

# 部分相干光经柱面球差透镜聚焦所产生的焦移\*

董梅梅 蒲继雄\*\*

(华侨大学电子科学与技术系, 福建泉州 362021)

**摘 要** 利用 Collins 公式得出光强均匀部分相干光经柱面球差透镜聚焦后的轴上光强分布, 并通过数值模拟的方法研究了入射光的菲涅耳数、相干度和透镜的球差对轴上点光强分布的影响. 结果显示, 当菲涅耳数较小、空间相干度较小的部分相干光经无球差透镜聚焦时, 轴上点光强分布会产生焦移现象, 而当部分相干光被球差透镜聚焦时, 也会有焦移现象产生.

**关键词** 部分相干光; 相干长度; 菲涅耳数; 球差; 焦移

**中图分类号** O433 **文献标识码** A

## 0 引言

1981 年, Wolf 和 Li 对光束经无球差透镜的聚焦进行了研究. 他们发现衍射光场的光强最大值不再处于透镜的几何焦点处, 而是往透镜方向移动, 这就是所谓的焦移效应<sup>[1,2]</sup>. 近年来, 有很多学者对光束经过不同光学系统产生的焦移现象进行了研究<sup>[3~5]</sup>. 研究表明, 焦移量的大小取决于光场的有效菲涅耳数, 菲涅耳数越小, 焦移越大, 其对应的最大光强值就越大. 在很多实际应用中, 焦移是可以忽略的, 但在激光系统中, 菲涅耳数是单位量级的或者更小, 那么这时, 焦移就是不可忽略的了. 迄今为止, 大多数研究都是局限在相干光入射光学系统时产生的焦移现象, 对于部分相干光经光学系统聚焦的研究尚少. 由于部分相干光具有光强较均匀、可降低散斑等优良特性, 近几年来, 对部分相干光的聚焦研究引起了人们的广泛重视<sup>[6~16]</sup>. 本文对部分相干光经柱面球差透镜的聚焦光场进行了研究, 利用数值模拟方法得出聚焦光场的轴上点光强分布, 并着重讨论了入射部分相干光的菲涅耳数、空间相干度和透镜球差对轴上点光强焦移现象的影响.

## 1 理论分析

频率为  $\omega$ , 光强均匀的部分相干光被焦距为  $f$  的柱面球差透镜聚焦, 如图 1. 图中  $\Sigma^*$  为以  $z=f$  为中心的球面参考面,  $\Sigma$  为透镜后波阵面.

在透镜平面, 部分相干光的交叉谱密度函数为

$$W^{(0)}(x_1', x_2', \omega) = [I^{(0)}(x_1', \omega) I^{(0)}(x_2', \omega)]^{1/2} \cdot \mu^{(0)}(x_2' - x_1', \omega) = I_0 \exp \left[ -\frac{(x_2' - x_1')^2}{2\sigma_0^2} \right] \quad (1)$$

式中  $\mu^{(0)}(x_2' - x_1', \omega)$  为透镜平面处部分相干光束

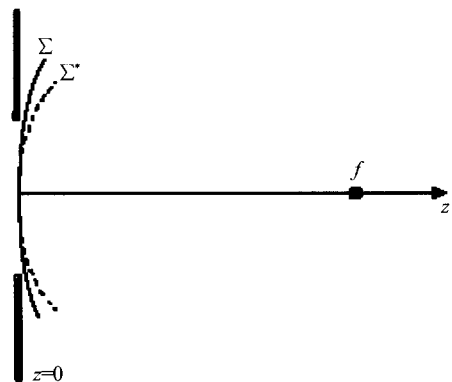


图 1 部分相干光被焦距为  $f$  的柱面球差透镜聚焦  
Fig. 1 Schematic behavior of the partially coherent light focused by cylindrical lens with spherical aberration  
的光谱相干度,  $x_1'$  和  $x_2'$  为透镜平面的横坐标,  $\sigma_0$  是入射部分相干光的空间相干长度. 经过柱面球差透镜后, 交叉谱密度函数为

$$W(x_1', x_2', \omega) = \langle U^*(x_1') U(x_2') \rangle \quad (2)$$

式中

$$\{U(x')\} = \{U_0(x') \exp(ik\phi_R) \exp(-\frac{ik}{2f}x'^2)\} \quad (3)$$

式(2)中, 角括号表示光场的系综平均, 星号表示相位共轭.

为了简单起见, 只考虑初级球差对聚焦光场的影响, 即  $\phi_R$  可表示为

$$\phi_R = \delta_1 \lambda (x'/a)^4 \quad (4)$$

将式(1), (3), (4)代入式(2), 可以得到

$$W(x_1', x_2', \omega) = I_0 \exp \left[ -\frac{(x_2' - x_1')^2}{2\sigma_0^2} \right] \cdot \exp \left[ \frac{ik}{2f}(x_1'^2 - x_2'^2) \right] \exp \left[ \frac{-i2\pi\delta_1(x_1'^4 - x_2'^4)}{a^4} \right] \quad (5)$$

根据交叉谱密度函数的传输定律, 光束  $W(x_1', x_2', \omega)$  通过一个近轴的光学系统, 距离透镜  $z$  处的交叉谱密度函数

$$W(x_1, x_2, z) = I_0 \left( \frac{k}{2\pi z} \right) \cdot$$

\* 国家自然科学基金(60477041)资助项目

\*\* Tel: 0595-22691063 Email: jixiong@hqu.edu.cn

收稿日期: 2005-11-13

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp \left[ -\frac{(x_2' - x_1')^2}{2\Delta^2} \right] \cos \varphi dx_1' dx_2' \quad (6)$$

式中

$$\varphi = N\pi(x_1'^2 - x_2'^2) - 2\pi\delta_1(x_1'^4 - x_2'^4) - \frac{N\pi}{z} [(x_1' - x_1)^2 - (x_2' - x_2)^2] \quad (7)$$

对式(7)进行归一化后,可以得到聚焦光场的光强

$$I(x, z) = I_0 \left( \frac{k}{2\pi z f} \right) \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp \left[ -\frac{(x_2' - x_1')^2}{2\Delta^2} \right] \cos \varphi dx_1' dx_2' \quad (8)$$

式中

$$\varphi = N\pi \left( 1 - \frac{1}{z} \right) (x_1'^2 - x_2'^2) - 2\pi\delta_1(x_1'^4 - x_2'^4) - \frac{1}{z} N\pi 2x(x_2' - x_1') \quad (9)$$

式(8)中,  $z$  被  $f$  归一化,  $x'$  被  $a$  归一化, 归一化相干长度  $\Delta = \frac{\sigma}{a}$ . 这样,轴上点光强可表示为

$$I(z) = I_0 \left( \frac{k}{2\pi z f} \right) \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp \left[ -\frac{(x_2' - x_1')^2}{2\Delta^2} \right] \cos \varphi dx_1' dx_2' \quad (10)$$

式中

$$\varphi = N\pi \left( 1 - \frac{1}{z} \right) (x_1'^2 - x_2'^2) - 2\pi\delta_1(x_1'^4 - x_2'^4) \quad (11)$$

在下一节中,对式(10)进行数值模拟得到透镜后光场的轴上点光强分布,并进一步对其进行研究.在进行数值模拟时,取基本参量: $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ m}$ ,  $n = 1.458$ .

## 2 数值计算结果

本节对轴上点光强最大值及焦移现象进行了研究.众所周知,在理想情况下,最大光强值应位于焦平面  $z = f$  处,但在入射光的菲涅耳数、空间相干度和透镜球差满足一些条件时,最大光强值将偏离焦平面,这就是所说的焦移;另外,光强最大值也随这些参量变化而变化.本文将相对焦移定义为  $\frac{Z_{\text{max}} - f}{f} = \frac{\Delta Z}{f}$ .图2到图4给出了入射光的菲涅耳数、空间相干度和透镜球差对聚焦光场的影响.

图2为部分相干光( $\Delta = 2, N = 10$ )被柱面球差透镜聚焦时,对应于不同球差系数时,轴上光强的分布.从图中可以看出,无球差时,焦移很小( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.01$ ),负球差可使负的焦移增大( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.08$ ),而正球差可使负的焦移减小或产生正的焦移( $\frac{\Delta Z}{f} = 0.08$ ).

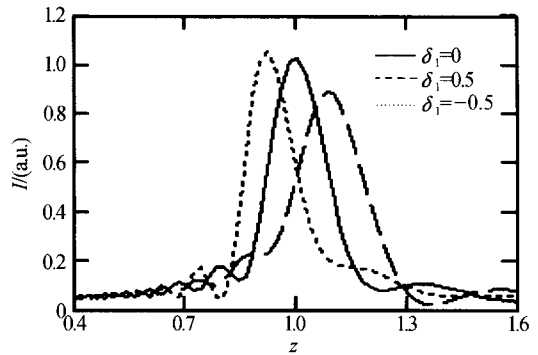


图2 部分相干光被柱面球差透镜聚焦时轴上点光强分布  
Fig. 2 On-axis irradiance distribution of the partially coherent light focused by cylindrical lens with spherical aberration

图3为菲涅耳数很小时( $\Delta = 2, N = 4$ ),对于不同的球差系数,轴上光强的分布.从图中可以看到,对于菲涅耳很小的情况,不存在球差的时候,也存在负焦移( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.03$ ).而有球差存在时,同样的,负球差可使负的焦移增大( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.19$ ),正球差使负的焦移减小或产生正的焦移( $\frac{\Delta Z}{f} = 0.2$ ).另外,与图2相比,我们可以看到,菲涅耳数很小时,球差对焦移的影响较大.这一点在图7中也可以看出.

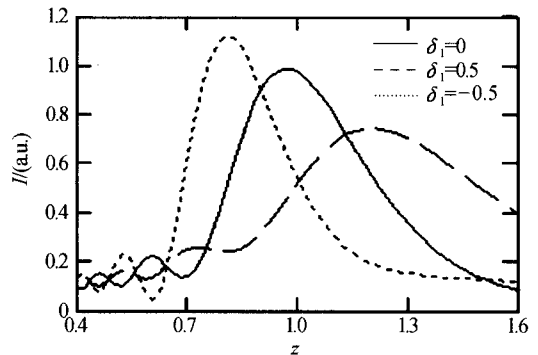


图3 菲涅耳很小的部分相干光被柱面球差透镜聚焦时轴上点光强分布  
Fig. 3 On-axis irradiance distribution of the partially coherent light of small Fresnel number focused by cylindrical lens with spherical aberration

图4为相干度比较小时( $\Delta = 0.05, N = 10$ ),对应不同的球差系数,轴上点光强分布.从图中可以看到,对于相干度很小的情况,在无球差的情况下,也存在负焦移( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.22$ ).同样,负球差使负焦移增大( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.27$ ),正球差使负的焦移减小或产生正的焦移( $\frac{\Delta Z}{f} = -0.18$ ).另外,在相干度很小时,球差对焦移的影响较小,这一点从图5、图6中也可以看出.

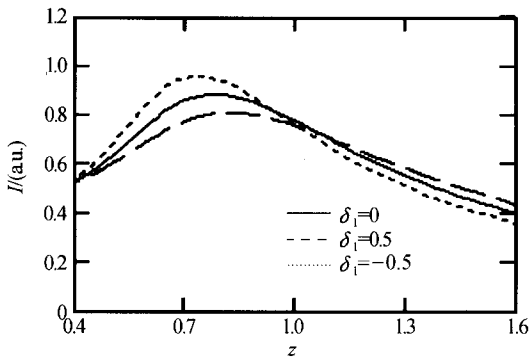


图 4 空间相干度很小的部分相干光被柱面球差透镜聚焦时轴上点光强分布

Fig. 4 On-axis irradiance distribution of the partially coherent light of small spatial coherence focused by cylindrical lens with spherical aberration

图 5 为对应不同球差时,焦移随相干度变化的曲线,图中取  $N=10$ . 当相干度很小时,对应  $\delta_1=0, 0.5, -0.5$  三种情况下,都有比较大的负焦移,随着相干度的增大,负焦移慢慢减小,当相干度增大到一定数值时, $\delta_1=0.5$  时,开始出现正焦移,同时,焦移随相干度的增加也变的平稳.

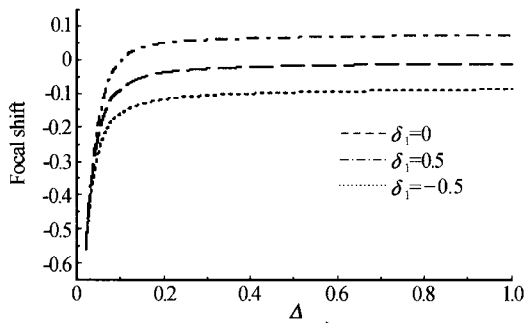


图 5 焦移随相干度变化的曲线

Fig. 5 Focal shift as a function of spatial coherent length

图 6 为对应不同相干度时,焦移随球差变化的曲线,取  $N=10$ . 从图中可以看出,焦移随着球差的增加而增加,即上面说到的,负的球差使负焦移增大,正的球差使负焦移增大或产生正的焦移. 另外,当相干度变小时,焦移整体向负值移动.

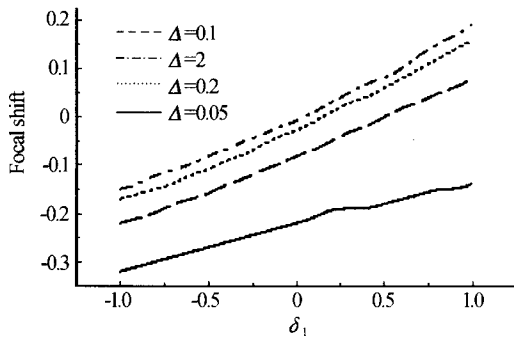


图 6 焦移随球差变化的曲线

Fig. 6 Focal shift as a function of spherical aberration

图 7 为对应不同球差时,焦移随菲涅耳数变化的曲线,取  $\Delta=2$ . 可以看到,对应于  $\delta_1=0$  和  $\delta_1=-$

$0.5$ ,负焦移随着菲涅耳数的增大而减小,而对于球差  $\delta_1=0.5$  的情况,随着菲涅耳数的增大,正焦移先增大后减小,后达到平稳.

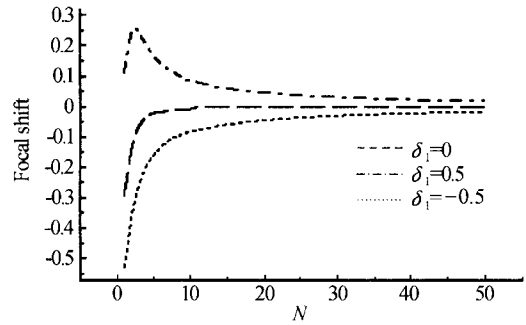


图 7 焦移随菲涅耳数变化的曲线

Fig. 7 Focal shift as a function of N

图 8 为对应不同相干度时,焦移随菲涅耳数变化的曲线,取  $\delta_1=-0.5$ . 图中值得注意的是,当菲涅耳数比较小时,负焦移随着菲涅耳数的增大而减小,当菲涅耳数比较大时,焦移变化平稳,而且相干度对焦移影响很小.

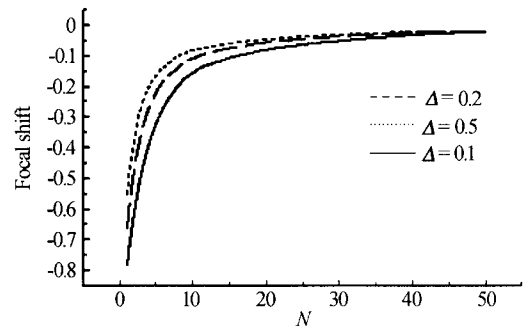


图 8 焦移随菲涅耳数变化的曲线

Fig. 8 Focal shift as a function of N

### 3 结论

本文研究了光强均匀的部分相干光经柱面球差透镜聚焦后轴上点光强分布. 结果显示,菲涅耳数很小、相干长度很小的部分相干光入射无球差透镜或是部分相干光入射球差透镜,轴上点光强分布出现焦移现象,菲涅耳数小或相干长度小时,都会产生负的焦移,而负球差会使焦移往透镜方向偏移,即负焦移增大,而正球差会使焦移往偏离透镜方向移动,即负焦移减小或是正焦移增大.

#### 参考文献

- 1 Wolf E, Li Y J. Focal shifts in diffracted converging spherical waves. *Optics Communications*, 1981, **39** (4): 211~215
- 2 Li Y J, Wolf E. Focal shift in focused truncated Gaussian beams. *Optics Communications*, 1982, **42**(3): 151~156
- 3 Daya Y Jiang, Jakob J Stamnes. Focusing at low Fresnel numbers in the presence of cylindrical or spherical aberration. *Pure Appl Opt*, 1997, **6**(1): 85~96

- 4 Lü B D, Ji X L. Focal shift in Gaussian beams focused by a spherically aberrated bifocal lens. *Optics Communications*, 2001, **189**(1-3): 47~53
- 5 Meia Z G, Zhao D M, Gu J G, *et al.* Focal shift in focused off-axial Hermite-cosh-Gaussian beams. *Optics & Laser Technology*, 2005, **37**(4): 299~303
- 6 Friberg A T, Visser T D, Wang W, *et al.* Focal shifts of converging diffracted waves of any state of spatial coherence. *Optics Communications*, 2001, **196**(1-6): 1~7
- 7 Ji X L, Lü B D. Turbulence-induced quality degradation of partially coherent beams. *Optics Communications*, 2005, **251**(4-6): 231~236
- 8 Pu J X, Liu X Y, Shojiro Nemoto. Partially coherent bottle beams. *Optics Communications*, 2005, **252**(1-3): 7~11
- 9 Liu X Y, Pu J X. Focal shift and focal switch of partially coherent light in dual-focus systems. *Optics Communications*, 2005, **252**(4-6): 262~267
- 10 彭愿杰, 吕百达. AGSM 光束在自由空间中的传输. 强激光与粒子束, 2004, **16**(4): 417~420  
Peng Y J, Lü B D. *High Power Laser and Particle Beams*, 2004, **16**(4): 417~420
- 11 蔡阳健, 林强. 部分相干平顶高斯光束的传输特性. 光子学报, 2001, **12**(12): 1301~1304  
Cai Y J, Lin Q. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2001, **12**(12): 1301~1304
- 12 Pu J X, Shojiro Nemoto, Zhang H H. Reshaping Gaussian Schell-model beams to uniform profiles by lenses with spherical aberration. *Journal of Modern Optics*, 1999, **46**(11): 1611~1620
- 13 Pu J X, Shojiro Nemoto, Zhang H H, *et al.* Axial intensity distribution of partially coherent light focused by a lens with spherical aberration. *Journal of Modern Optics*, 2000, **47**(4): 605~612
- 14 冯建武, 赵志国. 部分相干光通过光阑-透镜分离系统的光谱特性. 光子学报, 2002, **31**(11): 1363~1367  
Feng J W, Zhao Z G. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(11): 1363~1367
- 15 蔡超, 蒲继雄. 部分相干光被色差透镜聚焦的光谱异常现象. 光子学报, 2004, **33**(12): 1456~1459  
Cai C, Pu J X. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(12): 1456~1459
- 16 赵光谱, 吕百达. 多色矢量高斯-谢尔模型光束的焦移和焦开关. 光子学报, 2006, **36**(1): 142~145  
Zhao G P, Lü B D. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **36**(1): 142~145

## Focal Shifts of Partially Coherent Light Focused by a Cylindrical Lens with Spherical Aberration

Dong Meimei, Pu Jixiong

Department of Electric Science and Technology, Huaqiao University, Fujian Quanzhou 362021

Received date: 2005-11-13

**Abstract** The on-axis irradiance distribution behind the cylindrical lens with spherical aberration illuminated by partially coherent light is derived from Collins formula. The effect of the Fresnel number and spatial coherence of the incident light as well as the spherical aberration of the lens on the on-axis irradiance distribution is also investigated by numerical simulation. It is shown that, when the light with low Fresnel number or low spatial coherence by the aberration-free lens, the focal shift appears. Besides, the focal shift also appears when light is focused by lens with spherical aberration.

**Keywords** Partially coherent light; Coherent length; Fresnel number; Spherical aberration; Focal shift



**Dong Meimei** was born in 1983. She is now a graduate student in Huaqiao University. Her research interests are coherence propagation of beams, nonlinear optics, etc.