

高衍射效率亚波长结构 Dammann 光栅的设计*

颜树华¹ 彭金璋² 徐 琰¹ 张 军¹

(1 国防科技大学机电工程与自动化学院,长沙 410073)

(2 吉首大学物理科学与信息工程学院,湖南吉首 416000)

摘 要 传统的 Dammann 光栅是基于标量衍射理论设计的二值相位等光强分束器件,其衍射效率的典型值为 80% 左右. 基于严格耦合波分析理论和遗传算法,提出了一种设计亚波长结构 Dammann 光栅的新方法,且该新型二值相位光栅具有较高的衍射效率. 同时利用自编的仿真程序包设计了多个光栅,并分析了制作误差对其衍射效率和光强均匀性的影响. 仿真结果表明,用该方法所设计的 Dammann 光栅的衍射效率超过 92%.

关键词 二元光学;亚波长结构 Dammann 光栅;严格耦合波分析;遗传算法;高衍射效率

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

文章编号 1004-4213(2007)01-0084-5

0 引言

传统的 Dammann 光栅是基于标量衍射理论设计的二值相位等光强分束器件,由于采用微电子工艺制作时不存在套刻的难题,使其在光通信、光计算、光存储、图像处理及精密测量领域得到了一定的应用. 但较低的衍射效率(典型值为 80% 左右^[1])限制了其进一步的发展. 近年来,随着微电子技术的突飞猛进,极大地推动了亚波长结构二元光学器件的研究^[2-3]. 然而大多数论文主要讨论亚波长结构光学器件的抗反射、偏振分光、滤波等特性. 本文基于严格耦合波分析理论^[4]和遗传算法,提出了一种设计亚波长结构 Dammann 光栅的新方法,且该新型二值相位等光强分束器件具有较高的衍射效率. 并利用自编的仿真程序包设计了多个 Dammann 光栅,其衍射效率均超过 92%. 同时还分析了制作误差对总衍射效率和光强均匀性的影响.

1 亚波长 Dammann 光栅的设计

1.1 光栅结构

亚波长 Dammann 光栅的结构如图 1. 其轮廓沿

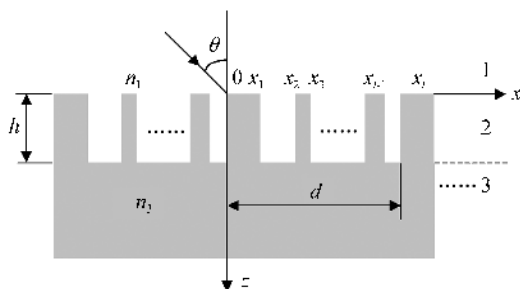


图 1 亚波长 Dammann 光栅的结构
Fig. 1 Structure of subwavelength Dammann grating

y 方向保持不变,沿 x 方向周期分布,且周期为 d ,同一周期内有 l 个相位突变点,其坐标分别为 x_1, x_2, \dots, x_l . 在 z 方向上把研究区域分成三层: $z < 0$ 为入射介质层,其折射率为 n_1 ; $z > h$ 为基底层,其折射率为 n_3 ; $0 < z < h$ 为光栅层,是由折射率为 n_1 和折射率为 n_3 的两种介质组成.

显然光栅层的介电常量具有周期性,且每个周期由 q 个台阶和 q 个沟槽构成,除了 $x=0$ 和 $x=d$ 两个点外,还有 $l=2q-1$ 个点将一个周期分为 $2q$ 个分段,可用傅里叶级数展开形式表示光栅层的相对介电常量

$$\epsilon_2(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m \exp\left(i \frac{2\pi m x}{d}\right) \quad (1)$$

式中傅里叶系数

$$c_m = \frac{1}{d} \int_0^d \epsilon_2(x) \exp\left(-i \frac{2\pi m x}{d}\right) dx = \frac{1}{d} \left[\int_0^{x_1} n_3^2 \cdot \exp\left(-i \frac{2\pi m x}{d}\right) dx + \int_{x_1}^{x_2} n_1^2 \exp\left(-i \frac{2\pi m x}{d}\right) dx + \dots + \int_{x_{l-1}}^{x_l} n_3^2 \exp\left(-i \frac{2\pi m x}{d}\right) dx + \int_{x_l}^d n_1^2 \exp\left(-i \frac{2\pi m x}{d}\right) dx \right] \quad (2)$$

令 $x_0=0$,式(2)可化简为

$$c_m = \begin{cases} n_1^2 + \frac{(n_1^2 - n_3^2)}{d} \sum_{j=1}^l (-1)^j x_j & m=0 \\ \frac{i(n_1^2 - n_3^2)}{2\pi m} \sum_{j=0}^l (-1)^j \exp\left(-i \frac{2\pi m x_j}{d}\right) & m \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

当波长为 λ 的平面波以 θ 角入射到 Dammann 光栅上时,满足光栅方程^[5]

$$n_i \sin \theta_m - n_1 \sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (4)$$

式中, n_i 为入射介质或基底介质的折射率, m 为衍射级次, θ_m 为第 m 级的衍射角. 由式(4)可知,正入射(即 $\theta=0$)时,对于分束数为 N 的 Dammann 光栅,其周期须满足

* 国家自然科学基金(50275145)资助
Tel: 0731-4573382 Email: yanshuhua996@163.com
收稿日期: 2005-11-18

$$d > d_{\min} = \frac{N-1}{2n_i} \lambda \quad (5)$$

理论分析表明,当 d 的取值略大于 d_{\min} 时,光栅所产生的各级衍射光中,只有前有限个级次强度不为 0. 衍射级次的减少,意味着可能有更多的光能量集中在所需要的光束上,从而大幅度提高衍射效率. 适当调整相位突变点的坐标,可得到尺寸小、效率高、光强均匀性好的二值相位型光栅分束器件.

由于光栅周期 d 取值较小,其特征尺寸达到亚波长量级,标量衍射理论不再适用,故采用严格耦合波分析法分析亚波长 Dammann 光栅的衍射特性. 耦合波分析给出了光栅衍射电磁场边值问题的麦克斯韦方程组的精确解^[6-7]. 其求解过程大体分为三步:1)由麦克斯韦方程组导出入射介质层和基底层电磁场解的表达式;2)利用傅里叶级数展开光栅层的介电常量,推导出耦合波微分方程组;3)在不同区域边界上运用电磁场边界条件,采用一定的数学工具求解各个衍射级次的振幅及衍射效率. 详情见参考文献[6].

1.2 相位突变点的优化设计

相位突变点的调整采用遗传算法,遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局优化概率搜索算法^[8]. 该算法具有跳出局部极值点的机制,可搜索全部解空间,且特别适用于并行运算,并已被应用到诸多领域. 遗传算法的主要构成要素有:染色体编码方法、个体适应度评价、遗传算子及其运算参量.

设计中采用 17 位二进制编码,以保证归一化突变点坐标的准确度保留到小数点后第五位. 由于突变点坐标应满足关系 $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{l-1} < x_l < 1$,故其归一化编码为

$$X_i = \text{int} \left[\frac{x_i - x_{i-1}}{1 - x_{i-1}} (2^{17} - 1) \right] \quad 1 \leq i \leq l \quad (6)$$

深度 h 的取值范围在 $[0, 2\lambda]$ 内,其归一化编码是

$$H = \text{int} (h 2^{16}) \quad (7)$$

式(6)、(7)中 int 为取整函数.

定义目标函数为

$$f(x) = \alpha \sum_{m=-M}^M \left| P(m) - \frac{P_E}{N} \right| + \beta \times \text{rms} + (1 - \beta - \alpha) |1 - P_E| \quad (8)$$

这里, $x = [x_1, x_2, \dots, x_k, h]$, α, β 为自由补偿参量,取值范围为 $[0, 1]$,且满足 $\alpha + \beta \leq 1, M = (N - 1) / 2, N$ 为分束数, $P(m)$ 为第 m 级的衍射效率, rms 为光强相对均匀性误差,其定义为^[1]

$$\text{rms} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (9)$$

式中, I_{\max} 和 I_{\min} 分别表示 N 个扇出衍射级的最大光强和最小光强. 式(8)中 P_E 为总衍射效率

$$P_E = \sum_{m=-M}^M P(m) \quad (10)$$

定义个体适应度为

$$F(x) = \begin{cases} C_0 - f(x) & f(x) < C_0 \\ 0 & f(x) \geq C_0 \end{cases} \quad (11)$$

C_0 取当代群体中的较大值.

2 优化设计结果

据前面的理论分析,作者编制了相应的程序包,设计了多个亚波长 Dammann 光栅. 优化计算时初始值的选择主要影响优化进度,而对优化结果基本无影响. 其主要原因是遗传算法具有跳出局部极值点的机制,并可搜索全部解空间. 在亚波长 Dammann 光栅的设计过程中,选择近似均匀分布的归一化坐标作为初始值,以缩短优化时间. 优化计算时参量设置如下:入射层介质为空气,其折射率 $n_1 = 1$,基底层介质为玻璃,其折射率 $n_3 = 1.5$. 在设计中相对均匀性误差是一个很重要的指标,用分贝数可表示为^[9]

$$U = -10 \lg \text{rms} \quad (12)$$

表 1 给出了四个亚波长 Dammann 光栅的设计结果,其分束数分别为 3、5、7 和 9.

需要说明的是,表 1 中的周期 d 、光栅深度 h 和最小特征尺寸均是相对设计波长 λ 而言的. 图 2 给出了分束数分别为 3、5、7 和 9 的亚波长 Dammann

表 1 亚波长 Dammann 光栅的设计结果

分束数 N	突变点个数 l	周期 $d(\lambda)$	光栅深度 $h(\lambda)$	归一化坐标		衍射谱分布 / (%)		总衍射效率 / (%)	相对均匀性误差 / (%)	相对均匀性误差 / dB	最小特征尺寸 (λ)
				序号	数值	级次	数值				
3	1	1.2	1	1	0.30916	-1	32.55	97.65	0.00	∞	0.370990
						0	32.55				
						+1	32.55				
5	3	3	1.89539	1	0.07410	-2	18.53	92.7	0.16	28.0	0.2223
				2	0.46967	-1	18.52				
				3	0.60432	0	18.58				
						+1	18.54				
						+2	18.52				

7	3	4	1.2610	1	0.28800	-3	13.13	92.05	0.13	28.9	0.34832
				2	0.62512	-2	13.16				
				3	0.91292	-1	13.15				
				0			13.16				
				+1			13.16				
				+2			13.13				
				+3			13.16				
9	5	5	1.35202	1	0.11860	-4	10.59	95.09	0.95	20.2	0.593
				2	0.47622	-3	10.60				
				3	0.59446	-2	10.60				
				4	0.72518	-1	10.46				
				5	0.87125	0	10.61				
				+			10.53				
				+2			10.51				
				+3			10.54				
				+4			10.66				

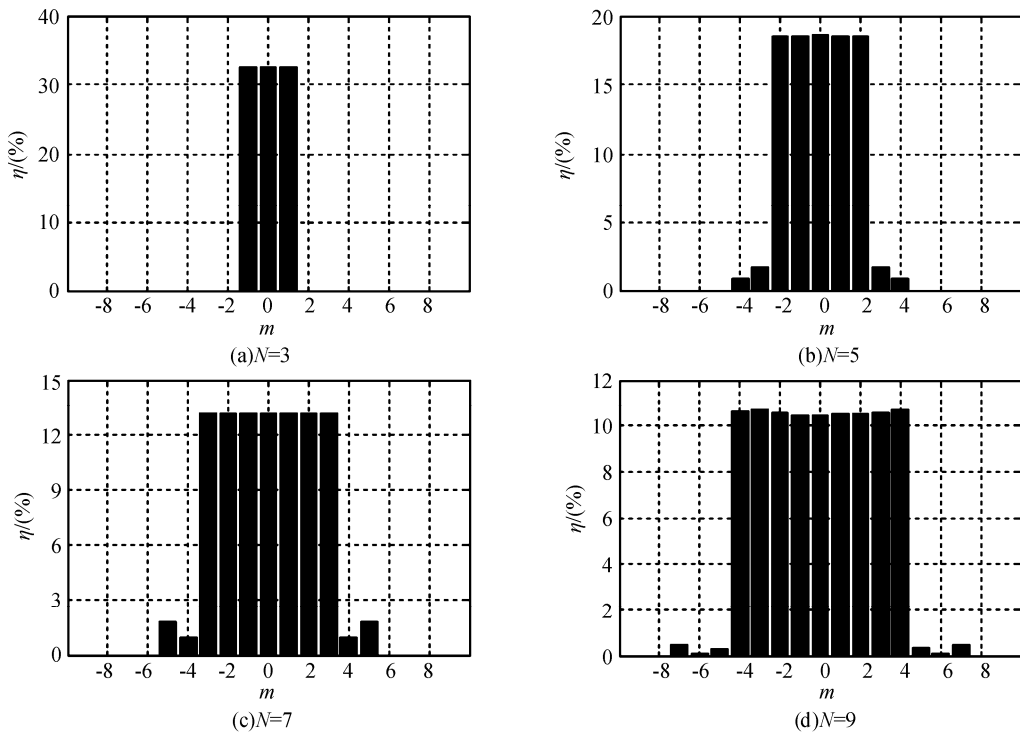


图2 亚波长 Dammann 光栅衍射效率直方图
Fig.2 The bar chart of diffractive efficiency for subwavelength Dammann gratings

光栅衍射谱分布直方图。

3 结果分析

3.1 与传统 Dammann 光栅的比较

图3给出了标量理论设计的 Dammann 光栅衍射谱光强随周期 d 的变化情况. 该光栅的分束数为5, 归一化突变点坐标分别为 $x_1=0.03859$ 、 $x_2=0.38588$ 、 $x_3=0.65056$, 其总衍射效率 $P_E=77.41\%$, 衍射谱分布为 $P(0)=15.48\%$ 、 $P(\pm 1)=15.48\%$ 、 $P(\pm 2)=15.47\%$, 光强相对均匀性误差 $rms=0.032\%$, 其分贝数为 34.9 dB, 详情见参考文献[1]. 当周期 d 取值较大时, 其光强均匀性正如所设计的结果那样, 非

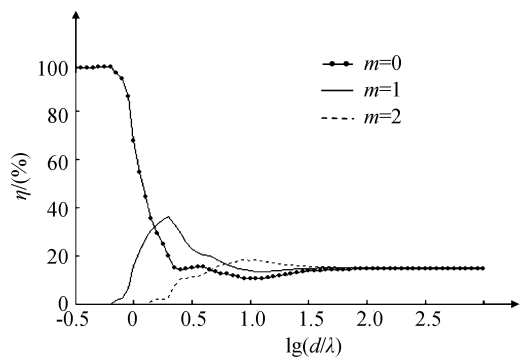


图3 传统 Dammann 光栅衍射效率随周期 d 的变化
Fig.3 The relationship of diffractive efficiency for the conventional Dammann grating with the change of wavelength

常好. 但当周期 d 减小到一定程度时(如 $d=30\lambda$), 各扇出级次光强的均匀性误差开始增大, 周期 d 进一步减小时均匀性误差显著增大. 最后, 当周期 d 取值达到深亚波长时, 2 级、1 级衍射光先后消失, 只剩下 0 级衍射光.

表 2 比较了参考文献[9]和本文的设计结果. 表中, 上限值为不限制均匀性误差时总衍射效率 P_E 的理论值, 括号内的值为分贝数表示的均匀性误差, 当 $U>40$ dB 时以符号“ ∞ ”表示. 实际应用中, 须按照均匀性误差的要求进行设计, 误差要求越高, 总衍射效率越难提高.

表 2 文献[9]和本文的设计结果比较

分束数	文献[9]的设计结果		本文的设计结果
	P_E 的上限值	P_E 的设计值	P_E 的设计值
3	93.81%	86.5%(∞)	97.7%(∞)
5	87.20%	77.4%(∞)	92.7%(28.0)
7	89.60%	84.4%(23.8)	92.1%(28.9)
9	87.74%	80.8%(31.4)	95.1%(20.2)

3.2 制作准确度的影响

在上面的设计实例中, 当入射光的波长 $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ 时, 分束数为 3、5、7 和 9 四个光栅的最小特征尺寸分别为 $0.575 \mu\text{m}$ 、 $0.345 \mu\text{m}$ 、 $0.54 \mu\text{m}$ 和 $0.919 \mu\text{m}$. 利用现有的微电子工艺, 这些亚波长 Dammann 光栅是完全能够制作出来的. 若小数点后保留五位有效数字, 需要达到 0.05 nm 的制作准确度, 就目前现有的制作工艺水平而言, 是不可能实现的. 若只保留两位小数, 只需达到 50 nm 的制作准确度. 此时分束数为 5 的亚波长 Dammann 光栅, 其均匀性误差增大到 5.07% , 但总衍射效率为 92.2% , 基本不变; 而分束数为 7 的亚波长 Dammann 光栅, 其均匀性误差增大到 7.18% , 总衍射效率仍为 92.1% , 如图 4.

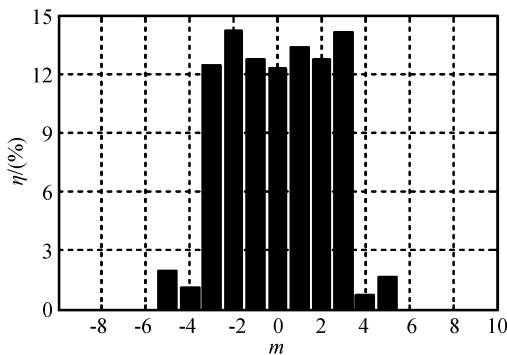


图 4 保留 2 位小数时的亚波长 Dammann 光栅衍射效率直方图

Fig. 4 The bar chart of diffractive efficiency for subwavelength Dammann grating when two decimal digits are reserved
当入射光的波长 $\lambda=10.6 \mu\text{m}$ 时, 若制作准确度仍为 50 nm , 则小数点后可保留三位有效数字, 此

时分束数为 5 的亚波长 Dammann 光栅, 其均匀性误差为 1.05% ; 而分束数为 7 的亚波长 Dammann 光栅, 其均匀性误差为 0.19% , 二者的总衍射效率仍保持不变.

须指出的是, 实际制作的亚波长 Dammann 光栅只对所选定的工作波长 λ_0 有分束作用, 对其它波长不一定有分束作用, 这一点同传统的 Dammann 光栅是一致的. 图 5 为分束数为 5 的亚波长 Dammann 光栅前三个衍射级光强随波长的变化关系, 此时选定的工作波长 $\lambda_0=1.55 \mu\text{m}$.

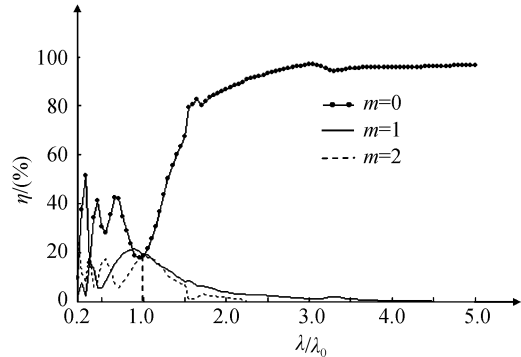


图 5 亚波长 Dammann 光栅衍射效率随波长的变化关系
Fig. 5 The relationship of diffractive efficiency for subwavelength Dammann grating with the change of wavelength

4 结论

基于严格耦合波分析理论和遗传算法, 首次提出了一种设计亚波长结构 Dammann 光栅的新方法, 且该新型二值相位光栅具有较高的衍射效率. 和传统 Dammann 光栅相对照, 详细研究了亚波长 Dammann 光栅的特性, 分析了制作误差对其衍射效率和光强均匀性的影响. 利用自编的程序包设计了分束数分别为 3、5、7 和 9 的四个新型二值相位光栅, 其衍射效率均超过 92% , 比传统的 Dammann 光栅有较大的提高. 且由于采用亚波长结构, 光栅尺寸可更加小型化, 在医疗、航天、军事等领域有着广泛的应用前景.

参考文献

- [1] JIN Guo-fan, YAN Ying-bai, WU Ming-xian. Binary optics[M]. Beijing: National Defense Industry, 1998. 55-64.
金国藩, 严瑛白, 邬敏贤. 二元光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. 55-64.
- [2] CAO Zhao-liang, LU Zhen-wu, LI Feng-you, et al. Analysis of fabrication error of subwavelength dielectric gratings[J]. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(1): 76-80.
曹召良, 卢振武, 李凤有, 等. 亚波长介质光栅的制作误差分析[J]. 光子学报, 2004, 33(1): 76-80.
- [3] LIU Yu-ling, LU Zhen-wu, REN Zhi-bin, et al. Design of subwavelength diffractive microlens [J]. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(1): 81-84.
刘玉玲, 卢振武, 任智斌, 等. 亚波长衍射微透镜的设计[J]. 光

- 子学报,2004,**33**(1):81-84.
- [4] CHEN De-wei, WANG Wei, LI Yong-ping. Rigorous coupled-wave analysis of frequency separation grating used for ICF[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(4):433-437.
陈德伟,王炜,李永平.用于ICF的分频光栅的耦合波分析[J].光子学报,2002,**31**(4):433-437.
- [5] MARCIANTE J R, FARMIGA N O, HIRSH J I, *et al.* Optical measurement of depth and duty cycle for binary diffraction gratings with subwavelength features [J]. *Applied Optics*, 2003, **43**(16):3234-3240.
- [6] MOHARAM M G, GRANN E B, POMMET D A, *et al.* Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings[J]. *J Opt Soc Am A*, 1995, **12**(5):1068-1076.
- [7] CARR D W, SULLIVAN J P, FRIEDMANN T A. Laterally deformable nanomechanical zeroth-order gratings: anomalous diffraction studied by rigorous coupled-wave analysis[J]. *Opt Lett*, 2003, **28**(18):1636-1638.
- [8] CORMIER G, BOUDREAU R, THERIAULT S. Real-coded genetic algorithm for Bragg grating parameter synthesis[J]. *J Opt Soc Am B*, 2001, **18**(12):1771-1776.
- [9] KRACKHARDT U, MAIT J N, STREIBL N. Upper bound on the diffraction efficiency of phase-only fanout elements[J]. *Applied Optics*, 1992, **31**(1):27-37.

Designing High Diffraction Efficiency Dammann Gratings with Subwavelength Structures

YAN Shu-hua¹, PENG Jin-zhang², XU Yan¹, ZHANG Jun¹

College of Mechatronical Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073

2 College of Physics Science & Information Engineering, Jishou University, Hunan Jishou 416000

Received date: 2005-11-18

Abstract The conventional Dammann grating is a binary-phase uniform-intensity splitter designed by using the scalar diffractive theory, and the representative value of diffraction efficiency is about 80%. Based on the rigorous couple-wave analysis theory and the genetic algorithm, a novel method has been proposed for designing a new binary-phase Dammann grating with subwavelength structure, which has very high diffraction efficiency. At the same time, several Dammann gratings are calculated using the self-programming emulating package. Then the influences of fabrication error on the diffraction efficiency and intensity uniformity of gratings are analyzed. The simulation results indicate that the diffraction efficiency of Dammann gratings designed using this method is more than 92%.

Key words Binary optics; Dammann grating with subwavelength structure; Rigorous couple-wave analysis; Genetic algorithm; High diffraction efficiency



YAN Shu-hua was born on December 16, 1969, in Hunan, P. R. China. He received the Ph. D. degree in instrument science and technology from National University of Defense Technology in 2004. At present, he is working as an associate professor in College of Mechatronical Engineering and Automation, National University of Defense Technology. His main research interests are in the fields of binary optics and stereoscopic vision.