

# 空间目标 TLE 天基光学混合状态 SPKF 拟合方法

张涛<sup>1</sup>, 陈荣利<sup>2,†</sup>, 张寅生<sup>1</sup>, 程洪玮<sup>1</sup>

(1 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

(2 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710119)

**摘 要:** 针对天基光学监视应用中空间目标两行轨道根数拟合估计问题, 通过引入 UT 变换和混合状态空间, 将简化的常规摄动预测模型嵌入跟踪滤波过程, 提出两行轨道根数拟合估计的天基光学混合状态 Sigma 点卡尔曼滤波方法. 仿真结果表明, 该方法可利用仅测角观测资料实现对空间碎片等非合作目标的两行轨道根数序贯滤波拟合估计.

**关键词:** 双行根数; 空间目标; 仅测角; 跟踪; UT

**中图分类号:** V412

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2009)12-3230-5

## 0 引言

空间碎片对日趋紧张的轨道资源构成严重威胁. 在地基监视系统中可以利用雷达或光电手段对其进行探测和定轨, 而对于高轨目标特别是地球静止轨道(Geosynchronous Orbit, GEO)目标, 地基系统在能量和地理位置上受到很大的限制<sup>[1,2]</sup>. 利用天基可见光监视系统功耗小、作用距离远、灵敏度高及不受天气和地理位置影响的特点, 对中轨(Medium Earth Orbit, MEO)目标及 GEO 目标进行探测和轨道预报, 是近年来的热点.

利用两行轨道根数(Two-Line Elements, TLE)的简化的常规摄动近似解析模型第 4 版(Simplified General Perturbation Version 4, SGP4)分析预报模型在轨道计算准确度和效率上具有较好的折衷<sup>[3-5]</sup>, 且可考虑多种主要摄动因素影响. SGP4 模型算法已公开<sup>[6-7]</sup>, 但 TLE 生成方法仍被美国空间飞行中心保留, 使其在应用时效性和广泛性上受到限制. 有学者针对此问题, 提出以目标瞬时密切根数或目标星载 GPS 输出作为参考, 利用 SGP4 模型由目标运动状态拟合生成 TLE 主要根数项<sup>[8-9]</sup>, 用于目标轨道确定和预测.

目前已有 TLE 拟合方法均需对目标运动状态精确已知. 然而在空间目标监视应用中, 多数情况下均为非合作目标, 其运动状态并非精确已知, 尤其是对于无目标距离信息的光学观测资料. 本文针对天基光学空间目标监视应用, 根据 TLE 拟合方法特点, 通过引入 UT 变换<sup>[10]</sup>和混合状态空间<sup>[11]</sup>将 TLE 拟合过程与 SGP4 模型一起嵌入跟踪滤波过

程, 可实现对空间碎片等非合作目标的 TLE 滤波拟合估计.

## 1 天基光学监视特点与测量模型

### 1.1 天基光学监视特点

天基光学监视中监视图像数据的获取主要采用恒星跟踪模式(Sidereal Track Mode)<sup>[12]</sup>. 正是由于目标与背景恒星在帧集内所表现出的运动特性差异, 使得便于对目标条痕进行提取. 同时从帧集中提取一定数量恒星, 通过与恒星星表数据库进行匹配, 由恒星天文位置计算传感器精确指向和目标条痕位置, 提取条痕端点赤经和赤纬作为测量输出<sup>[12]</sup>, 以降低信息处理数据流量.

帧集内弧段较短, 获得的赤经赤纬测量表现为近似线性. 对帧集内测量进行线性拟合, 提取其参考值和相应变化率作为帧集测量信息. 若在某帧集内可获得关于目标的  $N$  点测量  $\{(\alpha_i, \delta_i), i=1, \dots, N\}$  ( $N \geq 2$ ), 分别对应于测量时刻  $t_i$  ( $i=1, \dots, N$ ), 将测量  $\alpha_i$  和  $\delta_i$  根据时间  $t_i - \bar{t}$  ( $\bar{t}$  为参考时刻, 一般取数据段中点) 进行多项式拟合, 取至线性项系数, 定义为目标的帧集信息<sup>[13]</sup>

$$Z = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta})^T \in [-\pi, \pi) (-\pi/2, \pi/2) R^2 \quad (1)$$

式中  $\alpha$  和  $\delta$  为拟合常量项,  $\dot{\alpha}$  和  $\dot{\delta}$  则为拟合线性项系数.

### 1.2 测量模型

目标的赤经和赤纬测量  $(\alpha, \delta)$  由 J2000.0 坐标系下目标位置矢量  $\mathbf{r}(x, y, z)$  和测站位置矢量  $\mathbf{R}(X, Y, Z)$  确定.

$$\begin{cases} \alpha = \arctan\left(\frac{y-Y}{x-X}\right) \\ \delta = \arcsin\left(\frac{z-Z}{\rho}\right) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\rho = \sqrt{(x-X)^2 + (y-Y)^2 + (z-Z)^2}$ . 对式

<sup>†</sup> Tel: 029-88887673

Email: crl@opt.ac.cn

收稿日期: 2009-07-06

修回日期: 2009-09-14

(2)微分得到立体角变化率

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{(\dot{y}-\dot{Y})\cos\alpha - (\dot{x}-\dot{X})\sin\alpha}{\rho\cos\delta} \\ \dot{\delta} = \frac{(\dot{z}-\dot{Z}) - \dot{\rho}\sin\delta}{\rho\cos\delta} \end{cases} \quad (3)$$

测量为状态变量  $\mathbf{X}$  的非线性函数

$$\mathbf{z}(k) = h[\mathbf{X}(k)] + \mathbf{n}(k) \quad (4)$$

式中  $h(\cdot)$  表示由状态至测量的非线性变换,  $\mathbf{n}(k)$  为测量噪音, 测量协方差矩阵为  $\mathbf{R} = \text{diag}\left(\frac{\sigma^2}{\cos^2\delta}, \sigma^2, \frac{12\sigma^2}{N(N^2-1)\Delta T^2 \cos^2\delta}, \frac{12\sigma^2}{N(N^2-1)\Delta T^2}\right)$ , 其中  $\sigma$  为传感器视线测量误差. 帧集信息由该帧集内测量拟合提取, 设帧集内共有  $N$  帧测量, 帧间测量间隔  $\Delta T$ , 则相应帧集信息协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \text{diag}\left(\frac{\sigma^2}{N\cos^2\delta}, \frac{\sigma^2}{N}, \frac{12\sigma^2}{N(N^2-1)\Delta T^2 \cos^2\delta}, \frac{12\sigma^2}{N(N^2-1)\Delta T^2}\right) \quad (5)$$

## 2 空间目标 TLE 仅测角跟踪拟合方法

天基光学监视应用中仅能获得目标的角度测量信息, 单点测量不满足对目标 TLE 的求解条件. 在对目标的仅测角跟踪滤波过程中可获得对目标运动状态滤波估计, 可作为该目标的 TLE 拟合参考.

在空间目标的跟踪滤波方法中目标运动模型多采用二体或 J2 摄动模型<sup>[14]</sup>, 与 SGP4 轨道预测模型在基本模型和原理上有差别, 将使得 TLE 的最终拟合效果受到限制. 为尽量避免轨道预测模型差异的影响, 将 TLE 单点拟合过程与 SGP4 模型一起嵌入仅测角跟踪滤波的状态预测过程. 在惯性直角坐标空间内借助 UT 变换对目标状态进行确定性采样, 对各 Sigma 样点进行 TLE 单点拟合, 然后利用 SGP4 模型完成状态预测, 最后转至修正球坐标空间实现状态滤波更新.

### 2.1 直角坐标空间状态预测

对于给定的惯性直角坐标空间内初始状态  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{\dot{x}}, \hat{\dot{y}}, \hat{\dot{z}})_{k-1}^T$  和初始协方差  $\mathbf{P}_{k-1}$ , 在初始状态附近进行确定性采样获取 Sigma 样点集

$$\chi_{k-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \pm \sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{k-1}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中  $L$  表示状态变量的维数,  $\lambda = \alpha^2(L+K) - L$  为尺度因子;  $\alpha$  表示所选样点与样本均值间距离, 通常设置为小常量 ( $1e-4 \leq \alpha \leq 1$ );  $K$  为辅助尺度因子, 通常取  $K = 3 - L$ . 对上述样点集进行时间更新

$$\chi_{k/k-1} = F(\chi_{k-1}) \quad (7)$$

式中  $F(\cdot)$  可以为非线性状态预测函数, 在此定义

为利用拟合 TLE 的 SGP4 模型进行样点状态预测, 即有

$$F(\cdot) = \text{sgp4}[\text{tle}(\cdot)] \quad (8)$$

式中函数  $\text{sgp4}(\cdot)$  表示 SGP4 轨道预测模型, 函数  $\text{tle}(\cdot)$  则表示 TLE 单点拟合过程. 即对  $t_k$  时刻目标状态  $\mathbf{X}_k$  和  $\text{TLE}^{(k)}$ , 且有  $\mathbf{X}_k = f(\text{TLE}^{(k)})$ , 进行一阶 Taylor 展开得到

$$f_j(\text{TLE}) = f_j(\text{TLE}^{(k)}) + \frac{\partial f_j}{\partial \text{TLE}^{(k)}} \cdot (\text{TLE} - \text{TLE}^{(k)}) \quad j=1, \dots, 6 \quad (9)$$

可构造迭代格式<sup>[3,7]</sup>

$$\text{TLE}^{(k+1)} = \text{TLE}^{(k)} + \mathbf{M}^{-1}(y - y^{(k)}) \quad (10)$$

式中  $\mathbf{M} = \frac{\partial f(\text{TLE})}{\partial \text{TLE}} \Big|_{\text{TLE}=\text{TLE}^{(k)}}$ . 迭代收敛条件为  $|y - y^{(k)}| < \epsilon$ ,  $\mathbf{M}$  矩阵中各偏导可由前向差分或对称差分形式计算<sup>[9]</sup>, 或采用 Richard 外推公式提高计算准确度. 注意 TLE 所使用的坐标系为真赤道、平春分点坐标系 (True Equator Mean Equinox, TEME), 而通常的轨道计算或数值积分一般采用地心平赤道、平春分点坐标系 (Mean Equator Mean Equinox, MEME), 如 J2000.0 地心赤道惯性系, 需要进行坐标转换<sup>[5,7]</sup>.

对各样点预测值进行统计加权, 获取预测均值和预测协方差<sup>[10]</sup>

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{k/k-1,i} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{k/k-1,i} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \cdot [\chi_{k/k-1,i} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}]^T \quad (12)$$

式中  $W^{(m)}$ 、 $W^{(c)}$  分别为计算均值和协方差时的样点权值, 选取为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda) \\ W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / [2(L + \lambda)] \end{cases} \quad (13)$$

式中  $i = 1, \dots, 2L$ ,  $\beta$  用于体现样点的分布, 对于高斯分布通常取  $\beta = 2$ .

由于角度测量在直角坐标系下具有较强非线性, 可在测量更新步骤中采用极坐标系以实现可观测与不可观测状态分离, 使算法在稳定性上有所提高<sup>[15]</sup>, 在混合坐标空间内实现对目标的跟踪滤波<sup>[11]</sup>.

### 2.2 修正极坐标空间状态更新

取修正球坐标空间内状态矢量  $X_{\text{MP}} = (\alpha, \delta, \dot{\alpha}, \dot{\delta}, \frac{1}{\rho}, \frac{\dot{\rho}}{\rho})^T$ , 将 UT 变换采样获取的预测均值和协方差转换至极坐标系

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{\text{MP}}(k/k-1) = f_{\text{C}}^{\text{MP}}(\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \\ \mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k-1) = \mathbf{J}_{\text{C}}^{\text{MP}} \hat{\mathbf{P}}_{k/k-1} (\mathbf{J}_{\text{C}}^{\text{MP}})^{\text{T}} \end{cases} \quad (14)$$

式中  $f_{\text{C}}^{\text{MP}}(\cdot)$  为直角坐标至修正极坐标转换函数,  $\mathbf{J}_{\text{C}}^{\text{MP}} = \frac{\partial \mathbf{X}_{\text{MP}}}{\partial \mathbf{X}}$  为修正极坐标变量对直角坐标变量的 Jacobian 矩阵. 在修正极坐标系下计算卡尔曼滤波增益

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\text{MP}}(k) &= \mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k-1) \cdot \mathbf{H}^{\text{T}} \cdot (\mathbf{H} \cdot \\ &\quad \mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k-1) \mathbf{H}^{\text{T}} + \mathbf{R}_k)^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_4 \quad \mathbf{0}_{4 \times 2}]$ . 目标状态滤波更新及相应修正极坐标空间内滤波协方差为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{\text{MP}}(k/k) &= \hat{\mathbf{X}}_{\text{MP}}(k/k-1) + \mathbf{K}_{\text{MP}}(k) [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \cdot \\ &\quad \hat{\mathbf{X}}_{\text{MP}}(k/k-1)] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{MP}}(k) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k-1) \quad (17)$$

转换至直角坐标系状态

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k/k} = f_{\text{MP}}^{\text{C}}(\hat{\mathbf{X}}_{\text{MP}}(k/k)) \\ \mathbf{P}_{k/k} = \mathbf{J}_{\text{MP}}^{\text{C}} \cdot \mathbf{P}_{\text{MP}}(k/k) \cdot (\mathbf{J}_{\text{MP}}^{\text{C}})^{\text{T}} \end{cases} \quad (18)$$

式中  $f_{\text{MP}}^{\text{C}}(\cdot)$  为修正极坐标至直角坐标转换函数,  $\mathbf{J}_{\text{MP}}^{\text{C}} = \partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{X}_{\text{MP}}$  为直角坐标变量对修正极坐标变量的 Jacobian 矩阵.

### 3 仿真实验与结果分析

为对本文提出的利用天基光学测角资料的 TLE 拟合估计方法进行验证, 从 STK 空间目标编目数据库 stkSatDb.sd 中选择 GEO 和 MEO 两个典型目标, 仿真生成天基光学观测数据, 对其 TLE 主要根数项进行拟合估计, 各目标 TLE 参量项设置如表 1.

表 1 STK 数据库中所选目标的 TLE 参量值

SSC Number	30 323	00 020
$n$ (revs/day)	1.003	11.508 5
$e$	0.011 631 3	0.168 852
$i$ / (°)	6.250 6	33.350 3
$\Omega$ / (°)	285.40	210.136
$\omega$ / (°)	276.70	230.815
$M$ / (°)	101.963	113.011
$B^*$	0.000 1	0.000 105 32
TLE Epoch	20 May 2007	20 May 2007
	18:46:57.041UTCG	14:44:08.060 UT CG

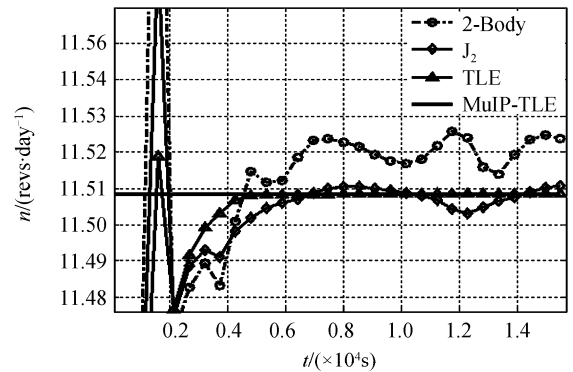
天基光学传感器的平台轨道设定为高度 1 000 km 左右的太阳同步轨道, 仿真场景中暂不考虑观测过程中地球遮挡和太阳照射条件限制. 测量数据以 16 帧为一帧集, 帧积分时间取为 2 s, 视线测量随机误差设为 20  $\mu\text{rad}$ . 仿真中采用的 TLE 拟合方法及其在图中标识为:

2-Body: 基于二体模型的先跟踪滤波后单点拟合的方法;

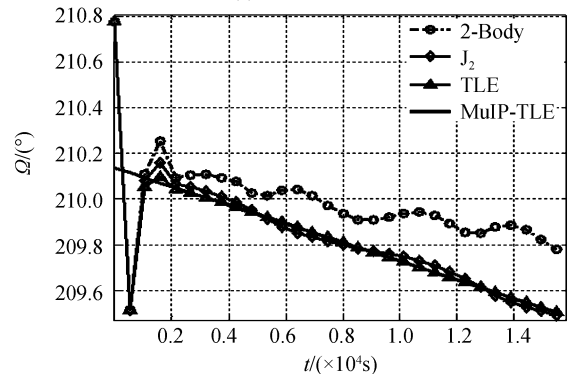
J2: 基于 J2 摄动模型的先跟踪滤波后单点拟合的方法;

TLE: 基于单点拟合的 TLE 序贯滤波方法.

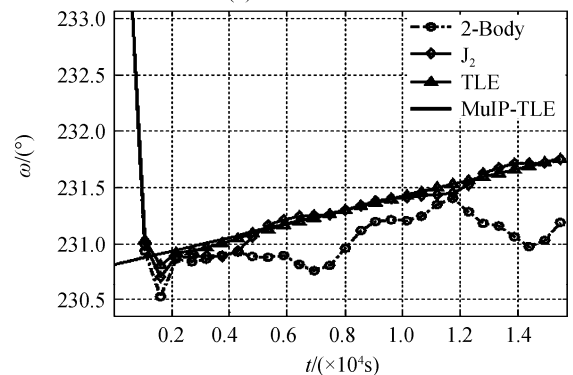
在观测弧段内选择 30 个测量帧集, GEO 目标观测间隔取 1 000 s, MEO 目标观测间隔则取 500 s. 目标位置初始误差设为 100 km, 速度误差设为 10 m/s, 对上述方法进行 50 次 Monte-Carlo 仿真. 受篇幅限制, 本文只给出 MEO00020 目标的 TLE 主要根数项估计结果如图 1. 由于 TLE 根数项存在时变, 仿真中以利用全部测量的最小二乘采样拟合结果(图中以 MulP-TLE 表示)作为参考.



(a) Estimat the orbit root  $n$



(b) Estimat the orbit root  $\Omega$



(c) Estimat the orbit root  $\omega$

图 1 LEO 目标的轨道参量各拟合估计方法比较  
Fig. 1 Estimat the orbit roots of MEO object with different method

GEO 目标受摄动影响较小, 各拟合估计方法的

估计效果差别不大,均可实现对目标 TLE 参量的较好的拟合估计,在对目标平均运动参量  $n$  的估计中基于 TLE 单点拟合的方法效果略好. MEO 目标轨道高度较低,受摄动影响尤其是  $J_2$  摄动效果增大,各方法的估计效果出现显著差异,基于二体模型的拟合估计方法已出现明显偏差,本文提出的 TLE 序贯拟合方法则可获得与采样拟合方法相接近的估计效果. 由于观测弧段较长,部分 TLE 根数项已随时间变化,如升交点赤经  $\Omega$  和近地点幅角  $\omega$ ,但本文方法仍可实现对对其准确的拟合估计.

## 4 结论

对于被监视空间目标尤其是非合作目标, TLE 的获取有助于对其进一步识别和编目. 本文针对非合作空间目标 TLE 拟合问题,面向天基光学监视应用需求,提出仅测角观测条件下的空间目标 TLE 拟合的混合状态 Sigma 点卡尔曼滤波 (Sigma-point Kalman Filter, SPKF) 序贯滤波拟合估计方法. 仿真结果表明,该方法可实现对不同类型目标 TLE 的有效拟合估计,将在一定程度上提高 TLE 应用时效性和广泛性.

### 参考文献

- [1] CHEN Rong-li, HAN Le. Research on un-illuminant space target visual detection technique[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(9): 1438-1440.  
陈荣利,韩乐.非自发光空间目标的可见光探测技术研究[J]. *光子学报*, 2005, **34**(9): 1438-1440.
- [2] CHE Chi-cheng, LI Ying-cai, CHEN Rong-li, et al. Research on feasibility of GEO target visual detection[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(5): 905-908.  
车驰骋,李英才,陈荣利,等.地面可见光相机探测静止轨道目标可行性研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(5): 905-908.
- [3] SHI Ji-xin, QU Guang-ji. A kalman filter method for space debris orbit predication using SGP4 model [J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2005, **22**(5): 273-277.  
史纪鑫,曲广吉.用 SGP4 模型和卡尔曼滤波实现空间碎片轨道预报[J]. *航天器环境工程*, 2005, **22**(5): 273-277.
- [4] ZHANG Yun-fei. A study of space object classification and statistic analysis based on database [D]. Zhengzhou: Information Project University of PLA, 2006.
- [5] HAN Lei, CHEN Lei, ZHOU Bo-zhao. Precision analysis of SGP4/SDP4 implemented in space debris orbit prediction[J]. *Chinese Space Science And Technology*, 2004(8): 65-71.  
韩蕾,陈磊,周伯昭. SDP4/SGP4 模型用于空间碎片轨道预测的准确度分析[J]. *中国空间科学技术*, 2004(8): 65-71.
- [6] HOOTS F R, ROEHRICH R L. Models for Propagation of NORAD Element Sets-Project Spacetrack Report No. 3. Aerospace Defense Command, United States Air Force, 1980.
- [7] DAVID A V, PAUL C, RICHARD H. Revisiting spacetrack report # 3[J]. AIAA, 2006-6753.
- [8] OLIVER Montenbruck, EBERHARD Gill. Real-time estimation of SGP4 orbital elements from GPS navigation data [C]. International Symposium Space Flight Dynamics, Biarritz, France, 2000-6-6-30.
- [9] LEE Byoung-Sun. NORAD TLE conversion from osculating orbital element[J]. *J Astron Space Sci*, 2002, **19**(4): 395-402.
- [10] FU Jian-guo, WANG Xiao-tong, JIN Liang-an, et al. Sigma-point kalman filter and its application [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005, **27**(1): 141-144.  
傅建国,王孝通,金良安,等. Sigma 点卡尔曼滤波及其应用 [J]. *系统工程与电子技术*, 2005, **27**(1): 141-144.
- [11] XU Jiao-jie, CHEN Hong-lin, ZHANG Yao-zhong. An bearing-only-tracking algorithm in the hybrid coordinates[J]. *Electronics Optics & Control*, 2005, **12**(2): 34-36.  
徐娇杰,陈红林,张耀中.混合坐标系下的一种纯角度跟踪算法[J]. *电光与控制*, 2005, **12**(2): 34-36.
- [12] SHARMA J, STOKES G H, von BRAUN C. Toward operational space-based space surveillance [J]. *Lincoln Laboratory Journal*, 2002, **13**(2): 309-334.
- [13] GRONCHI G F, MILANI A, de' MICHIELI VITTURI M, et al. Orbit determination with very short arcs: admissible regions[J]. *Celest Mech Dyn Astron*, 2004, **90**: 59-87.
- [14] LIU Lin. Orbit theory of spacecraft [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000: 33-80.  
刘林. 航天器轨道理论 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 33-80.
- [15] GONG Xiang-yi. Analysis of the location and tracking robust algorithm based on polar coordinates[J]. *Signal Processing*, 2005, **21**(4): 402-404.  
龚享钰. 一种基于极坐标的无源定位与跟踪稳定算法研究 [J]. *信号处理*, 2005, **21**(4): 402-404.

## TLE Conversion of the Non-cooperative Space Object Using Bearing-only Measurements

ZHANG Tao<sup>1</sup>, CHEN Rong-li<sup>2</sup>, ZHANG Ying-sheng<sup>1</sup>, CHENG Hong-wei<sup>1</sup>

(1 *Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China*)

(2 *Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China*)

**Abstract:** In order to solve the TLE conversion problem in space-based optical surveillance, the UT and mixed-state space are introduced, and the SGP4 propagator is embedded in the tracking filtering. This new TLE conversion method is called mixed-state SPKF. Simulation results indicate that the new method can utilize the bearing-only measurements to realize the TLE conversion of the space object, especially of the non-cooperative objects.

**Key words:** Two-Line-Elements; Space-object; Bearing-only; Tracking; Unscented Transformation(UT)



**ZHANG Tao** was born in 1978. He received the Ph. D. degree in 2007 from National University of Defense Technology. Now he is working at Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, and his research interests focus on major is space optical remote.