

高斯光束照射下的等倾双光束干涉

付文羽¹ 刘正岐²

(1 陇东学院物理系, 甘肃庆阳 745000)

(2 陇东学院计算机科学系, 甘肃庆阳 745000)

摘 要 根据等倾干涉原理, 对高斯光束经薄膜反射后的光强、可见度、条纹分布进行了理论分析, 讨论了入射角对光强、可见度分布的影响, 相位角对条纹可见度的影响. 数值模拟计算表明: 沿着垂直于光传播方向的平面, 反射光束叠加区域为一圆斑, 随着入射角的增大, 可见度逐渐减小, 光强分布偏离了高斯分布, 光斑变大, 峰值减小. 干涉条纹在空间的分布类似于平面波的薄膜等倾干涉, 主要由入射角及薄膜厚度决定.

关键词 高斯光束; 等倾干涉; 可见度; 条纹密度

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A

0 引言

等倾干涉属于薄膜干涉的范畴, 当扩展光源照射到厚度均匀的薄膜上时, 相同倾角的反射光对应于同一级干涉条纹. 基于等倾干涉原理的 Michelson 干涉仪、双激光干涉仪、Fabry-Perot 干涉仪^[1~10]等已广泛应用于光学领域. 由于这些应用经常与激光联系在一起, 而激光是高斯光束, 具有不同于平面光波的许多特点, 所以有必要对高斯光束照射下的等倾干涉进行全面分析, 为激光干涉原理在光学领域的应用提供理论依据.

1 理论分析

如图 1, 在折射率为 n_1 的介质中沿轴 z' 传输的高斯光束斜入射到表面相互平行、折射率为 n_2 的透明介质薄膜上表面 o 点, 一部分入射光被薄膜上表面反射, 成为反射光束 a , 沿轴 z 传输; 另一部分入射光进入介质薄膜内, 经上、下表面的折射、反射, 从上表面透射出来成为透射光束 b , 沿平行于 z 轴方向传输.

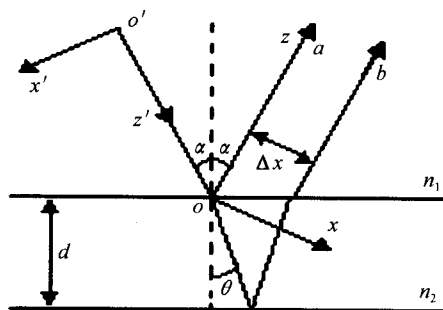


图 1 薄膜表面双光束等倾干涉
Fig. 1 Sketch diagram of double-beam interference of equal inclination on medium film

入射高斯光束的表达式为

$$E(x', y', z') = \frac{E_0 \omega_0}{\omega(z')} \exp \left[-\frac{x'^2 + y'^2}{\omega(z')^2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{ik}{2R(z')} (x'^2 + y'^2) - i(k \cdot z' + \eta(z')) \right] \quad (1)$$

式中 E_0 、 ω_0 分别为 $x' = y' = z' = 0$ 处入射光束的电场强度和光束腰斑半径, $z_0 = \pi \omega_0^2 / \lambda$, $\eta(z') = \arctan(z' / z_0)$ 分别为入射光束的位相因子和共焦参量, $k = 2\pi / \lambda$ 为波数, λ 为波长, $\omega(z') = \omega_0 [1 + (z' / z_0)^2]^{1/2}$ 、 $R(z') = z' [1 + (z_0 / z')^2]^{1/2}$ 分别为入射光束在轴坐标 z' 处的腰斑半径和光波波阵面的曲率半径.

根据光的反射定律、坐标变换关系可知, 反射光束 a 的表达式为

$$E_a(x, y, z) = \frac{\gamma_a E_0 \omega_0}{\omega(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega(z)^2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{ik}{2R(z)} (x^2 + y^2) - i(k \cdot z + \eta(z)) \right] \quad (2)$$

式中 γ_a 为介质薄膜表面的反射系数.

讨论折射光束在介质薄膜内经上、下表面折射、反射后从上表面透射出来沿平行于 z 轴传输的光束 b 的表达式.

假设透射光束 b 腰斑中心相对于光束 a 腰斑中心移动的距离为 Δx , 光束 b 相对于光束 a 沿 z 轴传输的距离差为 Δz , 则光束 b 的表达式为

$$E_b(x_b, y, z_b) = \gamma_b E(x - \Delta x, y, z + \Delta z) \quad (3)$$

式中 γ_b 为光束 b 的透射系数, d 为介质薄膜的厚度, α 、 θ 分别为光束的入射角和折射角, $\gamma_b = \gamma_a (1 - \gamma_a)^2$, $\Delta x = 2d \cos \alpha \tan \theta$, $\Delta z = 2d \cos \theta$.

同样可得折射光束在介质薄膜内经上、下两表面第二次、第三次、……, 折射、反射后从上表面透射出来的光束表达式.

一般情况下, 例如光束在空气-玻璃表面的反射, 考虑到这些光束的强度远小于光束 a 、 b 的强度, 可忽略不计^[11, 12]. 所以只考虑光束 a 、 b 的干涉作用.

这样光束 a 、 b 在空间叠加区域内总的场分布为： $E = E_a + E_b$ ，光强分布为： $I = E \cdot E^*$ 。

将式(2)、(3)代入可得

$$I = I_0 (1 + V \cos \phi) \tag{4}$$

其中

$$I_0 = E_0^2 \omega_0^2 \left\{ \frac{\gamma_a^2}{\omega(z)^2} \exp \left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega(z)} \right] + \frac{\gamma_b^2}{\omega(z + \Delta z)^2} \exp \left[-2 \frac{(x - \Delta x)^2 + y^2}{\omega(z + \Delta z)} \right] \right\} \tag{5}$$

$$V = \frac{2\gamma_a \omega(z)}{\gamma_b \omega(z + \Delta z)} \exp \left[\frac{(x - \Delta x)^2 + y^2}{\omega(z + \Delta z)^2} - \frac{x^2 + y^2}{\omega(z)^2} \right]$$

$$1 + \left[\frac{\gamma_a \omega(z)}{\gamma_b \omega(z + \Delta z)} \right]^2 \exp \left[2 \frac{(x - \Delta x)^2 + y^2}{\omega(z + \Delta z)^2} - 2 \frac{x^2 + y^2}{\omega(z)^2} \right] \tag{6}$$

$$\phi = \frac{k}{2} \left[\frac{(x - \Delta x)^2}{R(z + \Delta z)} - \frac{x^2}{R(z)} \right] + k \cdot \Delta z + [\eta(z + \Delta z) - \eta(z)] \tag{7}$$

1.1 光强的分布

式(5)中 I_0 是总光强的振幅函数，它表明光强在沿着垂直于光传播方向的平面上呈高斯分布。

在 a 、 b 两光束相交区域内，近似取 $\omega(z) \approx \omega(z + \Delta z)$ ， $\gamma_a \approx \gamma_b$ ，以 $I_0 = [E_0^2 \omega_0^2 \gamma_a / \omega(z)^2] e^{-2}$ 为边界，则在垂直于光传播的平面上 a 、 b 两光束相交区域近似为一圆形光斑，光斑中心在 $(\Delta x / 2, 0)$ 处，半径为 $\omega(z)^2 / 2 - \Delta x^2 / 4$ ，随着入射角度的增大，中心光强最大值变小，光斑半径减小。这表明：入射角度增大时，两光束 a 、 b 在空间逐渐分离，相交区域变小，干涉作用减弱。

1.2 光强的可见度分布

式(6)是总光强的可见度函数，影响着叠加区干涉光场的背景强弱，对强度起缓慢的调制作用，不影响干涉条纹的分布。

在 $\omega(z) \approx \omega(z + \Delta z)$ ，折射率 $n_1 = n_2$ 的条件下， $\alpha = \theta$ ，由式(6)可得

$$V = \frac{2(\gamma_a / \gamma_b) \exp \left[\frac{4d \sin \theta (d \sin \theta - x)}{\omega(z)^2} \right]}{1 + (\gamma_a / \gamma_b)^2 \exp \left[\frac{8d \sin \theta (d \sin \theta - x)}{\omega(z)^2} \right]} \tag{8}$$

利用坐标变化关系可得

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{2(x^2 + y^2 + z^2 + z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}} \tag{9}$$

由式(8)、(9)可知，在坐标原点 $o(0, 0, 0)$ 处，入射角 $\alpha = \theta = 0$ ，干涉条纹的可见度最大。随着入射角的增大，可见度逐渐减小。在扩束、准直激光束照射下，由于入射角相同的光经介质薄膜上、下两表面反射形成的反射光在空间叠加形成同一条等倾干涉条纹。因此随着入射角度的增大，由内向外，不同级次

的干涉条纹的可见度逐渐减小，条纹逐渐模糊。

1.3 位相角对条纹分布的影响

式(4)中 $\cos \phi$ 对光强分布起调制作用，形成明暗相间的干涉条纹。由于叠加区近似为一圆形光斑， $\cos \phi$ 调制的结果，形成明暗相同的同心圆环形条纹。而 $\partial \phi / \partial x$ 、 $\partial \phi / \partial y$ 、 $\partial \phi / \partial z$ 分别表示沿着 x 、 y 、 z 轴，在 2π 个单位长度内，干涉出现极大值的数目，即出现亮条纹的个数。

2 数值分析

取 $\lambda = 6.328 \times 10^{-7}$ mm, $\omega_0 = 1.0$ mm, $d = 50$ mm, $n_1 = n_2 = 1$, $z = 100$ mm, $E_0 = 1$, $\gamma_a = 0.04$ [11~14]。为简化分析，只讨论光强、可见度沿 ox 轴的一维分布。

2.1 入射角对光强分布的影响

图 2(a)、(b) 给出了高斯光束斜入射在介质薄膜上经上、下两表面反射、折射形成的反射光束 a 、 b 的光强分布。其中：图 2(a) 对应入射角 $\alpha = 1^\circ$ ，图 2(b) 对应入射角 $\alpha = 3^\circ$ 。由图可知，以相对较小的角度入射时，如图 2(a)，反射光束 a 、 b 在空间重叠区域较大，此时产生强烈的干涉作用，对总透射光强分布起着重要作用。

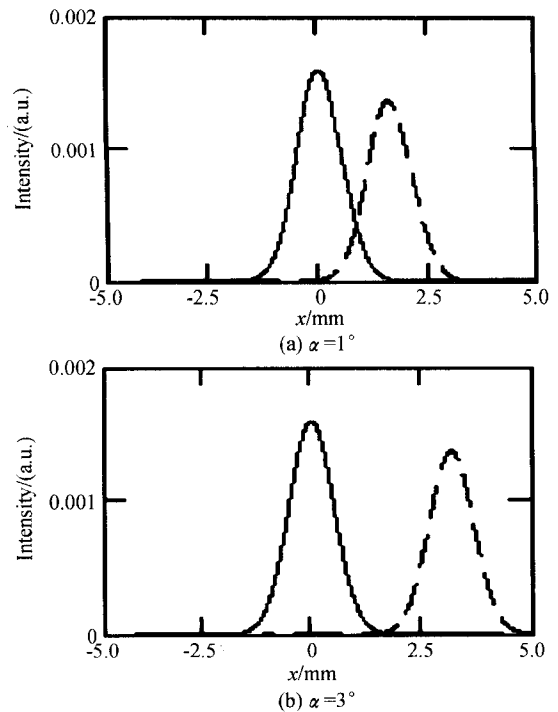


图 2 薄膜表面双光束反射光强分布
Fig. 2 The intensity distribution of double-beam reflect on medium film

以相对较大的角度入射时，如图 2(b)，反射光束 a 、 b 在空间已相对分离，可以认为光束间干涉作用很小，此时光强分布形状基本代表了光束干涉后总光强分布。

图 3 给出了 $\alpha = 1^\circ$ 时反射光束 a 、 b 的总光强分布。

从图可知,光强分布已偏离高斯分布,且峰值已不再位于坐标原点处,而是发生了偏移,同时光斑变大.

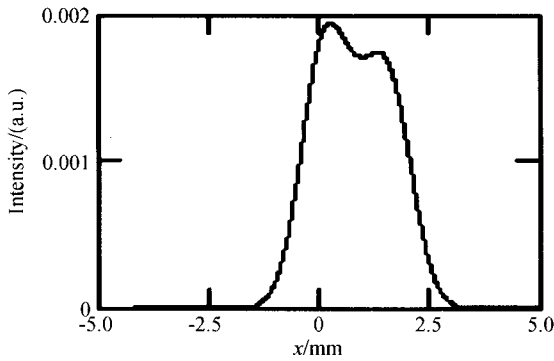


图 3 薄膜表面双光束反射总光强分布
Fig. 3 The total intensity distribution of double-beam reflect on medium film

图 4 给出了反射光束 a, b 的总光强的峰值强度随入射角的变化曲线. 从图可知,随着入射角的增大,峰值强度逐渐减小,最后趋于常量. 这是由于随着入射角的增大,两反射光束 a, b 在空间逐渐分离,干涉效应逐渐减弱,当 $\alpha > 1.2^\circ$ 时,相干叠加作用已很小,此时总光强的峰值强度就是第一束反射光束 a 的强度.

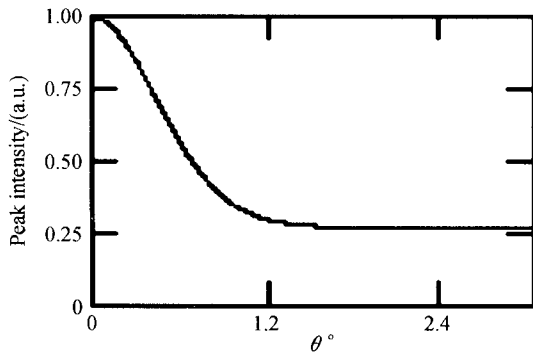


图 4 薄膜表面双光束反射总光强的峰值强度与入射角的关系
Fig. 4 Relationship of peak intensity of total intensity of double-beam reflect on medium film vs incidence angle

2.2 入射角对可见度的影响

图 5 给出了可见度分布曲线.

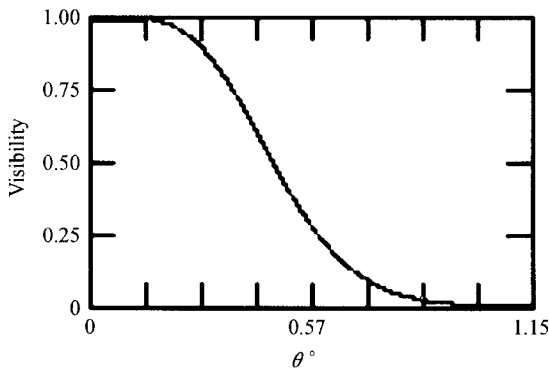


图 5 薄膜表面双光束反射可见度分布
Fig. 5 Visibility distribution of double-beam reflect on medium film

计算表明,当入射角 α 在 $0^\circ \sim 0.18^\circ$ 范围内,可见度基本保持不变. 这是由于反射光束 a, b 在空间相干叠加作用较强,产生了明显的干涉条纹. 这时高斯光束的等倾双光束干涉,与平面光入射时的等倾双光束干涉类似. 当 $\alpha > 0.18^\circ$ 时,随着入射角的增大,反射光束 a, b 在空间逐渐分离,干涉效应减弱,可见度逐渐减小,条纹逐渐变的模糊.

2.3 位相角 ϕ 对条纹分布的影响

式(7)中第一项 ϕ_1 是反射光束 a, b 在垂直于光传播的平面上,因两反射光波面不同,在任一点 $P(x, y, z)$ 处相对于原点 $o(0, 0, 0)$ 产生的相移^[15]. 第二项 ϕ_2 是两反射光束 a, b 经薄膜反射、折射,因光程差而产生的相移. 第三项 ϕ_3 是两反射光束 a, b 在沿 z 轴传播距离不同而产生的附加相移.

将上述数据,代入 $\partial\phi_1/\partial x, \partial\phi_1/\partial y, \partial\phi_1/\partial z$ 进行计算,发现在反射光束 a, b 的空间叠加区内,结果小于 10^{-4} mm^{-1} ; 同理代入 $\partial\phi_3/\partial x, \partial\phi_3/\partial y, \partial\phi_3/\partial z$ 进行计算,结果小于 10^{-6} mm^{-1} ; 与 $\partial\phi_2/\partial x, \partial\phi_2/\partial y, \partial\phi_2/\partial z$ 计算结果相比要小得多. 这说明式(7)中第一项、第三项相移因子远小于第二项相移因子对空间干涉条纹分布的影响. 所以高斯光束反射形成的等倾干涉条纹与平面光波反射形成的等倾干涉条纹类似,条纹分布主要由介质薄膜的厚度 d 和入射角 α 决定.

图 6 给出了条纹密度 $(1/2\pi)\partial\phi_2/\partial x$ 随入射角变化的曲线. 从图可知,在膜厚 d 保持不变时,随着入射角 α 的增大,条纹密度增大,条纹分布内疏外密,内圈干涉级次高,外圈干涉级次低. 同理可知,在入射角 α 保持不变时,膜厚 d 越大,条纹也越密.

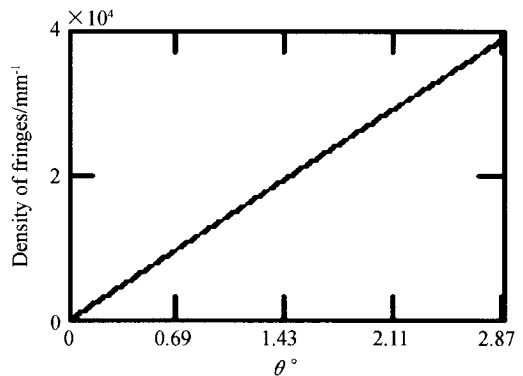


图 6 条纹密度与入射角的关系
Fig. 6 Relationship of the density of fringes vs incidence angle

3 结论

沿垂直于光传播方向的平面,反射光束叠加区域为一圆斑,随着入射角的增大,总反射光强分布偏离了高斯分布,呈不规则分布,且峰值位置沿 ox 轴向外偏移,光斑变大,峰值变小.

当入射角在 $0^\circ \sim 1.2^\circ$ 范围内, 反射光束在空间发生叠加. 在重叠区内, 当 $\alpha < 0.18^\circ$ 时, 可见度基本保持不变, 类似于平面光波入射. 当 $\alpha > 0.18^\circ$ 时, 随着入射角的增大, 反射光束在空间分离干涉效应减弱, 可见度减小, 干涉条纹逐渐模糊. 干涉条纹在空间的分布, 类似于平面光波的薄膜等倾干涉, 主要由入射角及薄膜厚度决定.

参考文献

- 1 郑少波. 多光束等倾干涉的实验研究. 光学技术, 1999, 5(9): 82~88
Zheng S B. *Optical Technique*, 1999, 5(9): 82~88
- 2 李直, 赵洋. 双激光束干涉条纹处理方法的研究. 光学技术, 2001, 27(4): 310~312
Li Z, Zhao Y. *Optical Technique*, 2001, 27(4): 310~312
- 3 冯杰. 迈克尔逊干涉仪一般等倾干涉花样的特性分析. 华南理工大学学报, 1999, 27(6): 98~103
Feng J. *Journal of South China University of Technology*, 1999, 27(6): 98~103
- 4 吴正茂, 夏光琼, 周寒青, 等. 高斯光束斜入射法布里—珀罗干涉仪的透射光强分布. 光学技术, 2003, 29(1): 83~85
Wu Z M, Xia G J, Zhou H Q, et al. *Optical Technique*, 2003, 29(1): 83~85
- 5 张铁炳. 用计算机模拟分析等倾干涉的时间相干性. 宁夏大学学报, 2003, 24(4): 349~352
Zhang T B. *Journal of Ningxia University*, 2003, 24(4): 349~352
- 6 Xia G, Wu Z, Chen J. Time delay of a chirped light pulse after transmitting a Fabry-perot interferometer. *Chin Phys Lett*, 2002, 19(2): 201202
- 7 方家美, 梁志毅, 王体辉. 基于图象亮度分布的环型干涉条纹判读法. 光子学报, 2003, 32(9): 1130~1134
Fang J M, Liang Z Y, Wang T H. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(9): 1130~1134
- 8 范希智. 利用杨氏双缝干涉讨论 Tabot 效应. 光子学报, 2005, 34(4): 621~623
Fan X Z. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(4): 621~623
- 9 张锦, 冯伯儒, 郭永康. 四激光束干涉光刻制造纳米级孔阵的理论分析. 光子学报, 2003, 34(4): 398~400
Zhang J, Feng B R, Guo Y K. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 34(4): 398~400
- 10 周灿林, 亢一澜. 数字全息干涉法用于变型测量. 光子学报, 2004, 32(2): 171~173
Zhou C L, Kang Y L. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 32(2): 171~173
- 11 姚启钧. 光学教程. 北京: 高等教育出版社, 1989. 50~53
Yao Q J. *Optical Course*. Beijing: High Education Press, 1989. 50~53
- 12 赵凯华, 钟锡华. 光学. 北京: 北京大学出版社, 1984. 186~206, 225~227
Zhao K H, Zhong X H. *Optics*. Beijing: Beijing University Press, 1984. 186~206, 225~227
- 13 Marcuse D. *Light Transmission Optics*. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1972. 150~155
- 14 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. 6th ed, New York: Pergamon, 1989. 351~360
- 15 周炳琨. 激光原理. 北京: 国防工业出版社, 1980. 348~369
Zhou B K. *Principles of Laser*. Beijing: National Defence Industry Press, 1980. 348~369

Gaussian Double-beam Interference of Equal Inclination

Fu Wenyu¹, Liu Zhengqi²

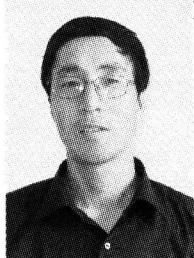
¹ Department of Physics, Gansu Qingyang 745000

² Department of Computer Science, Long-Dong University, Gansu Qingyang 745000

Received date: 2005-07-03

Abstract Based on interference principle of equal inclination. The distribution of intensity, visibility and fringes were analysed theoretically, and the influence of incidence angle on the distribution of intensity and visibility and of phase angle on the distribution of fringes by medium film reflection for a Gaussian beam discussed. Numerical calculation results show, on a plane vertical to the direction of light propagation, it is a circular spot for reflected light in the region of super-position. With the increase of incidence angle, the visibility reduced gradually, the reflected intensity deviated from Gaussian distribution, the size of beam spot broadened, the peak value reduced. The distribution of fringes by medium film reflection for a Gaussian beam in space is similar to that of a plane light, which is mainly decided by incidence angle and thickness of medium film.

Keywords Gaussian beam; Equal inclination; Visibility; Density of fringes



Fu Wenyu was born in 1963. An associate professor, a native of Gansu Province. He received his master's degree in National University of Defence Technology in Changsha in 2000. His main research interest is in the fields of photoelectric detection and sensitive technology. More than 20 papers have been published.