

# 光学玻璃电流互感器中互易性问题的理论研究\*

王政平 刘晓瑜 黄宗军

(哈尔滨工程大学理学院, 哈尔滨 150001)

**摘 要** 针对“折返式光路在可使 Faraday 效应加倍的同时消除线性双折射的影响”的说法, 导出了具有折返光路的正交共轭反射式(OCR 式)、直接反射式(DR 式)及屋脊棱镜反射式(RPR 式)光学电流传感器模型的等效传输矩阵. 结果表明, 当不存在法拉第效应时, OCR 式折返光路可以消除线性双折射影响, DR 式以及 RPR 式折返光路不能消除线性双折射的影响; 在法拉第效应与双折射同时存在时情况下, 上述三种折返光路都不能消除线性双折射的影响. 因此, 这一说法至少在采用惯常的差除和信号处理方案的玻璃电流互感器中是否成立有待商榷.

**关键词** 光学电流传感器; 法拉第效应; 琼斯矩阵; 线性双折射

**中图分类号** TP212.14 **文献标识码** A

## 0 引言

目前, 大多数光学玻璃电流传感器(Bulk Glass Optical Current Sensors: BGOCSs)以 Faraday 效应为其工作原理. Faraday 效应是具有非互易性的, 而存在于光学玻璃传感头中的线性双折射(Linear Birefringence: LB)则是具有互易性的. LB 对 BGOCS 性能有害影响是阻碍 BGOCS 实用化的、急待解决的主要问题之一<sup>[1,2]</sup>. 基于线性双折射与 Faraday 效应分别具有互易性与非互易性的特点, Laming 等提出利用正交共轭反射器(Orthoconjugate reflector: OCR)或反射镜构成带有折返(Return-back)光路的光纤电流传感器, 以期消除线性双折射的影响, 同时使 Faraday 效应加倍<sup>[3]</sup>. 此后, 基于相同原理的设计不断见于报道并扩展到了 BGOCS 领域<sup>[4~6]</sup>. 但这些文献中并未对“折返式光路在使 Faraday 效应加倍的同时消除线性双折射的影响”这一论断给予理论证明. 为此, 推导了线性双折射对已见报道的具有折返光路设计的 BGOCS 的影响, 以验证“折返式光路在使 Faraday 效应加倍的同时消除线性双折射的影响”这一论断是否成立.

## 1 折返光路式传输模型的示意图

已见报道的具有折返光路的 BGOCS 分别为正交共轭反射(Orthoconjugate Reflection: OCR)式<sup>[7,8]</sup>、直接反射(Direct Reflection: DR)式及屋脊棱镜反射(Roof-prism Reflection: RPR)式<sup>[6]</sup> BGOCS. 在忽略掉反射相移影响的条件下, 其等效

光路可分别由图 1 至图 3 分别给出. 为了便于评估与比较, 给出单圈光路 BGOCS 的等效光路如图 4.

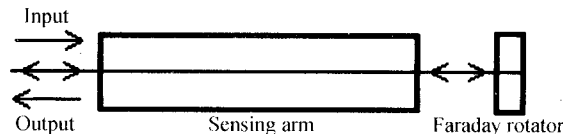


图 1 OCR 式传输模型  
Fig. 1 Orthoconjugate reflection-typed transmission model

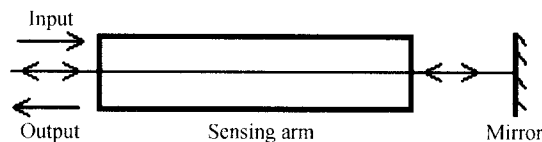


图 2 DR 式传输模型  
Fig. 2 Direct reflection-typed transmission model

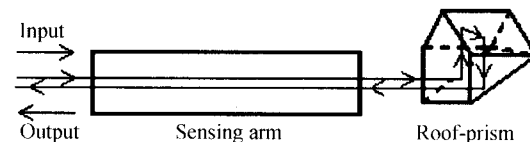


图 3 RPR 式传输模型  
Fig. 3 Roof-prism-reflection typed transmission model

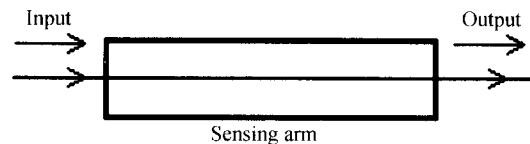


图 4 单光路传输模型  
Fig. 4 Single optical path transmission model

## 2 折返光路式传输模型的琼斯矩阵

图 1~3 的系统琼斯矩阵可描述如下

$$F' = F_2 M F_1 \quad (1)$$

式中:  $F_1$  和  $F_2$  分别是代表光束在传感臂正向传输过程及被反射器件反射后沿原光路返回时在传感臂传输过程的琼斯矩阵;  $M$  是描述光束被反射元器件反射时产生的物理效应的琼斯矩阵; 而  $F'$  则是描述光束在整个传输过程中(包括正、反向传输以及反射

\*哈尔滨工程大学基础研究基金项目, 编号 HEUF04015  
Tel: 0451-82518226 Email: zpwang@hrbeu.edu.cn  
收稿日期: 2005-06-13

过程)光学效应的等效琼斯矩阵.

传感臂上的正、反向传输矩阵分别为<sup>[9]</sup>

$$F_1 = \begin{bmatrix} A & -B \\ B & A^* \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} A & B \\ -B & A^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中

$$A = \cos(\psi/2) + j \sin(\Psi/2) \cos(\chi)$$

$$B = \sin(\psi/2) \sin(\chi)$$

$$\Psi = 2 \sqrt{(\delta/2)^2 + \phi^2}$$

且

$$\cos(\chi) = \delta/\psi \quad (3)$$

$$\sin(\chi) = 2\phi/\psi$$

式中:  $\delta$  为传感臂上单向传输过程中产生的线性双折射;  $\phi$  为传感臂上单向传输过程中由待测电流产生的法拉第旋转角, 其计算公式为

$$\phi = \oint_L \mathbf{VH} \cdot d\mathbf{l} \quad (4)$$

式中  $V$  为 Verdet 常量, 对 ZF-7 玻璃,  $\mathbf{H}$  是由待测电流产生的磁场强度,  $d\mathbf{l}$  是光路矢量微元. 当光波长为 1310nm 时,  $V = 7.0528 \times 10^{-6}$  rad/A.

由于三种模型所采用的外部反射元件不同, 所以  $M$  的具体形式亦不同

OCR 式中法拉第旋转镜的琼斯矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} \cos \pi/4 & \sin \pi/4 \\ -\sin \pi/4 & \cos \pi/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \pi/4 & -\sin \pi/4 \\ \sin \pi/4 & \cos \pi/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

DR 式中反射镜的琼斯矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

RPR 式中屋脊棱镜的琼斯矩阵为<sup>[6]</sup>

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3 三种模型的等效传输矩阵

#### 3.1 法拉第旋转角为零时

令上述公式中法拉第旋转角为零, 可分别导出 OCR 式、DR 式以及 RPR 式模型在此情形下的等效传输矩阵如下

OCR 式

$$F'_{\text{OCR}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

DR 式

$$F'_{\text{DR}} = \begin{bmatrix} -\cos \delta - i \sin \delta & 0 \\ 0 & \cos \delta - i \sin \delta \end{bmatrix} \quad (9)$$

RPR 式

$$F'_{\text{RPR}} = \begin{bmatrix} \cos \delta + i \sin \delta & 0 \\ 0 & \cos \delta - i \sin \delta \end{bmatrix} \quad (10)$$

由式(2)、(3)可知, 在此情形下, 单光路式模型的传输矩阵为

$$F'_{\text{SOP}} = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) + i \sin(\delta/2) & 0 \\ 0 & \cos(\delta/2) - i \sin(\delta/2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

比较式(8)~(11)可知, 当传感臂上产生的法拉第旋转角为零时, OCR 式折返光路模型可消除传感臂上产生的线性双折射; 而 DR 式和 RPR 式不能消除线性双折射且光路往返的结果使双折射的效应也加倍(由单圈光路  $\delta/2$  的三角函数增加到 DR 式或 RPR 式的  $\delta$  的三角函数). 产生这样结果的原因是明显的. 由于 LB 是互易的, 因此其大小与正负传输方向无关. 对于 OCR 式 BGOCS 而言, 当光束沿正向传输到正交共轭反射镜后, 在发生反射的同时光矢的方向还发生旋转, 使光矢的 p 分量与-s 分量交换了方向, 再沿原光路返回时产生的 LB 与正向传输时产生的 LB 恰好等值反符号. 二者相加的结果恰好为零. 因此等效矩阵中不会含有 LB 因子. 但对于 DR 式以及 RPR 式 BGOCS 而言, 由于在反射时 p 分量与-s 分量没有交换, 因此在反射光路中产生了与正向传输时大小与符号均相同的 LB, 二者相加, 使等效矩阵表现为具有两倍 LB 的单光路系统的矩阵.

#### 3.2 法拉第旋转角不为零时

由于在实际情况下, BGOCS 中的 LB 往往远大于法拉第旋转角, 即公式组(3)中  $\phi \approx \delta$ , 则由式(1)~(7)可导出各模型在法拉第旋转角不为零时的等效传输矩阵如下

OCR 式

$$F'_{\text{OCR}} = \begin{bmatrix} 2\phi \left[ \frac{\sin \delta}{\delta} + i \frac{\sin^2(\delta/2)}{\delta/2} \right] & 1 - \phi^2 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2} \\ 1 - \phi^2 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2} & 2\phi \left[ -\frac{\sin \delta}{\delta} + i \frac{\sin^2(\delta/2)}{\delta/2} \right] \end{bmatrix} \quad (12)$$

DR 式

$$F'_{\text{DR}} = \begin{bmatrix} -\cos \delta - i \sin \delta & 2\phi \frac{\sin \delta}{\delta} \\ 2\phi \frac{\sin \delta}{\delta} & \cos \delta - i \sin \delta \end{bmatrix} \quad (13)$$

RPR 式

$$F'_{\text{RPR}} = \begin{bmatrix} \cos \delta + i \sin \delta & -2\phi i \frac{\sin^2(\delta/2)}{\delta/2} \\ -2\phi i \frac{\sin^2(\delta/2)}{\delta/2} & \cos \delta - i \sin \delta \end{bmatrix} \quad (14)$$

又由式(2)、(3)可知, 在此情形下, 单光路式模型的传输矩阵为

$$F_{\text{SOP}}' = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) + i\sin(\delta/2) & -\phi \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2} \\ \phi \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2} & \cos(\delta/2) - i\sin(\delta/2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

由式(12)-(15)可知,当传感臂上产生的法拉第旋转角不为零时,OCR式、DR式和RPR式折返光路设计都不能消除传感臂上线性双折射的影响.产生这样结果的原因也是明显的.由式(3)可知:由待测电流引起的具有非互易性的Faraday旋转角与具有互易性的LB是“纠缠”在一起以函数 $\phi$ 的形式共同作用的.当Faraday旋转角不为零时,即便对于OCR式BGOCS,单靠折返传输光路的设计也不能将Faraday效应与LB的影响分离开并将LB抵消掉.更不用说DR式和RPR式的BGOCS了.应当指出的是,如果采用可以分离LB与法拉第旋转角的适当的光路与信号处理方案,则有可能利用LB与法拉第效应分别具有互易性与非互易性的特点来消除线性双折射的有害影响.在这方面,Rogers等人报告的工作提供了很有说服力的例证<sup>[10]</sup>.

## 4 结论

导出了分别在有无Faraday效应存在的条件下,具有折返光路设计的OCR式、DR式以及RPR式OCS的等效传输矩阵.结果表明:

1)当不存在法拉第效应时,OCR式BGOCS可以通过光束的正、反向传输消除线性双折射的影响;而DR式以及RPR式OCS则不能消除线性双折射的影响.

2)在法拉第旋转角不为零的情况下,上述三种BGOCS都不能仅仅通过光束的正、反向传输将线性双折射的影响抵消掉.

3)如果采用可以分离LB与法拉第旋转角的适当的光路与信号处理方案,则有可能利用LB与法拉第效应分别具有互易性与非互易性的特点来消除线性双折射的有害影响.

因此,“折返式光路在可使Faraday效应加倍的

同时消除线性双折射的影响”的说法并不适用于采用惯常的差除和信号处理方案的光学玻璃电流传感器.

## 参考文献

- 1 Ning Y N, Wang Z P, Palmer A W, *et al.* Recent progress in optical current sensing techniques. *Rev Sci Instrum*, 1995, **66**(5): 3097~3111
- 2 王政平,李庆波,刘晓瑜,等.线性双折射对光学玻璃电流传感器输出特性影响的理论分析.光子学报,2004,**33**(7):818~822  
Wang Z P, Kang C, Huang Z J, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(7):818~822
- 3 Laming R I, Payne D N. Electric current sensors employing spun highly birefringent optical fibers. *J of Lightwave Technology*, 1989, **7**(12):2084~2094
- 4 Pistoni N C, Martinelli M. Vibration-insensitive fiber-optic current sensor. *Opt Lett*, 1993, **18**(4): 314~316
- 5 易本顺,刘延冰,阮芳.反向双环路光学电流传感头研究.光子学报,1996,**25**(Z1):91~94  
Yi B S, Liu Y B, Ruan F. *Acta Photonica Sinica*, 1996, **25**(Z1):91~94
- 6 Li E N, MacAlpine J MK, Liu Y B, *et al.* A novel optical current transducer for power systems. *Electric Power Systems Research*, 1998, **46**:21~25
- 7 王政平,康崇,黄宗军,等.法拉第镜式光学电流互感器原理.哈尔滨工程大学学报,2005,**26**(3):398~401  
Wang Z P, Kang C, Huang Z J, *et al.* *J of Harbin Engineering University*, 2005, **26**(3):398~401
- 8 黄宗军,康崇,王政平,等.预转角对FMOCT输出光偏振态的影响.光子学报,2006,**35**(8):  
Huang Z J, Kang C, Wang Z P, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(8):
- 9 Tabor W J, Chen F S. Electromagnetic propagation through materials possessing both Faraday rotation and birefringence: experiments with ytterbium orthoferrite. *J of Appl Phys*, 1969, **40**(7):2760~2765
- 10 Rogers A J, Xu J, Yao J. Vibration immunity for optical-fibre current measurement. *Proceedings of SPIE*, 1994, **2360**:40~44

## Theoretical Analysis of Reciprocity Problems in Bulk Glass Optical Current Sensors

Wang Zhengping, Liu Xiaoyu, Huang Zongjun

*School of Science, Harbin Engineering University, Harbin 150001*

Received date: 2005-02-16

**Abstract** Aiming to the idea of that “the Faraday effect will be doubled and the linear birefringence will be eliminated by using a return-back optical path”, the equivalent matrices of Orthoconjugate Reflection (OCR)-typed, Direct Reflection (DR)-typed, and Roof-prism Reflection (RPR)-typed optical current sensor models are derived, respectively. The results show that the OCR-typed return-back optical path can eliminate the effects of the linear birefringence, while the DR-typed and the RPR-typed return-back optical paths can not do that when the Faraday rotation is zero; all of these three return-back optical paths can not eliminate the effects of the linear birefringence when the Faraday rotation is not zero. Therefore, it is worthy to discuss that whether the view of “the Faraday effect will be doubled and the linear birefringence will be eliminated by using a return-back optical path” is correct for the bulk glass optical current sensor employing the conventional “-/+” signal processing scheme.

**Keywords** Optical current sensors; Faraday effect; Jones Matrix; Linear birefringence



**Wang Zhengping** professor and doctoral supervisor at Harbin Engineering University (HEU). He was born in Heilongjiang Province of China in 1949, and received his B. Sc. and M. Eng. Degrees at the Dept. of Physics and the Dept. of Electronic Engineering of the HEU in 1982 and 1989, respectively. His primary areas of research include fiber-optic sensing technology, thin film optics and optical metrology. More than eighty papers reflecting the research work of his group have been published, among which 15 have been embodied by SCI, 19 by EI and 10 by ISTP.