

光学 Maxwell-Bloch 方程的数值算法研究及其应用*

李成, 张华荣, 余向阳[†]

(中山大学 光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

摘要:建立了高准确度快速求解均匀展宽二能级体系光学 Maxwell-Bloch 耦合方程的数值算法. 通过与特定条件得到的解析解的比较, 验证了算法所具有的高收敛性和稳定性, 并可保持算法的误差阶数, 因此算法是可靠并实用的. 应用该算法数值求解了一般条件下的 MB 方程, 并由计算结果分析了失谐量、弛豫时间、初始光强对光脉冲在介质中的传播及对 Bloch 矢量演化的影响. 所建立的数值算法对 MB 方程以及修正的这类偏微分方程组具有普适性.

关键词:量子光学; 光与物质相互作用; 光学 Maxwell-Bloch 方程; 偏微分方程数值解法; 超短激光脉冲的传播

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)12-3138-7

0 引言

随着超短激光技术的发展, 光存储以及光信号处理^[1]等方面的研究越来越受到人们的关注, 非线性光学效应在这个领域凸现出其潜在的应用, 这也使相干瞬态光学得到了深入的研究. 超短激光脉冲与二能级体系的相互作用是产生光学相干瞬态非线性效应的基本方式之一, 在光与物质相互作用的半经典理论框架下, 可用耦合光学 Maxwell-Bloch (MB) 方程来描述这类光学瞬态相干效应^[2]. 光学 Bloch 方程描述了二能级体系的性质, 而 Maxwell 方程则描述了光场在介质中的传播特性. 一般情况下 MB 方程的解析解是无法求得的, 只有在特定的条件下才可以得到其解析解, 此时的解析解也只能定性或半定量地解释光脉冲与体系相互作用的一些物理现象^[3]. 在存在失谐、考虑弛豫等情况时, MB 方程的解析解已无法求得, 这时需要应用偏微分方程的数值方法来求解. 数值求解的结果可以得到 Bloch 矢量和光场性质的详细信息, 从而可以深入而准确地理解超短激光脉冲与物质相互作用所产生的丰富的物理现象. 光学 Bloch 方程的数值解已经得到了广泛的研究^[4-6], 包括应用数值解分析强短激光脉冲在介质中传播的面积演化^[3,6]、弛豫时间对脉冲传输的影响等等. 其中有限差分方法^[4-5]在一定程度上能够相对有效地进行求解, 但该方法的求解准确度并不高, 在数值计算脉冲传播较长空间距离时, 其效率和可靠性不尽如意. 因此本文在前面工

作^[4,6]的基础上, 建立了高效可靠的数值算法“预报校正-四阶龙格-库塔法(PCRK4)”.

本文详细介绍了算法的建立, 为了验证算法的可靠性方面, 与特定条件下的解析解结果进行了比较, 结果表明, 对 MB 方程所建立的算法是高度收敛并可靠的, 能保持算法所具有的误差阶数, 具有一般差分法^[5-7]所没有的高效性和稳定性. 作为应用示例, 第 3 部分应用该算法数值求解了一般条件下 MB 方程, 由计算结果分析了失谐量、弛豫时间、初始输入光强等对光脉冲在介质的传播及 Bloch 矢量演化的影响.

1 MB 方程及其解析解

1.1 MB 方程

均匀展宽二能级体系在沿 z 轴方向传播光场

$$E = (\tilde{E}e^{-i\omega t + ikz} + c.c.)/2 \quad (1)$$

在近共振相互作用、电偶极近似、慢变近似和旋转波近似下可得到的 MB 方程为^[2]

$$\dot{u} = -\Gamma_2 \cdot u - \Delta \cdot v \quad (2a)$$

$$\dot{v} = -\Gamma_2 \cdot v + \Delta \cdot u + \omega \cdot \mu_{21} \tilde{E}/\hbar \quad (2b)$$

$$\dot{\omega} = -\Gamma_1 \cdot u - v \cdot \mu_{21} \tilde{E}/\hbar \quad (2c)$$

$$\dot{E}_z + n/c \cdot \dot{E}_t = v \cdot \mu_0 c \omega N \mu_{21} / 2n \quad (2d)$$

式中, u, v, ω 为 Bloch 矢量, u 表征了极化强度的色散, v 表征了极化强度的吸收, ω 为上下能级的布居差. $\Delta = \omega_{21} - \omega$, 为共振失谐量, ω 是光的载波频率, $\omega_{21} = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/\hbar$, 为介质的共振频率, ϵ_2, ϵ_1 分别为上、下能级的本征能. $\Gamma_1 = 1/T_1$, T_1 为纵向弛豫时间; $\Gamma_2 = 1/T_2$, T_2 是横向弛豫时间(即退相时间). c 是光在真空中的速率, \hbar 为普朗克常量, μ_0 是真空中电磁系数, n 是介质的线性折射率, μ_{21} 是电偶极跃迁矩阵元, N 为原子的密度.

* 国家自然科学基金(10574166)、广东省自然科学基金(8151027501000062)资助

[†] Tel: 020-84110287 Email: cesyxy@mail.sysu.edu.cn
收稿日期: 2008-12-11 修回日期: 2009-06-08

定义拉比频率 $\Omega = \mu_{21} \tilde{E} / \hbar$ (由于拉比频率 Ω 与光强 E 只差一个常量,故文中也用 Ω 表示光场强度),有效时间 $\tau_0 = \sqrt{2\hbar n^2 / (N\mu_0 c^2 |\mu_{21}|^2 \omega)}$. 作如下变换: $z' = nz / c\tau_0, t' = t / \tau_0, \Omega' = \tau_0 \Omega, \Delta' = \tau_0 \Delta$. 为了简洁,将 z', t', Ω', Δ' 写回 z, t, Ω, Δ , 得到无量纲的 MB 方程

$$\dot{u} = -\Gamma_2 \cdot u - \Delta \cdot v \quad (3a)$$

$$\dot{v} = -\Gamma_2 \cdot v + \Delta \cdot u + \Omega \cdot w \quad (3b)$$

$$\dot{w} = -\Gamma_1 \cdot w - \Omega \cdot v \quad (3c)$$

$$\dot{\Omega}_z + \dot{\Omega}_t = v \quad (3d)$$

1.2 MB 方程的解析解

在初始条件为

$$\left. \begin{aligned} u(t=-\infty) &= 0, v(t=-\infty) = 0 \\ w(t=-\infty) &= -1, \Omega(t=-\infty) = 0 \end{aligned} \right\}$$

且忽略弛豫时间(即 $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = 0$) 情况下, 偏微分方程组(3)的解析解为^[2]

$$u = 2\Delta\tau_p (1 + \Delta^2\tau_p^2)^{-1} \operatorname{sech} [(t-z/U)/\tau_p] \quad (4a)$$

$$v = 2(1 + \Delta^2\tau_p^2)^{-1} \operatorname{sech} [(t-z/U)/\tau_p] \cdot \tanh [(t-z/U)/\tau_p] \quad (4b)$$

$$w = (1 + \Delta^2\tau_p^2)^{-1} \operatorname{sech}^2 [(t-z/U)/\tau_p] - 1 \quad (4c)$$

$$\Omega = 2\tau_p^{-1} \operatorname{sech} [(t-z/U)/\tau_p] \quad (4d)$$

式中 U 为光脉冲的传播速度, τ_p 是具有时间量纲的参量, 可由边界条件即初始入射脉冲确定. 对于如式(4d)的双曲正割脉冲, 有 $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t) dt = 2\pi$, 因而要得到 MB 方程的解析解, 要求输入的初始脉冲的脉冲面积为 2π 且具有稳定孤子解形式, 即初始脉冲为

$$\Omega(t) \Big|_{z=0} = \Omega_0 \operatorname{sech} (at/t_p) \quad (5)$$

式(5)中 $a = 2\ln(1 + \sqrt{2})$, 峰值 Ω_0 与初始脉冲面积 S_0 的关系为 $\Omega_0 = aS_0 / (\pi t_p)$. 对于 $S_0 = 2\pi$ 的脉冲 $\Omega_0 = 2a/t_p$, 这样有

$$\Omega(t) \Big|_{z=0} = 2at_p^{-1} \cdot \operatorname{sech} (at/t_p) \quad (6)$$

比较式(4d)和式(6), 可得参量 $\tau_p = t_p / (2a)$, 因而得到光脉冲的传播速度为

$$U = [1 + \tau_p^2 / (1 + \Delta^2\tau_p^2)]^{-1} \quad (7)$$

2 MB 方程的数值算法

2.1 算法的建立

MB 方程的解析解, 是在一定的近似条件下得到的, 只能研究特定情况下的脉冲传播过程. 要全面得到均匀展宽体系 MB 方程的所包含的物理内容, 并用于实际物理体系的解释, 需要求解各种条件下的 MB 方程. 因此, 本工作基于以上的考虑, 建立了可靠、稳定且高效求解 MB 方程的“预报校正-龙格-库塔(PCRK4)”数值算法.

方程(3a~3c)是 MB 方程中的 Bloch 方程部

分, 这部分为时间的一阶常微分方程组, 对应于每一个空间格点的 u, v, w 可用标准 RK4 法进行求解^[8]. 其格式为

$$u_{z,t+1} = u_{z,t} + h_t (f_{u_1} + 2f_{u_2} + 2f_{u_3} + f_{u_4}) / 6$$

$$v_{z,t+1} = v_{z,t} + h_t (f_{v_1} + 2f_{v_2} + 2f_{v_3} + f_{v_4}) / 6 \quad (8)$$

$$w_{z,t+1} = w_{z,t} + h_t (f_{w_1} + 2f_{w_2} + 2f_{w_3} + f_{w_4}) / 6$$

定义 $f_u = -\Gamma_2 \cdot u - \Delta v$, $f_v = -\Gamma_2 \cdot v + \Delta u + \Omega w$, $f_w = -\Gamma_1 \cdot w - \Omega u$, 分别为式(3a~3c)的右边, h_t 为时间步长. 式(8)中各项

$$f_{u_1} = [-\Gamma_2 \cdot u_{z,t} - \Delta v_{z,t}] h_t$$

$$f_{u_2} = [-\Gamma_2 (u_{z,t} + h_t f_{u_1} / 2) - \Delta (v_{z,t} + h_t f_{v_1} / 2)] h_t$$

$$f_{u_3} = [-\Gamma_2 (u_{z,t} + h_t f_{u_2} / 2) - \Delta (v_{z,t} + h_t f_{v_2} / 2)] h_t$$

$$f_{u_4} = [-\Gamma_2 (u_{z,t} + h_t f_{u_3}) - \Delta (v_{z,t} + h_t f_{v_3})] h_t$$

$$f_{v_1} = (-\Gamma_2 \cdot v_{z,t} + \Delta u_{z,t} + \Omega_{z,t} w_{z,t}) h_t$$

$$f_{v_2} = [-\Gamma_2 (v_{z,t} + h_t f_{v_1} / 2) + \Delta (u_{z,t} + h_t f_{u_1} / 2) + \Omega_{z,t} (w_{z,t} + h_t f_{w_1} / 2)] h_t$$

$$f_{v_3} = [-\Gamma_2 (v_{z,t} + h_t f_{v_2} / 2) + \Delta (u_{z,t} + h_t f_{u_2} / 2) + \Omega_{z,t} (w_{z,t} + h_t f_{w_2} / 2)] h_t$$

$$f_{v_4} = [-\Gamma_2 (v_{z,t} + h_t f_{v_3}) + \Delta (u_{z,t} + h_t f_{u_3}) + \Omega_{z,t} (w_{z,t} + h_t f_{w_3})] h_t$$

$$f_{w_1} = [-\Gamma_1 w_{z,t} - \Omega_{z,t} u_{z,t}] h_t$$

$$f_{w_2} = [-\Gamma_1 (w_{z,t} + h_t f_{w_1} / 2) - \Omega_{z,t} (u_{z,t} + h_t f_{u_1} / 2)] h_t$$

$$f_{w_3} = [-\Gamma_1 (w_{z,t} + h_t f_{w_2} / 2) - \Omega_{z,t} (u_{z,t} + h_t f_{u_2} / 2)] h_t$$

$$f_{w_4} = [-\Gamma_1 (w_{z,t} + h_t f_{w_3}) - \Omega_{z,t} (u_{z,t} + h_t f_{u_3})] h_t \quad (9)$$

Maxwell 方程(3d)是时间和空间的一阶偏微分方程, 其简单差分格式为

$$(\Omega_{z+1,t+1} - \Omega_{z,t+1}) / h_z + (\Omega_{z,t+1} - \Omega_{z,t}) / h_t = v_{z,t+1} \quad (10)$$

式(10)中 h_z 为空间步长. 将式(10)时间步长与空间步长取为相同值, 即 $h_z = h_t = h$, 则式(10)简化为

$$\Omega_{z+1,t+1} = \Omega_{z,t} + h \cdot v_{z,t+1} \quad (11)$$

由偏微分方程理论可知, 上述差分格式并不能保证一定收敛. 本文建立了“PCRK4”、“向前差分 RK4”、“向后差分 RK4”三种算法并进行了比较. 三种算法中, Bloch 方程部分都采用式(8)和式(9)所建立的标准 RK4 法求解, 而 Maxwell 方程部分算法的建立为:

算法 I: 采用中间格点对 Ω 进行校正, 此算法称为“PCRK4”法. 式(11)修正为

$$\Omega_{z+1,t+1} = \Omega_{z,t} + h \cdot (v_{z,t+1} + v_{z+1,t+1}) / 2 \quad (12)$$

由于空间每个格点所对应的 u, v, w (一维时间数组)是由该空间格点的 Ω (一维时间数组)来求得的.

因此,对应于 $z=1$ 这个格点的 u_1, v_1, ω_1 (初始格点值)可直接由初始 Ω_1 代入式(8)求得而不必校正;利用式(11)对下一个空间格点的 Ω_2 进行预报,将预报 Ω_2 代入式(8)求出 u_2, v_2, ω_2 的预报值,再利用式(12)求出这个空间格点的 Ω_2 ,此即为校正后的 Ω_2 ;利用校正后的 Ω_2 代入式(8)求出 u_2, v_2, ω_2 的校正值,利用 u_2, v_2, ω_2 的校正值对下一个空间格点的 Ω_3 进行预报.如此循环下去可得 Ω 的时空演化形式.

算法 II:式(11)简单向前差分求解 Ω ,此算法称为“向前差分 RK4”法.体系中任意的空间格点 z ,它的 u_z, v_z, ω_z (一维时间数组)是直接由对应的 Ω_z (一维时间数组)代入式(8)求得;再由 v_z 利用式(11)对下一个空间格点的 Ω_{z+1} 进行求解,然后再将 Ω_{z+1} 代入式(8)求出这个空间格点 $u_{z+1}, v_{z+1}, \omega_{z+1}$ 的值.如此循环下去可得到 Ω 的时空演化形式.

算法 III:式(11)采用简单向后差分求解 Ω ,此算法称为“向后差分 RK4”法.其格式为

$$\Omega_{z+1,t+1} = \Omega_{z,t} + h \cdot v_{z,t} \quad (13)$$

对比于式(11),其不同在于 $v_{z,t}$ 与 $v_{z,t+1}$ 在时间格点上的错位.体系中任意的空间格点 z ,它的 u_z, v_z, ω_z 是直接由对应的 Ω_z 代入式(8)求得;再由 v_z 利用式(11)对下一个空间格点的 Ω_{z+1} 进行求解,然后再将 Ω_{z+1} 代入式(8a~8c)求出这个空间格点 $u_{z+1}, v_{z+1}, \omega_{z+1}$ 的值.如此循环下去可得到 Ω 的时空演化形式.

2.2 算法的验证

为了验证算法的收敛性和可靠性,在相同的初边界条件和计算条件下,对以上三种算法数值解结果与解析解结果进行比较.数值计算输入的初始脉冲参量与解析解条件相同,计算时取有效时间 $\tau_0 = 50$ fs,时间轴以 τ_0 为单位,空间轴以 $\tau_0 c/n$ 为单位,拉比频率以 $1/\tau_0$ 为单位.输入的双曲正割型脉冲的脉冲面积为 2π ,各参量无量纲化的值分别为:脉宽 $t_p = 1$,脉冲中心 $t_0 = 5$,传播空间距离为 $L = 20$.

图 1(a)~(c)分别画出了算法 I、II、III 在空间位置 0、5、10、15、20 处脉冲的形状,计算步长 $h = 0.01$,实线和点线分别是数值解与解析解的结果.从计算结果可以看出算法 I 的数值解与解析解符合得很好,该算法具有良好的收敛性和可靠性,而算法 II、III 有较大的误差.算法 II 数值解的脉冲明显地向后偏离了解析解的结果,即数值解脉冲的传播速度小于解析解的结果,并且脉冲宽度在逐渐减小,脉冲峰值在逐渐增大;算法 III 则与算法 II 的结果相反,算法 III 的数值解明显地向前偏离了解析解的结果,即数值解脉冲的传播速度大于解析解的结果,并且脉冲宽度在逐渐增大,脉冲峰值在逐渐减小.同样条件下将步长取为 $h = 0.001$,算法 I、II、III 的计算结果比较发现:算法 II、III 此时与算法 I 在宏观上差别不大,此时步长的减小会促使准确度提高.但通过步长提高准确度是以消耗计算时间为代价的.

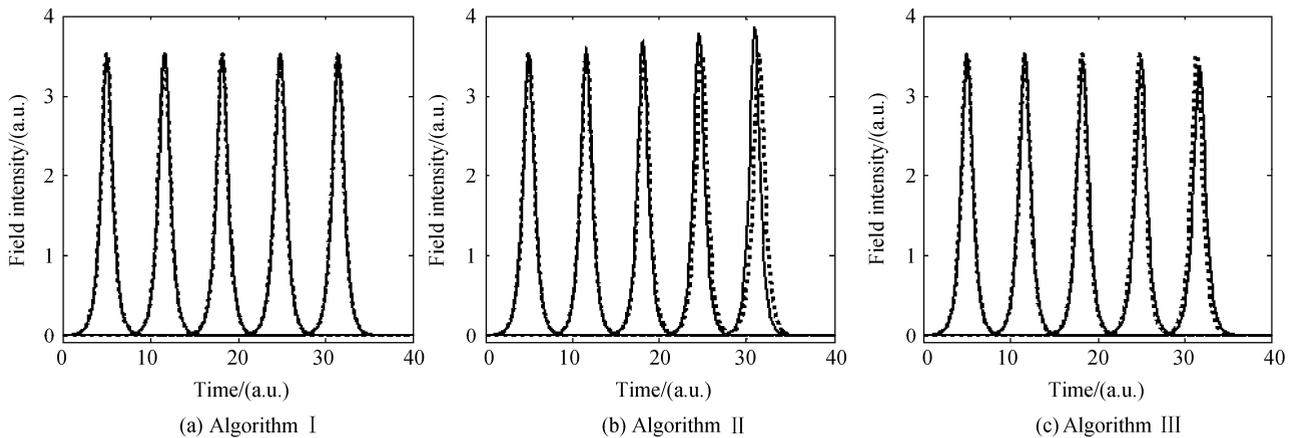


图 1 步长为 0.01 时数值法 I、II、III 与解析解的比较

Fig. 1 As step size $h = 0.01$, comparison of numerical algorithm I, II and III with the analytic solution

对以上三种算法的计算误差进行简单的分析.表 1 列出了在空间距离 $L = 4$ 处,不同步长对应算法 I、II、III 的最大全局误差,以及最大全局误差所对应解析解和数值解的值.由表格中的数据可以明显的看出,在相同步长下,算法 I 的最终全局误差要

比算法 II 小两个数量级,比算法 III 小二十倍左右;从纵向看,步长每减少一半,每种算法的最大全局误差只减少一半,而计算时间将变为原来的四倍.这意味着算法 II 或 III 要达到与算法 I 相同的准确度,在计算时间上将要高几个数量级.

表 1 三种算法的最大全局误差

Step h	Analytic algorithm I	Method I	Error I	Analytic algorithm II	Method II	Error II	Analytic algorithm III	Method III	Error III
0.01	2.4847502	2.5244935	0.0397433	2.2538526	3.2770607	1.0231534	2.8965887	2.3250312	0.5715574
0.005	2.5010517	2.4808136	0.0202381	2.4855154	3.0013508	0.5158354	2.7929807	2.5021345	0.2908462
0.001	2.4730871	2.4689348	0.0041523	2.6620791	2.7651681	0.1030890	2.7019673	2.6430887	0.0588786

3 数值计算结果与讨论

3.1 非共振

在忽略弛豫时间,且初始脉冲是面积为 2π 的双曲正割脉冲时,MB 方程可以得到式(4)形式的解析解.图 2 显示了在不同失谐量情况下的数值解,无失谐时解析解的结果与数值解的结果吻合,图中粗实线、细线、虚线、点虚线和点线分别表示 Δ 为 0、1、2、3、4.从图中可以看出,对于光场而言,在传播过程中,失谐量的变化不会改变脉冲形状,只是改变脉冲

传播的速度.虽然对应不同的失谐量光场形状不变,但对体系的响应与共振时是明显不同的.从 Bloch 矢量 w 的变化可以看出,此时 2π 脉冲并不能完成一个先将粒子数全部置于上能级,再完全反转至下能级的过程;而是随失谐量的增大完成将粒子数置于上能级的能力越来越弱.在这一点上,唯象的解释很容易产生歧义.如果初始脉冲面积不是 2π 或是有弛豫时间时,就再也得不到解析解,而只能用数值方法求解.由失谐引起光场和 Bloch 矢量的演化规律与文献[8]同,这里就不再赘述.

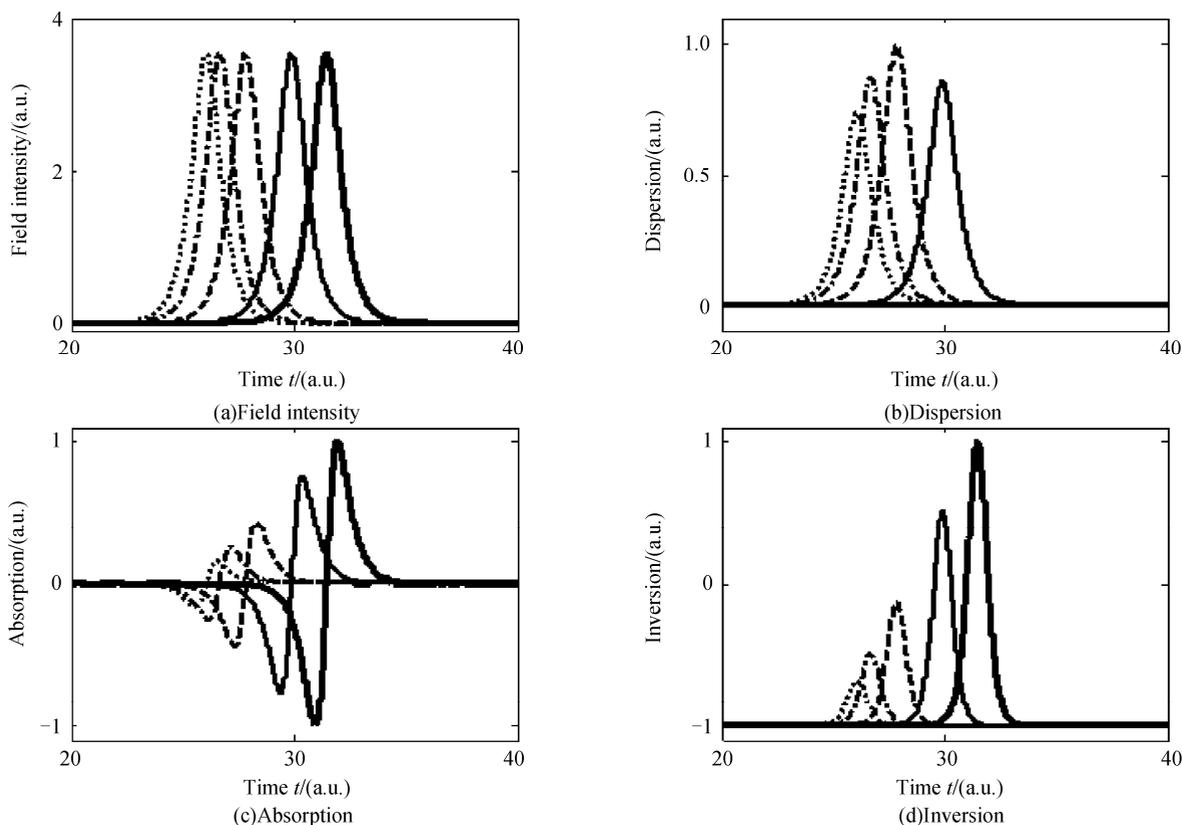


图 2 失谐量对脉冲及 Bloch 矢量演化的影响

Fig. 2 Pulse evolution and Bloch vectors evolution for different detunings

3.2 弛豫时间

在实际的体系中,总是存在一定弛豫时间的.当考虑体系的弛豫时间时,应用上面建立的数值算法,可以很好地求解弛豫时间对光场传播及体系的影响.图 3 是在考虑横向弛豫时间时,光场和 Bloch 矢量的演化过程,实线、虚线、虚点线和点线分别代表

T_2 为 $\infty, 20, 15, 10$.从图 3(a)中可以看出,随着 T_2 的减小,经过一定的传播距离以后,脉冲的峰值减小,脉冲被展宽,并且脉冲底部出现小的振荡.这说明考虑弛豫作用时, T_2 不仅会引起退相,而且会改变拉比频率.同样图 3(b)和(c)中的 Bloch 矢量 v, w 底部也会出现小的振荡.

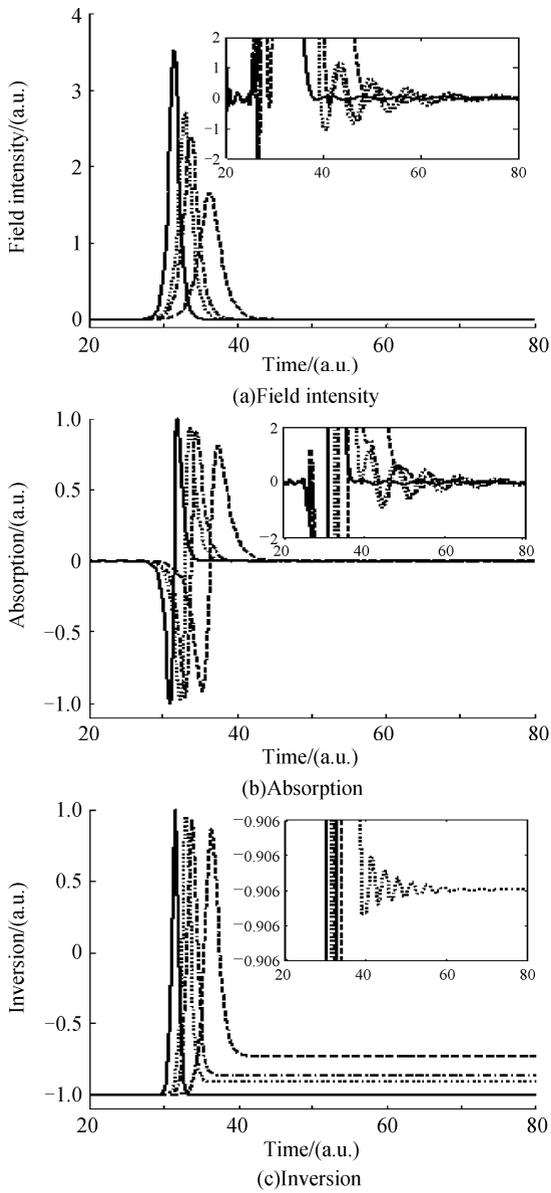


图3 横向弛豫时间 T_2 对脉冲及 Bloch 矢量演化的影响
Fig. 3 Pulse evolution and Bloch vectors evolution for different transverse relaxation times

图4是考虑纵向弛豫时间作用的影响,其规律与图3是大致相同,图中实线、虚线、虚点线和点线分别代表 T_1 为 $\infty, 60, 4, 20$. 图4(a)表明光场的峰

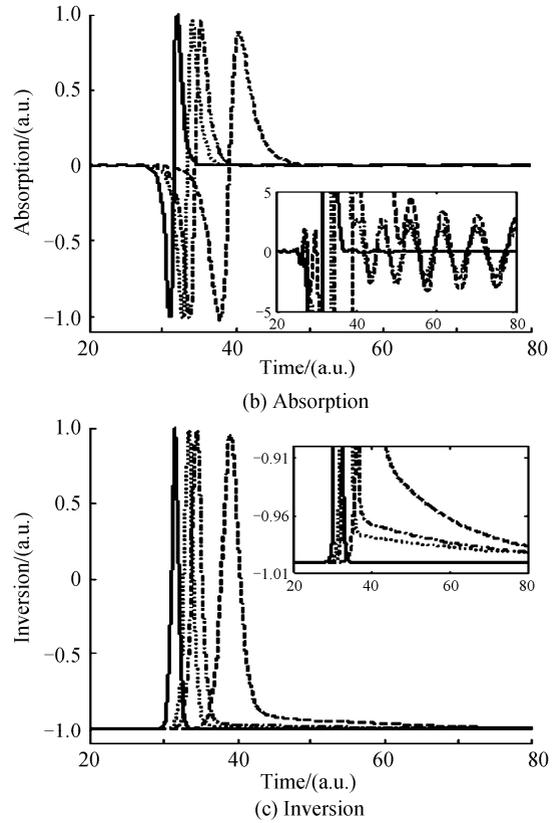
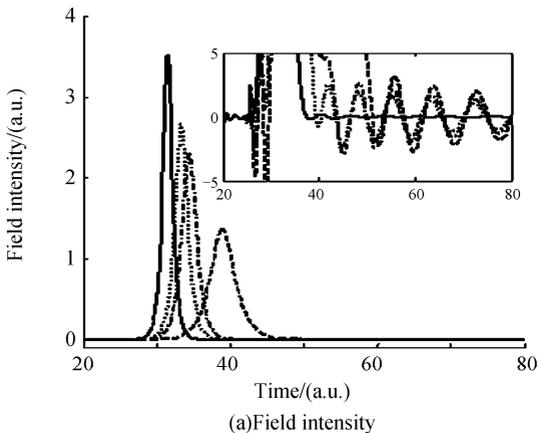
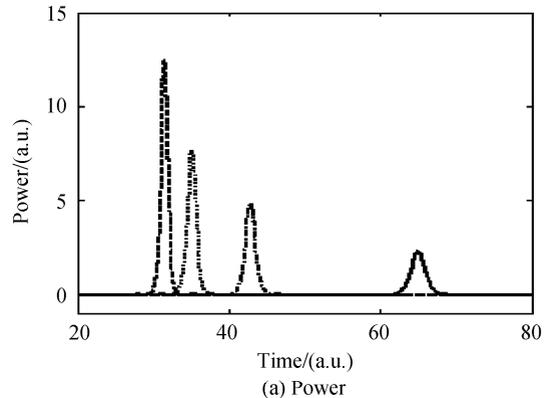


图4 纵向弛豫时间 T_1 对脉冲及 Bloch 矢量演化的影响
Fig. 4 Pulse evolution and Bloch vectors evolution for different longitudinal relaxation times

值在不断地下降,且脉冲本身也在不断地被展宽. Bloch 矢量 v 的演化与图3(b)一致,而 w 的演化则与图3(c)有一定的区别, w 的主峰右侧是持续下降的,这正是 T_1 所表征的粒子寿命.

3.3 光强

在脉宽相同的情况下,初始输入脉冲面积越大,光强越大. 对应于不同的光强,脉冲的演化形式一般不同,图5给出了不同输入脉冲面积下 Bloch 矢量的演化,图中实线、虚线、虚点线和点线分别代表输入脉冲面积为 $1.4\pi, 1.6\pi, 1.8\pi, 2\pi$. 这里初始输入脉冲为双曲正割型,失谐量为零且忽略了弛豫项的作用. 计算结果表明脉冲强度也会影响到脉冲的传



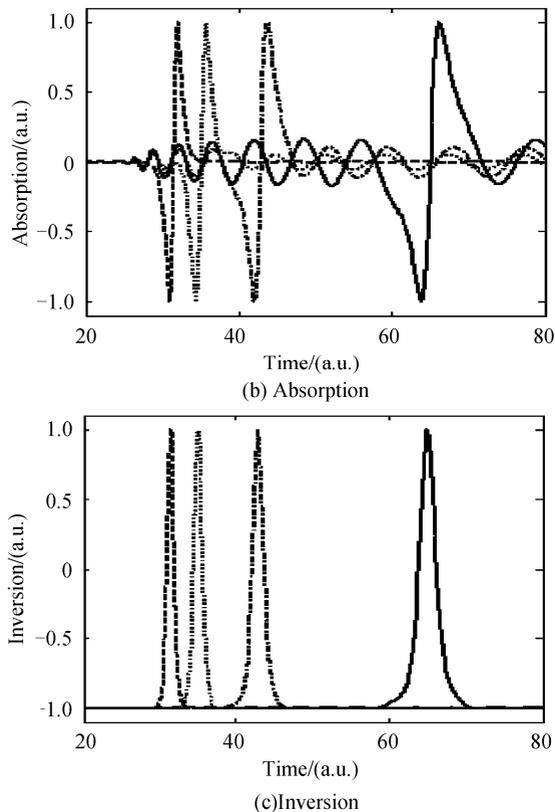


图5 不同初始输入脉冲强度对脉冲演化及 Bloch 量 v 和 w 演化的影响

Fig. 5 Pulse evolution and Bloch vectors evolution for different initial input pulses power

播速度,脉冲强度较大时,脉冲通过介质的时间越短,即传播速度越快.图 5(b)和(c)Bloch 矢量 v 、 w 的演化形式也说明了这一点.

4 结论

本文建立了一种稳定且高效求解均匀展宽二能级体系 MB 耦合方程的数值算法“预报校正四阶龙格-库塔法(PCRK4)”.应用该算法数值求解了特定条件下的 MB 耦合方程,其结果与特定解析解符合得很好.文章进一步讨论了“非共振”条件下,“考虑弛豫项”、以及“非 2π 脉冲”等非特定情况下脉冲的传播演化规律和 Bloch 矢量的演化特性.数值解得

到了比解析解更为丰富的物理特性,有助于深入正确地理解均匀展宽体系中光脉冲传播的规律及体系在光场作用下的性质,能够给出不同条件下光脉冲传播清晰的物理图像,对实验条件下的进一步研究具有指导意义.该数值算法对求解均匀展宽体系 MB 方程以及修正的这类微分方程具有普适性.

参考文献

- [1] GISIN N, MOISEEV S A, SIMON C. Storage and retrieval of time-bin qubits with photon-echo-based quantum memories [J]. *Phys Rev A*, 2007, **76**(1):014302.
- [2] ALLEN L, EBERLY J H. Optical resonance and two-level atoms[M]. New York: Dover Publications, INC, 1987:52-77.
- [3] TSANG L, CORNISH C S, BABBITT W R. Analytic solutions of the maxwell - bloch equations for high photon-echo efficiency of multiple pulse sequences[J]. *J Opt Soc Am B*, 2003, **20**(2):379-390.
- [4] GUO Ying-ying, YU Xiang-yang. Numerical methods for optical Bloch equations [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2005, **44**(5):108-110.
郭莹莹,余向阳.光学 Bloch 方程的数值解法[J].中山大学学报(自然科学版),2005, **44**(5):108-110.
- [5] JIANG Yue, YU Xiang-yang. Numerical methods and application for Maxwell-Bloch equations of two-level system [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2007, **46**(2):176-179.
蒋月,余向阳.二能级体系 Maxwell-Bloch 方程的数值求解及其应用[J].中山大学学报(自然科学版),2007, **46**(2):176-179.
- [6] ZHANG Hua-rong, JIANG Yue, LI Cheng, *et al.* Evolution rule of ultra-short laser pulse area in homogeneously broadened medium[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7):1608-1612.
张华荣,蒋月,李成,等.均匀展宽介质中激光超短脉冲面积的演化规律[J].光子学报,2008,2009, **38**(7):1608-1612.
- [7] SMITH G D. Numerical solution of partial differential equation; finite difference methods [M]. 3rd ed.. Ooford: Oxford University, 1985.
- [8] JOHN H. MATHEWS, KURTIS D. FINK, Numerical methods using MATLAB [M]. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2004:489-504.

Numerical Methods and Application for Optical Maxwell-Bloch Equations

LI Cheng, ZHANG Hua-Rong, YU Xiang-Yang

(*State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China*)

Abstract: An accurate and effective numerical method is presented to solve the Maxwell-Bloch equations, which describe the optical pulse propagation and interaction with homogeneously broadened two-level medium. The convergence and stability of this numerical method are also proved by comparing with the analytic solutions derived under special condition, and the method maintains its erroneous exponents and is applicable. Simulations of arbitrary conditions are discussed by employing this new method, and the evolutions of pulse and Bloch vectors for different detunings, relaxation times and initial input pulse power are analyzed. The established numerical method can be used to solve the Maxwell-Bloch equations and their corrections.

Key words: Quantum optics; Light-matter interaction; Optical Maxwell-Bloch equations; Numerical method to partial-differential equations; Propagation of ultra-short pulse



LI Cheng was born in 1984. He received the B. S. degree from Jiangxi Normal University in 2006. He is currently working toward the M. S. degree at School of Physics & Engineering, Sun Yat-sen University. His research interests focus on quantum optics and ultrafast phenomena.