **48**(12):2154-2157.
许雪梅, 罗文东. 利用 V 型三能级原子与相干态光场 Raman 相互作用传送光场的 Fock 叠加态[J]. 物理学报, 1999, **48**(12):2154-2157.
- [7] DAI Hong-yi, CHEN Ping-xing, LIANG Lin-mei, *et al.* Teleportation superpositions of even and odd coherent states of a cavity field via the entangled state of a degenerate Λ -type atom interacting with the cavity field[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(2):441-445.
戴宏毅, 陈平形, 梁林梅, 等. 利用 Λ 型原子与光场的纠缠态传送腔场的奇偶相干态的叠加态[J]. 物理学报, 2004, **53**(2):441-445.
- [8] DONG Li, XIU Xiao-ming, GAO Ya-jun, *et al.* An arbitrary two-partical state probabilistic teleportation scheme[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4):825-828.
- [9] ZHENG Shi-biao. Scheme for approximate conditional teleportation of an unknown atomic state without the Bell-state measurement[J]. *Phys Rev A*, 2004, **69**(6):064302-064304.
- [10] YANG Zhen-Biao. Reply to comment on "Faithful teleportation of an unknown atomic state and a cavity field entangled sattu without Bell-state measurement"[J]. *J Phys B*, 2007, **40**(5):1089-1091.
- [11] LIU Ye, GUO Guang-can. Scheme for teleportation of an unknown atomic state without the Bell-state measurement[J]. *Phys Rev A*, 2004, **70**:054303-054305.
- [12] BISWAS A, AGARWAL G S. Transfer of an unknown quantum state, quantum networks, and memory[J]. *Phys Rev A*, 2004, **70**:022323.
- [13] YANG Zhen-Biao, WU Huai-Zhi, SU Wan-Jun, *et al.* Probabilistic teleportation of an arbitrary superposition of symmetric two-atom Dicke states in cavity QED [J]. *Opt Commun*, 2008, **281**:2849-2853.
- [14] RAIMOND M D, BRUNE M, HAROCHE S T. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity [J]. *Rev Mod Phys*, 2001, **73**:565-582.

Teleportation of an Unknown Atomic-entangled State via the Interaction of V-type Three-level-atom with Two-mode Cavity Field

LU Dao-Ming, CHEN Li-hua

(Department of Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract: Time evolution of state vector of the system of V-type three-level-atom interacting with two-mode cavity field is obtained. An alternative scheme is proposed for teleportation of an unknown atomic-entangled state without the Bell-state measurement. The scheme is based on the resonant interaction of V-type three-level-atom with two-mode cavity field. By means of selective measurement on the atom to be teleported state, it follows that the teleportation of an unknown atomic-entangled state is realized. And the scheme is experimentally feasible based on the current cavity QED technique and the success probability is 1/16.

Key words: Two-mode cavity field; V-type three-level-atom; Teleportation; Entangled state



LU Dao-ming was born in 1963 and received his M. S. degree from department of Physics, Nanjing University in 1988. Now he is a professor at Wuyi University, and his research interests focus on quantum optics.