

石英晶体的色散方程及折射率温度系数

赵 爽^{1,2} 吴福全¹

(1 曲阜师范大学激光研究所, 山东曲阜 273165)

(2 泰山医学院放射系, 山东泰安 271000)

摘 要 研究了石英晶体在不同温度下折射率随波长的变化规律. 通过对 Sellmeier 方程严格求解, 得出了其系数表达式, 计算出了不同波长对应的折射率, 经验证与实验值符合得很好. 通过曲线拟合求解出了折射率温度系数表达式, 由此式可计算出不同波长折射率温度系数; 进一步求解出了 Sellmeier 方程常量随温度变化地数值, 得到求解不同温度任意波长的石英晶体主折射率的一种方法.

关键词 晶体光学; 温度系数; 曲线拟合; Sellmeier 方程; 色散

中图分类号 O734-34 **文献标识码** A

0 引言

石英晶体^[1~7]由于其二向色性小, 使用波段宽 (0.185~3.5 μm), 机械强度高, 人工生长技术成熟, 易于得到大块的光学级晶体等特点, 成为制作各种波片和补偿器的重要材料. 又由于石英晶体在红外及紫外有较好的透射性 (这一点优于方解石晶体), 也可以用来制造紫外与红外的偏光棱镜. 但当温度变化时, 石英晶体的折射率及双折射率等均将发生变化, 这样由石英晶体制成的延迟器件的延迟量、偏光器件的分束角、偏离角等也发生相应的变化, 致使器件的使用范围受到限制. 已有文献仅给出了几个特定温度下晶体波长与折射率值^[8], 或仅对石英晶体制成的延迟器件的延迟量与温度的关系做过定量分析^[9], 而石英晶体材料在不同温度不同波长下所对应的折射率却一直未见报道.

本文主要通过修正的 Sellmeier 方程^[10,11]严格求解, 得到 0.340~0.768 μm 波段范围内 Sellmeier 方程各常量表达式; 通过曲线拟合的方法得到不同波长的温度系数, 从而求得不同温度不同波长的折射率, 为石英晶体器件的设计与使用提供理论依据.

1 Sellmeier 方程的求解

媒质中折射率随入射光波长而变的现象称为光的色散现象^[12~14]. 通常通过实验测定 n 随 λ 的变化关系, 并作出色散曲线. 但由于各种材料的色散曲线不尽相同, 所以无法从一种材料的色散曲线得到另一种材料的色散曲线. 除此之外, 在材料的正常色散波长范围内, 还可以通过修正的 Sellmeier 方程来求解.

修正的 Sellmeier 方程表达式为

$$n_i^2 = A + \frac{B}{\lambda_i^2 - C} - D\lambda_i^2 \quad (1)$$

式中, n_i 表示折射率, λ_i 为入射光在真空中的波长 (单位 μm), D 是与吸收能带有关的常量, C 为媒质的吸收波长, D 是远红外修正项^[15].

将 $n_1, \lambda_1; n_2, \lambda_2; n_3, \lambda_3; n_4, \lambda_4$ 分别代入式 (1), 得到四个方程

$$\begin{cases} n_1^2 = A + \frac{B}{\lambda_1^2 - C} - D\lambda_1^2 \\ n_2^2 = A + \frac{B}{\lambda_2^2 - C} - D\lambda_2^2 \\ n_3^2 = A + \frac{B}{\lambda_3^2 - C} - D\lambda_3^2 \\ n_4^2 = A + \frac{B}{\lambda_4^2 - C} - D\lambda_4^2 \end{cases} \quad (2)$$

求解式 (2) 得到常量 A, B, C, D 的表达式为

$$\begin{cases} A = n_1^2 - \frac{B}{\lambda_1^2 - C} + D\lambda_1^2 \\ B = \frac{x}{z} \\ C = \frac{uy - wx}{bx - ay} \\ D = \frac{n_1^2 - n_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} - \frac{B}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)} \end{cases} \quad (3)$$

式中

$$\begin{cases} x = \frac{n_1^2 - n_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} - \frac{n_3^2 - n_4^2}{\lambda_4^2 - \lambda_3^2} \\ y = \frac{n_1^2 - n_3^2}{\lambda_3^2 - \lambda_1^2} - \frac{n_2^2 - n_4^2}{\lambda_4^2 - \lambda_2^2} \\ z = \frac{(\lambda_3^2 - C)(\lambda_4^2 - C) - (\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)}{(\lambda_1^2 - C)(\lambda_2^2 - C)(\lambda_3^2 - C)(\lambda_4^2 - C)} \\ u = \lambda_3^2\lambda_4^2 - \lambda_1^2\lambda_2^2 \\ w = \lambda_2^2\lambda_4^2 - \lambda_1^2\lambda_3^2 \\ a = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_4^2 \\ b = \lambda_1^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2 - \lambda_4^2 \end{cases} \quad (4)$$

将式 (3)、(4) 代入 MATLAB 程序, 分别代入 4

组文献[8]中 23℃下不同波长对应的折射率值,即可计算出 A、B、C、D 的值,然后通过重复迭代得到最佳 A、B、C、D 常量^[16~21]. 然后把 A、B、C、D 值代入式(1)得,石英晶体在 23℃下可见光区的 Sellmeier 方程表达式为

$$\begin{cases} n_o^2 = 2.36315 + \frac{0.00945}{\lambda_i^2 - 0.01915} - 0.0219\lambda_i^2 \\ n_e^2 = 2.37655 + \frac{0.0120}{\lambda_i^2 - 0.01445} + 1.8754 \times 10^{-7}\lambda_i^2 \end{cases} \quad (5)$$

以 λ 为自变量,折射率 n 为因变量,可得式(5)的关系曲线如图 1 (*号代表实验值^[8]).

由图 1 可知,理论值与实验值能较好地符合,说明所得 A、B、C、D 值很好地反应了折射率与波长之间的色散关系.

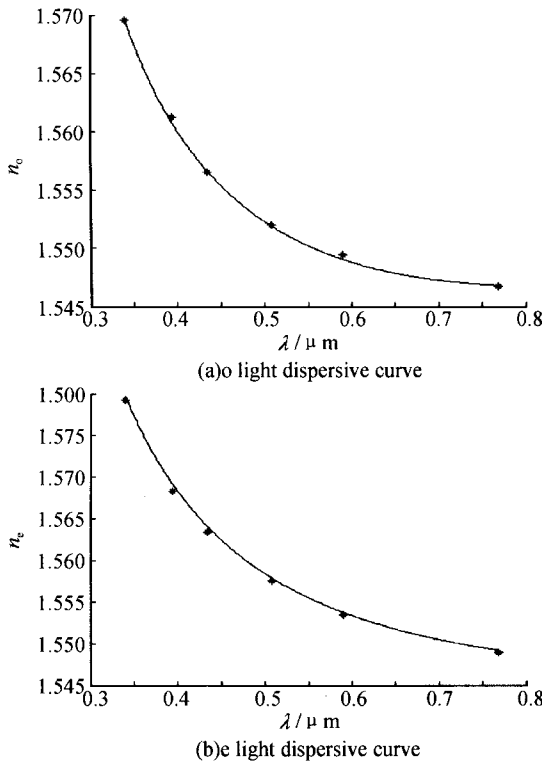


图 1 石英晶体 Sellmeier 方程 23℃下可见光区色散曲线
Fig. 1 The dispersion curve of sellmeier equation for visible light in 23℃

2 折射率温度系数表达式

为了求解不同温度下不同波长对应的折射率,根据文献[8]中提供的几个特定波长的折射率温度系数值,通过最小二乘法进行曲线拟合^[22~24],得到

表 1 不同波长对应的温度系数

$\lambda/\mu\text{m}$	0.340	0.394	0.434	0.468	0.508	0.589	0.643	0.768
$dn_o/dT(10^{-5}/^\circ\text{C})$	-0.3942	-0.4445	-0.4724	-0.4910	-0.5082	-0.5334	-0.5479	-0.5971
$dn_e/dT(10^{-5}/^\circ\text{C})$	-0.4922	-0.5548	-0.5857	-0.6041	-0.6191	-0.6390	-0.6542	-0.7397

由已知的温度系数可以计算出不同波长在不同温度下的折射率值,在 -20℃~+60℃ 范围内其值

其三阶多项式拟合结果

$$\begin{cases} \frac{dn_o}{dT} = -3.8572T^3 + 7.0195T^2 - 4.5236T + 0.4840 \\ \frac{dn_e}{dT} = -7.6314T^3 + 13.0119T^2 - 706193T + 0.8941 \end{cases} \quad (6)$$

以 T 为自变量,折射率温度系数 $\frac{dn_o}{dT}$, $\frac{dn_e}{dT}$ 为因变量,式(6)对应的关系曲线如图 2(*号代表实验值^[8]).

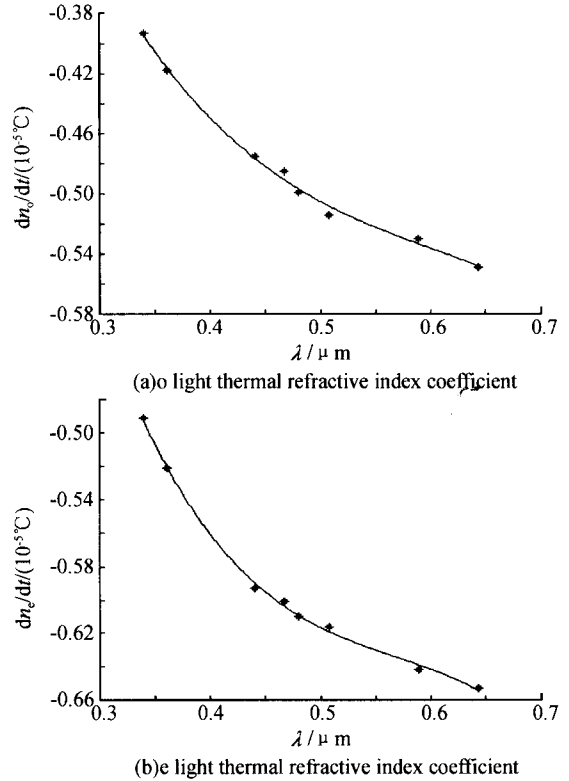


图 2 不同波长对应的折射率温度系数
Fig. 2 The thermal coefficient of refractive index at different wavelengths

由 MATLAB 计算程序可知,三阶多项式拟合的方差最小值(即实验值与理论值之差的平方和):o 光为 $s=9.1410 \times 10^{-5}$, e 光为 $s=3.9666 \times 10^{-5}$. 由方差最小值及图 2 可以看出,式(6)很好地反映了折射率温度系数随波长变化的关系. 由式(6)计算的不同波长所对应的折射率温度系数如表 1. 由图 2 及表 1 可以看出, o 光与 e 光折射率温度系数随波长的增大而增大,这样在使用器件时,应充分考虑其对器件性能的影响.

如表 2.

表 2 不同温度下石英晶体不同波长所对应的各主折射率

		-20℃	0℃	+20℃	+40℃	+60℃
0.340	n_o	1.5676	1.5676	1.5675	1.5674	1.5673
	μm					
	n_e	1.5776	1.5775	1.5774	1.5773	1.5772
0.394	n_o	1.5587	1.5586	1.5585	1.5584	1.5583
	μm					
	n_e	1.5683	1.5682	1.5681	1.5680	1.5678
0.434	n_o	1.5542	1.5541	1.5540	1.5539	1.5538
	μm					
	n_e	1.5636	1.5634	1.5633	1.5632	1.5631
0.508	n_o	1.5484	1.5483	1.5482	1.5481	1.5480
	μm					
	n_e	1.5577	1.5576	1.5575	1.5574	1.5572
0.589	n_o	1.5445	1.5444	1.5443	1.5441	1.5440
	μm					
	n_e	1.5536	1.5535	1.5534	1.5532	1.5531

由表 2 可以看出,同一波长在不同温度对应的折射率是不同的,因此, Sellmeier 方程各常量在不同温度下也是不同的. 为了更方便地求解不同温度下不同波长对应的折射率值,将不同温度下各波长所对应的折射率分别代入 Sellmeier 方程的常量 A 、 B 、 C 、 D 的表达式中,重复迭代,得到不同温度下 Sellmeier 方程各常量值,如表 3. 将所求出的 A 、 B 、 C 、 D 值代入式(1),即可求出不同温度下各波长对应的折射率.

表 3 不同温度时 Sellmeier 方程各常量值

	-20℃	0℃	-20℃	+40℃	+60℃
A_o	2.3657	2.3697	2.3694	2.3691	2.3688
B_o	0.0097	0.0090	0.0090	0.0090	0.0090
C_o	0.0133	0.0181	0.0181	0.0181	0.0181
D_o	0.00307	0.0383	0.0383	0.0383	0.0383
A_e	2.3776	2.3773	2.3770	2.3758	2.3765
B_e	0.0124	0.0124	0.0123	0.0126	0.0121
C_e	0.0046	0.0046	0.0046	0.0034	0.0063
$D_e(10^{-7})$	-1.8922	-1.8921	-1.8920	-1.9238	-1.8754

3 结论

1) 根据文献[7]提供的几个固定波长的折射率值(23℃),通过对 Sellmeier 方程严格求解,得出了 0.340~0.768 μm 波段范围内对应 23℃ 的方程系数表达式,此温度下石英晶体的色散曲线与实验值符合得很好;由此式可以计算出此波段范围内对应的 23℃ 任意波长石英晶体的主折射率.

2) 根据文献[7]提供的几个固定波长的折射率温度系数值(23℃),通过最小二乘法曲线拟合,求解出 0.340~0.768 μm 波段范围折射率温度系数表达式,由此式可计算出不同波长对应的折射率温度系数;并进一步得出了不同温度下 Sellmeier 方程各常量值,从而得到了求解不同温度下任意波长的石英晶体主折射率的一种方法.

参考文献

- 1 廖延彪. 偏振光学. 北京: 科学出版社, 2003. 213
Liao Y B. Polarizing optics. Beijing: Science Press, 2003.
- 2 金国藩, 李景镇. 激光测量学. 北京: 科学出版社, 1998. 229
Jin G F, Li J Z. Laser measurement. Beijing: Science Press, 1998. 229
- 3 李国华, 李继仲. 石英、云母的偏光透射谱测量及应用. 应用激光, 1990, 10(4): 156~157
Li G H, Li J Z. Appl Laser, 1990, 10(4): 156~157
- 4 占美琼, 张东平, 杨建, 等. 石英晶体振荡法监控膜厚研究. 光子学报, 2004, 33(5): 585~588
Zhan M Q, Zhang D P, Yang J, et al. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(5): 585~588
- 5 于连君, 程光华, 王屹山, 等. 无展宽器的高重复率钛宝石啁啾飞秒脉冲再生放大器的研究. 光子学报, 2004, 33(1): 1~3
Yu L J, Cheng G H, Wang Y S, et al. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(1): 1~3
- 6 董淑福, 陈国夫, 王贤华, 等. TiS 激光器外腔选频产生 820 nm 带激光研究. 光子学报, 2004, 33(4): 393~395
Dong S F, Chen G F, Wang X H, et al. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(4): 393~395
- 7 占美琼, 张东平, 杨健, 等. 石英晶体振荡法监控膜厚研究. 光子学报, 2004, 33(5): 585~588
Zhan M Q, Zhang D P, Yang J, et al. Acta Photonica Sinica, 2004, 33(5): 585~588
- 8 李景镇. 光学手册. 西安: 陕西科学技术出版社, 1986. 1304
Li J Z. Handbook of Optics. Xi'an: Press of Science in Shanxi, 1986. 1304
- 9 宋连科, 李国华, 代作晓, 等. 波片延迟相位温度研究. 光电子·激光, 1997, 8(6): 454~457
Song L K, Li G H, Dai Z X, et al. Photoelectron Laser, 1997, 8(6): 454~457
- 10 桑梅, 薛挺, 于建, 等. 周期极化 KTP 晶体光参量振荡特性研究. 光子学报, 2003, 32(11): 1286~1290
Sang M, Xue T, Yu J, et al. Acta Photonica Sinica, 2003, 32(11): 1286~1290
- 11 Zhang Deying. Comparison of second harmonic generation and sum frequency mixing of Nd: YAG laser for KTP and 7.5mol% Nb: KTP crystals. Acta Photonica Sinica, 2001, 30(8): 966~969
- 12 廖延彪. 物理光学. 山东: 电子工业出版社, 1986. 173~176
Liao Y B. Physical Optics. Shandong: Press of Electronic Industry, 1986. 173~176
- 13 贾俊明, 陈明阳, 向阳, 等. 光子晶体光纤的纤蕊等效半径分析. 光子学报, 2005, 34(1): 102~105
Jia J M, Chen M Y, Xiang Y, et al. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(1): 102~105
- 14 肖丙刚, 宋军, 何赛灵. 泄漏波导法精确测量薄膜参量的理论和实验研究. 光子学报, 2005, 34(4): 586~589

- Xiao B G, Song J, He S L. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(4):586~589
- 15 小川智哉著, 崔承甲译. 应用晶体物理学. 北京: 科学出版社, 1985
Xiao C Z, Writes, Cui C J, translates. *Application Crystal Physics*. Beijing: Science Press, 1985
- 16 周建华, 黄燕. MATLAB5. 3 学习教程. 北京: 北京大学出版社, 2000. 146~212
Zhou J H, Huang Y. *MATLAB5. 3 Learning Tutorial*. Beijing: Press of Beijing University, 2000. 146~212
- 17 Zeng Z D, Shen H Y, *et al.* Measurement of the refractive index and thermal refractive index coefficients of Nd : YAP crystal. *Appl Opt*, 1990, **29**(9): 1281~1286
- 18 Gorachand Ghosh. Sellmeier coefficients and dispersion of thermo-optic coefficients for some optical glasses. *Appl Opt*, 1997, **36**(7):15401~1540
- 19 Gorachand Ghosh. Temperature dispersion in KTP for nonlinear devices. *IEEE Photo Tech Letters*, 1995, **7**(1):68~70
- 20 Gorachand G. Sellmeier coefficients for the birefringence and refractive indices of ZnGeP₂ nonlinear crystal at different temperature. *Appl Opt*, 1998, **37**(7): 1205~1212
- 21 Tang Zhou, Zhang Jinfeng, *et al.* Measurement of the thermo-optic coefficient of a barium fluoride single crystal. *Appl Opt*, 1994, **33**(13):2620~2623
- 22 David W Rush, Brain M Dugan, *et al.* Temperature-dependent index-of refraction changes in BaTiO₃. *Appl Opt*, 1991, **16**(17):1295~1297
- 23 王炳武. MATLAB5. 3 使用教程. 北京: 中国水利水电出版社, 2000. 181~184
Wang B W. *MATLAB5. 3 Use Tutorial*. Beijing: Press of Water Conservancy and Water Electricity in China, 2000. 181~184
- 24 Zeng Z D, Shen H Y, *et al.* Measurement of refractive indices and thermal refractive index coefficients of the Ti : Mg : LiNbO₃ crystal. *J Opt Soc Am B*, 1993, **10**(3):551~553

The Study on Dispersive Equation and Thermal Refractive Index Coefficient of Quartz Crystal

Zhao Shuang^{1,2}, Wu Fuquan¹

¹ The Laser Research Institution of Qufu Normal University, Shandong 273165

² Tan Shan Medical College, Shandong 271000

Received date: 2005-04-29

Abstract The rules of quartz crystal that the refractive index varies with the wavelength at different temperature are studied. With strict solution, the expression about the coefficient of Sellmeier equation is gained, and the refractive indices corresponding to different wavelength are calculated, they are consistent with the experimental results. The expression of the thermal refractive index coefficients at different wavelength are gotten by curve-fitting means, and the thermal refractive index coefficients at different wavelength are calculated. Then the constants of the Sellmeier equation at different temperature are gained, so a method of doing the refractive indices of quartz crystal at different temperature and different wavelength is got.

Keywords Crystal optics; Temperature coefficients; Curve-fitting; Sellmeier equation; Dispersion



Zhao Shuang was born in Shandong province. She received the B. S. degree in 1998 from Liaocheng University. She has been working as a teacher in Taishan Medical College, and now she is pursuing the M. S. degree in Laser Institution of Qufu Normal University. She studies mainly the capability and testing of birefringent crystal and polarizing parts of an apparatus.