

Sagnac 棱镜角公差与干涉光谱仪光谱分辨率的关系分析*

陈立武^{1,2} 赵葆常¹ 杨建峰¹ 常凌颖^{1,2} 洪新华^{1,2}

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要 根据干涉成像光谱仪光谱分辨率对角向差的要求, 通过对实体 Sagnac 干涉仪结构和光路进行分析, 从三个相互垂直的方向出发, 研究了光谱分辨率和棱镜角公差之间存在的关系; 并推导了满足光谱仪光谱分辨率要求的实体 Sagnac 干涉棱镜的角公差公式; 用实例说明了关系式的应用方法, 如果不考虑棱镜变形引起的色散及棱镜的面型误差和付氏镜的残余像差的影响, 而只考虑棱镜的角误差对光谱分辨率的影响, 则通常情况下干涉棱镜的角公差要求较严, 约 $20''$ 以内。

关键词 成像光谱; 干涉仪; 光谱分辨率; 角公差

中图分类号 TH74 **文献标识码** A

0 引言

在空间调制型干涉成像光谱仪中, 横向剪切干涉仪是一个关键部件, 其中 Sagnac 型横向剪切干涉仪^[1~6]种类极为繁多且应用的最为广泛。过去在棱镜的制造误差理论方面讨论的较多^[7~10], 但是在 Sagnac 横向剪切干涉仪的研制技术方面文章较少, 尤其是在它的制造偏差与干涉光谱仪的光谱分辨率之间关系方面的论述还未见提及。

本文讨论的是一种由两块棱镜胶合而成的 Sagnac 干涉仪, 该类型的干涉仪在理论上具有三角共路的光学特性, 在结构上具有耐冲击和抗振动的特性。如果选择合适的材料进行匹配可获得良好的热稳定性, 因此具备较强的航天环境适应性。近年来在国外一些航天遥感领域的干涉型成像光谱仪中较多采用 Sagnac 型干涉仪, 如美国的强力小卫星上搭载的就是 Sagnac 型干涉成像光谱仪。该干涉仪在研制过程中会产生制造偏差, 并由此会影响到光谱仪的光谱分辨率, 因此有必要对偏差与干涉光谱仪的光谱分辨率关系进行讨论。

1 Sagnac 型干涉成像光谱仪的工作原理

Sagnac 型干涉成像光谱仪的工作原理如图 1。(箭头代表光束行进方向) 由前置光学系统、一次像面上的狭缝、Sagnac 干涉仪、傅里叶变换透镜和柱面光学系统等几个部分组成。其中 Sagnac 干涉仪

的作用主要是用来对入射光束进行横向剪切, 产生类似杨氏双缝干涉的相干光。目标所发出的光通过前置光学系统成像在一次像面的狭缝上, 经 Sagnac 干涉仪的横向剪切, 产生相干的两个虚狭缝像, 再经傅里叶变换光学系统和柱面光学系统将狭缝像和干涉图成在 CCD 焦面上, 这样就实现了谱图合一。如果对目标进行推扫或者目标在推扫方向上(垂直狭缝方向)移动, 就可以获得目标的二维空间信息和相应的干涉图样, 经后续软件处理, 可获得目标的二维空间和一维光谱信息的数据立方体。

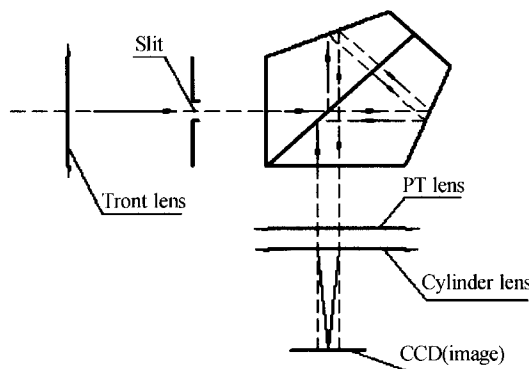


图 1 Sagnac 型干涉成像光谱仪的工作原理
Fig. 1 The sketch map of Sagnac interferometer in the spectrometer and its working way

2 棱镜的误差理论

由两块半五角棱镜胶合而成的 Sagnac 干涉仪, 在制造时是按照两个单块反射棱镜来制造的。传统的棱镜误差理论认为: 将棱镜可以展开成等效平行玻璃板, 该平行玻璃板的平行差称为反射棱镜的光学不平行度, 光学不平行度由两个相互垂直的分量构成。光轴截面内的分量称为第一光学不平行度即第一平行差; 垂直光轴截面的分量称为第二光学不

* 国家 863-708 高技术计划资助项目
Tel: 029-88484669 Email: ch_yahu@yahoo.com.cn
收稿日期: 2005-07-07

平行度即第二平行差. 在成像光学系统中平行差会影响光学系统的光轴偏和像倾斜, 在汇聚光路中还会影响到成像的位置.

传统的棱镜误差理论还认为, 棱镜的第一和第二光学平行差都是较小的量, 在计算时忽略其中的二级小量, 因此, 每一个工作面产生的误差是相互独立作用的, 可以直接相加减计算总的误差, 即“小误差独立作用原理”.

将反射棱镜沿光线轨迹展开, 在光线所经过的每一个反射工作面上, 如果存在偏离和倾斜时, 反射光线将改变原来的理论轨迹, 这会给对光学系统带来很大的麻烦, 严重地影响着系统的研制. 但这些只是在传统的成像光学系统中的问题, 在成像光谱仪中还会影响到光谱分辨率.

3 Sagnac 干涉仪的结构

对棱镜制造误差的研究必须根据棱镜的具体结构来具体分析. Sagnac 干涉仪是由两块非对称的半五角棱镜构成, 如图 2.

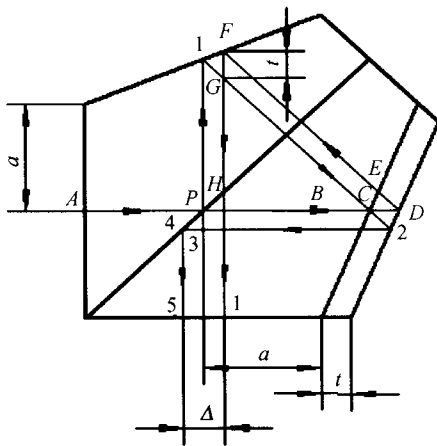


图 2 Sagnac 干涉仪结构及光路
Fig. 2 The structure of the interferometer and the pathways of the rays

图 2 中 Sagnac 干涉仪是由上半五角棱镜和下半五角棱镜组成, 其中下半五角棱镜的工作面如果处于 CE 的位置, 则形成一个上下完全对称的五角棱镜, 但是这对于干涉成像光谱仪来说是没有用处的. 为了将入射光线横向剪切开, 将位于 CE 位置处的工作面偏离原来的工作位置“ t ”之后, 得到 Sagnac 干涉仪的剪切力量为“ Δ ”. 图 2 中光线沿 AP12345 顺时针传播为一路; 沿 APBCDEFGHI 逆时针传播为另一路. 理论上这两条光轴在 Sagnac 干涉仪中的光程是相等的, 仅仅只是在垂直于原来的对称光轴方向上对称分离并相距“ Δ ”的平行光轴, 从而将物点剪开成两个性质完全相同的虚物点, 通过后面的准直镜和柱面镜获得目标物谱图合一的干涉图像.

再经过后续处理可以得到目标物的空间影像和光谱信息.

因为反射棱镜在理论上展开后可以等效成平行玻璃板, 因此通过计算第一和第二光学平行差, 可以计算出相应的物空间一点通过此等效玻璃板所成像位置与理论位置的偏差. Sagnac 干涉仪在理论上将物空间一点剪切成两个性质完全相同的虚物点, 因此可以通过计算 Sagnac 干涉仪等效玻璃平板的第一和第二平行差, 可以确定 Sagnac 干涉仪剪切成两个虚物点的相互位置以及它们与理想位置之间的关系, 从而可以推知它们的位置变化对成像光谱仪的光谱分辨率的影响. 并据此可以对该棱镜的合理公差分配方案进行分析.

4 Sagnac 干涉仪的展开

4.1 角度展开

按照通常的棱镜展开方法, 先将棱镜在光轴截面内展开, 并假定此时棱镜不存在第二平行差, 将每一工作反射面在光轴截面内的角误差都计算进去, 把两条光轴沿着同一方向展开下去如图 3 (其中角度误差是夸张表示的). 可以看出两条光轴是重合的, 不同的仅在于出射光轴在出射面上的交点位置有所改变, 位置改变量的差值就是剪切量 (其中光轴的出射方向发生了变化, 剪切量也发生了变化).

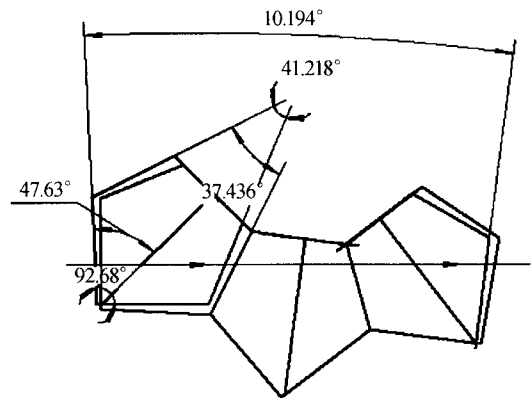


图 3 Sagnac 干涉仪的棱镜展开
Fig. 3 The unwrap map of the Sagnac interferometer

从图 3 可以看出, Sagnac 干涉仪在光轴截面内展开的平行角误差即第一平行差, 在假定垂直光轴截面的角误差不存在时可以由下式确定

$$\theta_1 = 3(\alpha_1 + \alpha_2) + 2(\beta_1 + \beta_2) \quad (1)$$

式中 α_1 、 α_2 、 β_1 、 β_2 分别代表上半五角棱镜的 45° 角误差、下半五角棱镜的 45° 角误差、上半五角棱镜的 112.5° 角误差和下半五角棱镜的 112.5° 角误差.

根据“小误差独立作用原理”, 在讨论第二光学平行差时, 可以先假定棱镜没有第一光学平行差, 这样可以将棱镜按照光线入射的次序逐步展开. 在理

论上棱镜的侧面和底面相互垂直,但是当棱镜的底面与棱镜的各个侧面、工作面不垂直时,就认为棱镜存在 A 棱差并由此引入第二平行差. 在展开前假定棱镜的底面是理想的,且位置也是准确的. 棱镜的侧面展开光线轨迹如图 4(展开图中应用了立体五角棱镜形式,因为只有这样才能将光线在棱镜中的轨迹表现清楚,最后只需要测量入射面与光线出射面之间的夹角,就可以知道棱镜的第二光学平行差).

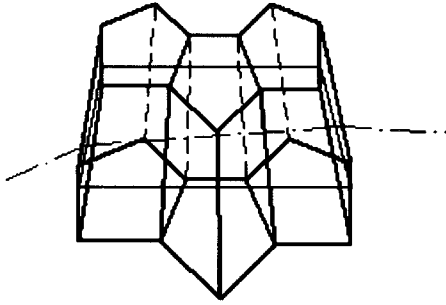


图 4 棱镜第二平行差展开
Fig. 4 Solid unwrap map of the Sagnac interferometer

第二平行差由 A 棱差决定:A 棱差使光线偏离光轴截面,偏离方向和法线偏离方向相同,其大小等于反射面法线偏离角 γ_A 乘入射角 α_0 余弦的二倍,即

$$u = 2\gamma_A \cos \alpha_0 \quad (2)$$

根据上述偏角计算公式,假定入射光线与入射面法线重合,则出射光线与出射面法线之间的夹角 U 为(假定出射面法线位置不变)

$$U = 2 \sum_{i=1}^n \gamma_{Ai} \cos \alpha_{0i} \quad (3)$$

式中 γ_{Ai} 是光线依次通过的各面法线在垂直光轴截面方向上的微量转角. α_{0i} 是光线依次入射各面的入射角度.

4.2 垂直展开

如果将光线沿两个相互垂直方向展开,则能够表现出 Sagnac 干涉仪中被剪切的两条光线的具体行进过程,突出其差别. 在理想状态下(不存在第一、第二平行差),棱镜展开后,相互垂直的两条光轴的长度相等、夹角 90° ;但如果存在第一、第二平行差,则两光轴长度不相等、或交角不等于 90° 、或者两者皆存. 由此可以看出,要分析该干涉仪必须将它垂直展开.

经过上述棱镜的展开可以计算出出射光轴与理论光轴的夹角;由于棱镜的工作面角度误差还会引起光线光轴穿过棱镜的路径在长度上发生变化,这一点通过计算可以确知.

1)首先是在光轴截面内,与理论光轴的路径相比较,实际光轴在光轴截面内偏角的作用下,在光轴

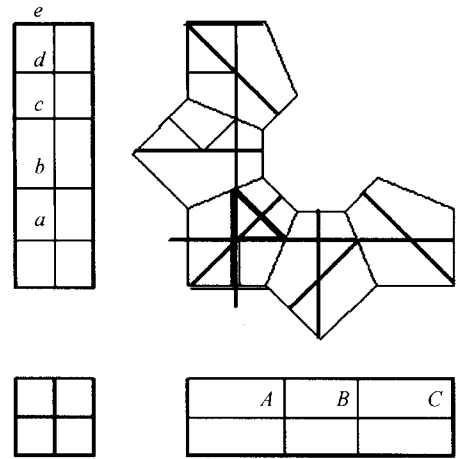


图 5 Sagnac 干涉仪垂直展开
Fig. 5 The Sagnac interferometer unwrapped by two vertical direction

截面内反射光线以反射形成折线路径行进,在光轴截面内垂直光轴折线方向的偏差可以计算如下:

第一条光线:

$$AB \cdot \tan 2(\alpha_1 + \beta_2 + \alpha_2) + BC \cdot \tan 2(\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 + \alpha_2) \quad (4)$$

第二条光线:

$$ab \cdot \tan 2\alpha_1 + bc \cdot \tan 2(\alpha_1 + \beta_1) + cd \cdot \tan 2(\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 + \alpha_2) + de \cdot \tan 2(\beta_1 + \beta_2 + \alpha_2) \quad (5)$$

式(4)、(5)中 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 分别代表上半五角棱镜的 45° 角误差、下半五角棱镜的 45° 角误差、上半五角棱镜的 112.5° 角误差和下半五角棱镜的 112.5° 角误差.

2)在垂直光轴截面方向上,由于工作面在垂直光轴截面方向的旋转作用产生的偏差可以计算如下:

第一条光线:

$$AB \cdot \tan (2(\gamma_{67.5} + \gamma_{45I} + \gamma_{45II}) \cos 22.5^\circ) + BC \cdot \tan (2\gamma_{22.5} \cos 22.5^\circ + 2(\gamma_{67.5} + \gamma_{45I} + \gamma_{45II}) \cos 22.5^\circ) \quad (6)$$

第二条光线:

$$ab \cdot \tan (2\gamma_{45I} \cos 45^\circ) + bc \cdot \tan (2\gamma_{45I} \cos 45^\circ + 2\gamma_{22.5} \cos 22.5^\circ) + cd \cdot \tan (2\gamma_{45} \cos 45^\circ + 2\gamma_{22.5} \cdot \cos 22.5^\circ + 2(\gamma_{67.5} + \gamma_{45I} + \gamma_{45II}) \cos 22.5^\circ) + de \cdot \tan (2\gamma_{22.5} \cos 22.5^\circ + 2(\gamma_{67.5} + \gamma_{45II}) \cdot \cos 22.5^\circ) \quad (7)$$

式(6)、(7)中: $\gamma_{45I}, \gamma_{45II}, \gamma_{22.5}, \gamma_{67.5}$ 是光线依次通过的各面法线在垂直光轴截面方向上的微量转角. $\cos 22.5^\circ, \cos 45^\circ$ 是光线依次入射各面的入射角度的余弦.

对照图 2、图 5 中各条线段的位置,可以计算出

$$AB = 2a + (\sqrt{2} - 1)t \quad (8)$$

$$BC = (1 + \sqrt{2})a + (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})t$$

$$\begin{aligned}
 ab &= \sqrt{2}a \\
 bc &= 2a+t \\
 cd &= \sqrt{2}a + \sqrt{2}t \\
 de &= a - \frac{\sqrt{2}}{2}t
 \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)、(9)中的相应符号 a, t 是图 2 中代表标注公称尺寸的字母。

在棱镜制造中,工作面的角度误差非常小,可以取弧度角近似,因此有: $\tan x \approx \sin x \approx x; \cos x \approx 1 - x^2/2$. 如果令所有角度的角误差均相等,以方便后面进行计算,即取: $\theta = \alpha_i = \beta_i = \gamma_i = \gamma_{Ai} (i=1, 2, 3, \dots)$, 则将式(8)、(9)代入式(4)、(5)分析,并应用近似计算如下:

1) 在光轴截面内,垂直光轴方向比较式(4)、(5)得到两条光线轴在垂直光轴方向上的线性差值为

$$\delta l_1 = [(6 - 2\sqrt{2})a - (2 + 3\sqrt{2})t]\theta \quad (10)$$

2) 在垂直光轴截面方向上,将 $\theta = \alpha_i = \beta_i = \gamma_i = \gamma_{Ai} (i=1, 2, 3, \dots)$ 代入式(6)、(7),并应用无穷小量近似,然后比较式(6)、(7)得到两条光线轴在垂直光轴截面方向上的线性差值为

$$\begin{aligned}
 \delta l_2 &= \{[10\cos 22.5^\circ - (4 + 2\sqrt{2})]a - \\
 &\quad (3\sqrt{2}\cos 22.5^\circ + 2 + \sqrt{2})t\}\theta
 \end{aligned} \quad (11)$$

3) 在沿光轴长度方向上

$$\delta l_3 = L - L\cos(x) \quad (12)$$

应用 $\cos x \approx 1 - x^2/2$ 近似,可以从式(10)、(11)中看出式(12)中 x 为一阶小量,而 x^2 为高阶小量,因此可以忽略不计,所以略去沿轴方向的线性误差计算。

以上三种比较式所得的相对误差值在制造中不可避免,而且很难修正,因此需要严格控制。

5 光谱仪中的干涉仪误差分析

由于 Sagnac 干涉仪所剪切两个虚物点,是经历了不同的光学路径形成的,当它展开成等效玻璃平板时,对所剪切两个虚物的影响所造成相互位置误差。棱镜的第一平行差和第二平行差都是针对垂直光轴方向定义的,计算棱镜各面的位置和角度的误差,但是对于干涉成像光谱仪来说,光轴方向上的物点位置误差也会对光谱分辨率产生影响。

横向剪切开的两个虚物点被傅里叶透镜准直之后,准直平行光的角向差会影响到仪器的光谱分辨率,仪器所能够承受的单边方向角误差^[9]为

$$\delta\theta = \Delta/2fN \quad (13)$$

式中: $\delta\theta$ 光线的方向角误差,两个虚物点的相对位置误差; Δ 代表干涉仪的横向剪切量, f' 表示傅里

叶变换透镜焦距; N 代表光谱仪的光谱通道数。

如图 6,在光谱仪其他部件和环节均处于理想状态的情况下,被干涉仪剪切开的虚物点在光轴方

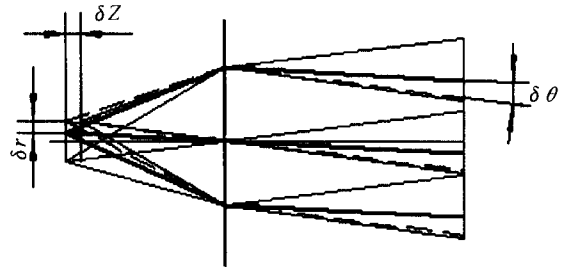


图 6 傅里叶变换透镜对横向剪切开的两个虚物点的准直
Fig. 6 The error map of the two virtual point collimating by FT lens

向和垂直光轴方向上都可以存在位置误差,由此而引入的方向角误差可以由式(13)进行推导:

1) 在光轴方向上

$$\delta z \leq \Delta/N \cdot f'/D \quad (14)$$

2) 在垂直光轴方向上

$$\delta r \leq \Delta/2N \quad (15)$$

式中 $\delta z, \delta r$ 分别表示沿光轴和垂直光轴方向上,两个虚物点的相对位置误差; Δ 代表干涉仪的横向剪切量, D, f' 分别表示傅里叶变换透镜的入瞳直径,焦距; N 代表光谱仪的光谱通道数。

由式(14)和(15)可知,在设计 Sagnac 干涉仪时需要考虑干涉仪的平行差与光谱仪的光谱分辨率之间的制约关系。所给出的公差必须能够保证光谱仪的光谱分辨率,并且能够在加工中得到工艺的保证。

6 Sagnac 干涉仪的公差分配

在设计干涉成像光谱仪时,可以应用上述分析作为一种参考来分配干涉仪棱镜的角公差,将光谱仪所能够承受的方向角误差容限 $\delta\theta$,按照误差均匀概率分布规律分配给光谱仪的干涉仪的各个工作面,即按照传统的均方根分配原则。

首先,在垂直光轴方向上的方向角误差 $\delta\theta$,该方向包括了第一平行差 θ_I ,第二平行差 θ_{II} ,则

$$\delta\theta = \frac{\sqrt{\theta_I^2 + \theta_{II}^2}}{2} \quad (16)$$

将式(10)、(11)代入式(15),计算得到: $\theta_I \approx 30.9''$; $\theta_{II} \approx 33.4''$ (假定 $a=10 \text{ mm}, t=0.4 \text{ mm}$)。把这一结果代入式(16),得到 $\delta\theta \leq 22.8''$ 。

这还不包括出射面法线与系统光轴之间的偏角 ω ,在公差分析时,只有误差的绝对值才有意义,因此在此计算中可以将所有误差都取绝对值进行计算。

光轴的方向偏角为

$$\phi = n\theta + (n-1)\omega \quad (17)$$

由以上分析知,式(10)、(11)所求角误差为两条理论平行光轴的相对角误差,通过出射面的折射放大作用,仍然还是相对角误差,因此可以在此处不考虑出射面法线和系统光轴之间的偏角 ω ,因为这一角误差对两条光轴是相同的,而且在后续的装调中可以将这一误差调整过来.据此,假定玻璃的折射率为1.5,则将式(10)、(11)代入式(15),计算后将结果代入(16)得到

$$\theta_I \leq 20.6'' \text{ (在光轴截面内垂直光轴部分)} \quad (18)$$

$$\theta_{II} \leq 22.3'' \text{ (在垂直光轴截面方向上的部分)} \quad (19)$$

由式(14)分析得知,在沿光轴方向上,对于一个相对孔径为 $F^*/8$;当剪切量 $\Delta=0.5$ mm;光谱通道数 N 为64的光谱仪来说;按照式(14)可以计算出在保证光谱仪光谱分辨率的情况下,傅里叶变换镜所能承受的物点离焦量为0.063 mm.

7 结论

本文讨论了在干涉成像光谱仪中,最有特色的横向剪切干涉仪——Sagnac干涉仪的工作面角度误差与光谱仪光谱分辨率之间的关系.并通过对等效光路的比较和计算,推导了干涉成像光谱仪的角度公差的表情式,进一步给出了公差的准确度示例.在垂直光轴截面方向上和光轴截面内垂直光轴方向上,对公差的要求相当严,通常应该在 $20''$ 以内.

参考文献

- 1 Bruce R J, Glenn S R, Blatt J H. Monolithic fourier-transform imaging spectrometer. *Applied Optics*, 1995, **34**(11):7228~7230
- 2 Glenn S R, Bruce R J. Effects of aberration on spatially modulated Fourier transform spectrometers. *Optical Engineering*, 1994, **33**(9):3087~3092
- 3 相里斌,赵葆常,薛名球.空间调制干涉成像光谱技术. *光学学报*, 1998, **18**(1):19~22
Xiangli B, Zhao B C, Xue M Q. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(1):19~22
- 4 董瑛,相里斌,赵葆常.大孔径静态干涉成像光谱仪中的横向剪切干涉仪. *光学学报*, 1999, **28**(11):991~995
Dong Y, Xiangli B, Zhao B C. *Acta Optica Sinica*, 1999, **28**(11):991~995
- 5 陈立武,赵葆常,杨建峰,等.折射率、色散变化量与宽谱段傅氏镜二级光谱变化量的分析. *光子学报*, 2005, **34**(9):1355~1358
Chen L W, Zhao B C, Yang J F, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(9):1355~1358
- 6 陈立武,杨建峰,洪新华,等.宽谱段折射式长焦光学镜头. *光子学报*, 2004, **33**(9):1123~1126
Chen L W, Yang J F, Hong X H, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(9):1123~1126
- 7 汤自义,须耀辉,王志坚,等.反射棱镜.北京:国防工业出版社,1981.1~79
Tang Z Y, Xu Y H, Wang Z J, et al. *Reflect Prism*. Beijing: National Defence Industry Publishing Company, 1981.1~79
- 8 连铜淑.棱镜调整(原理和图表).北京:国防工业出版社,北京,1979.2~40
Lian T S. *Prism Adjust (principle and tables)*. Beijing: National Defence Industry Publishing Company, 1979.2~40
- 9 连铜淑.棱镜调整.北京:国防工业出版社,1978.38~126
Lian T S. *Prism Adjust*. Beijing: National Defence Industry Publishing Company, 1978.38~126
- 10 [苏]T. B.波加列夫,光学调整问题.北京:国防工业出版社,1977.12,9~109
[R] Norape T B. *The problem of optics modifying*. Beijing: National Defence Industry Publishing Company Beijing, 1977.9~109
- 11 Glenn S R, Bruce R J. Effects of aberration on spatially modulated Fourier transform spectrometers. *Optical Engineering*, 1994, **33**(9):3087~3092

The Analysis of the Relationship between Angle Tolerance of Sagnac Prism and the Spectrum Differentiation of the Interferometer Spectrometer

Chen Liwu^{1,2}, Zhao Baochang¹, Yang Jianfeng¹, Chang Lingying^{1,2}, Hong Xinhua^{1,2}

¹ Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

² Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date: 2005-07-07

Abstract The principle of the Sagnac imaging spectrometer was introduced, and the Sagnac interferometers' working way in the imaging spectrometer was illustrated. In this thesis, the structure of the solid Sagnac interferometer were analyzed, and discussion were made which based on the angle error directions' formulas which the spectral resolution of imaging spectrometer required the angle direction error of FT lens have to be met. From three vertical directions the rays were studied which passed through the two prisms adhered by glue, the pathway variation of the rays in the entitative Sagnac interferometer, and were analyzed the relation by formulas between the spectral resolution and the angle deviation of the prisms were shown; the angle error formulas of the entitative Sagnac interferometer prisms were deduced which could meet the requirement of the spectral resolution of the interferometer spectroscopy; using examples to show the applying method of the formulas. If the dispersive induced by deforming of the shape of the prism and error of surfaces shape of the prism were neglected, only when the angle error of the prism were accounted, the angle error of the prisms should be strictly required, generally it should be less than 20".

Keywords Imaging spectrometer; Interferometer; Spectral resolution; Angle deviation



Chen Liwu was born in 1969. He received his Bachelor degree in Optical Engineering from Changchun Institute of Optics and fine Mechanic, Changchun, Jilin Province, in 1992. He passed the national graduate admission examination in 2001, and then continues his study in optics. Now he is studying for his Ph. D. in Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, the Chinese Academy of Science. His major interests include optical design and spectroscopy.