

# 原子在单色辐射作用下长时间内的行为研究\*

刘月新

(湖南理工学院物电系, 岳阳 414006)

**摘要** 建立了原子在单色辐射作用下的模型, 用微扰理论方法求解出原子处于两能级的几率. 讨论了原子在单色辐射作用下长时间内的行为, 得到了原子因辐射场的影响而变化的速率比能级的衰减速率大的情况下, 原子在两能级间振荡, 原子和辐射场相互作用越强, 辐射场能够与原子发生作用的频率区间越宽, 而且原子在单色光长时间辐射作用下高、低能级跃迁的速率不随时间而改变的结论.

**关键词** 原子; 单色辐射; 作用; 微扰论; 跃迁速率

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A

## 0 引言

光场与物质(原子)之间的相互作用可以导致光场的压缩, 改变光场的量子统计性质. 目前人们已经对单光子、简并双光子以及附加 Kerr 介质 J-C 模型系统中单模光场的压缩及高阶压缩特性进行了大量深入的研究<sup>[1]</sup>. 美国学者 Stoler 首先提出压缩态这一概念, Yuen HP 从理论上构造了广义光子湮灭算符的本征态, 即双光子相干态. 1989 年 Hillery M 又把场压缩的概念推广到双模场情形, 首次提出了和压缩与差压缩的概念<sup>[2]</sup>. 美国阿肯色大学肖敏教授所领导的研究小组, 利用超短脉冲激光器已从实验上获得了多模压缩态光<sup>[3]</sup>; 中国科技大学郭光灿教授的研究组已在超短脉冲双光子纠缠态及相应的量子隐形等领域的实验研究方面取得了一系列重要的突破性进展.

对此类量子效应进行深入探索不仅可以揭示多模辐射光场的量子本质, 加深对光的本性的认识, 而且多模压缩态光场在量子通信以及多纵模全量子计算机的开发与研制等若干重大科技问题的研究中具有更为广泛的应用前景<sup>[4]</sup>. 本文建立了一个较简洁的物理模型, 用微扰理论的方法求解出原子处于两能级的几率及高低能级间跃迁速率, 并讨论了原子在单色辐射作用下, 长时间内的行为.

## 1 单色辐射作用下原子处于两能级的几率

原子在辐射场中, 考虑含时微扰对系统的影响, 其薛定谔方程为

$$(\hat{H}_0 + \hat{H}_1)\Psi + \frac{\hbar}{i} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

按微扰理论的方法, 受微扰系统的波函数是孤立系统未扰动的波函数的线性组合<sup>[5]</sup>

$$\Psi(t) = a(t)u_a(q) + b(t)u_b(q) \quad (2)$$

允许系数是时间的显函数, 则

$$\begin{aligned} \Psi(t) = & au_a \exp[-iE_a t/\hbar - r_a t/2] + \\ & bu_b \exp[-iE_b t/\hbar - r_b t/2] \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $r_a, r_b$  为衰减常量<sup>[6]</sup>

将式(3)代入薛定谔方程, 并将方程两边同乘  $u_a^*$ , 然后对整个空间区域积分, 同时利用本征函数的正交性得

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} a(t) = & \frac{b}{\hbar} \int u_a^* \hat{H}_1 u_b dq + \frac{a}{\hbar} \int u_a^* \hat{H}_1 u_a dq + \\ & \frac{aE_a}{\hbar} - \frac{ir_a}{2} a \end{aligned} \quad (4)$$

同理有

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} b(t) = & \frac{a}{\hbar} \int u_b^* \hat{H}_1 u_a dq + \frac{b}{\hbar} \int u_b^* \hat{H}_1 u_b dq + \\ & \frac{bE_b}{\hbar} - \frac{ir_b}{2} b \end{aligned} \quad (5)$$

设电磁场为  $E = E_0 \cos \omega t$ , 其相互作用哈密顿算符是  $\hat{H}_1 = e\mathbf{E}(t)$  总哈密顿算符为:  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$ ,  $\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r)$ , 于是得到

$$\int u_a^* \hat{H}_1 u_b dq = -\mathbf{D}_{ab} \cdot \mathbf{E}(t) \quad (6)$$

$$\int u_b^* \hat{H}_1 u_a dq = -\mathbf{D}_{ba} \cdot \mathbf{E}(t) \quad (7)$$

式中  $D_{ab} = -\int u_a^* e r u_b dq = D_{ba}^*$

分别将式(6)、(7)代入式(4)、(5)并略去右边第 2 项得<sup>[7]</sup>

$$i \hbar \dot{a} = -b(\mathbf{D}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0) \cos \omega t + aE_a - i \hbar r_a a/2 \quad (8)$$

$$i \hbar \dot{b} = -a(\mathbf{D}_{ba} \cdot \mathbf{E}_0) \cos \omega t + bE_b - i \hbar r_b b/2 \quad (9)$$

用代入法解得

$$a(t) = a_0(t) \exp(-iE_a t/\hbar - r_a t/2) \quad (10)$$

\*湖南省教育厅科学研究(04C275)项目资助  
Tel: 0730-8646392 Email: lyx4711@163.com  
收稿日期: 2005-12-01

$$b(t) = b_0(t) \exp(-iE_b t / \hbar - r_b t / 2) \quad (11)$$

则

$$i \hbar \dot{a}_0 = -b_0(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_{ab}) \exp\{i\omega_{ab} t + (r_a - r_b)t/2\} \cos \omega t \quad (12)$$

$$i \hbar \dot{b}_0 = -a_0(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_{ab}) \exp\{i\omega_{ba} t + (r_b - r_a)t/2\} \cos \omega t \quad (13)$$

作代换:  $\cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})$ , 则式(12)、(13)右边包含一个频率为  $|\omega_{ab} - \omega|$  的低频共振项和一个频率为  $\omega_{ab} + \omega$  的高频反共振项. 因反共振项对  $a_0, b_0$  的影响很小, 故可忽略<sup>[8]</sup>. 在此近似下式(12)、(13)变为

$$\dot{a}_0 = i\nu_0 b_0 \exp\{i(\omega_{ab} - \omega)t + (r_a - r_b)t/2\} \quad (14)$$

$$\dot{b}_0 = i\nu_0^* a_0 \exp\{i(\omega - \omega_{ab})t + (r_b - r_a)t/2\} \quad (15)$$

令  $V_0 = (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_{ab})/2 \hbar$ , 将式(14)、(15)对  $t$  微分, 并整理后得

$$\dot{b}_0 + [i(\omega_{ab} - \omega) + (r_a - r_b)/2] b_0 + |V_0|^2 b^0 = 0 \quad (16)$$

对式(16)寻求如下形式的解<sup>[9]</sup>

$$b_0 = \exp[i(\mu + ir)t] \quad (17)$$

式中  $\mu, r$  为待定实参量.

将式(17)代入式(16), 然后分离实部和虚部得到两个关于  $\mu, r$  的方程<sup>[10]</sup>

$$-\mu^2 + r^2 - (\omega_{ab} - \omega)\mu - r(r_a - r_b)/2 + |V_0|^2 = 0 \quad (18)$$

$$-2r\mu - (\omega_{ab} - \omega)r + \mu(r_a - r_b)/2 = 0 \quad (19)$$

由式(19)及  $r = \mu(r_a - r_b)/2[2\mu + (\omega_{ab} - \omega)]$ , 再代入式(18)得

$$-\mu^2 + \mu^2(r_a - r_b)^2/4[2\mu + (\omega_{ab} - \omega)]^2 - (\omega_{ab} - \omega)\mu + |V_0|^2 - \mu(r_a - r_b)^2/4[2\mu + (\omega_{ab} - \omega)] = 0 \quad (20)$$

为讨论容易起见, 考虑在共振情况下, 即当  $\omega = \omega_{ab}$  时, 式(18)、(19)变为

$$r^2 - \mu^2 + r(r_b - r_a)/2 + |V_0|^2 = 0 \quad (21)$$

$$r = -(r_b - r_a)/4 \quad (22)$$

故  $\mu$  的解为<sup>[11]</sup>

$$\mu_1 = (|V_0|^2 - r^2)^{1/2} \quad (23)$$

$$\mu_2 = -(|V_0|^2 - r^2)^{1/2}$$

因此, 式(17)中  $b_0(t)$  的通解为

$$b_0(t) = A \exp[i(\mu_1 + ir)t] + B \exp[i(\mu_2 + ir)t] \quad (24)$$

同样可得到  $A, B$  所满足的条件为

$$A + B = 0, (i\mu_1 - r)A + (i\mu_2 - r)B = iV_0^* e^{i\phi_0} \quad (25)$$

所以  $b_0(t)$  的解是

$$b_0(t) = -V_0^* e^{i\phi_0} e^{-r t} (e^{i\mu_2 t} - e^{i\mu_1 t}) / (\mu_1 - \mu_2) \quad (26)$$

将式(24)代入式(26), 得到原子处于低能级的几率<sup>[12]</sup>

$$|b(t)|^2 = |b_0(t)|^2 e^{-r_b t} = |V_0|^2 e^{-r_b t} \cdot$$

$$\sin^2\{(|V_0|^2 - r^2)^{1/2} \cdot t\} / [ |V_0|^2 - r^2 ] \quad (27)$$

由  $u_1$  和  $u_2$  必为实数, 故上面的解仅适用于:  $|V_0|^2 > r^2$  时的情况.

在式(21)中, 令  $\mu = 0$ , 则得

$$|b(t)|^2 = |V_0|^2 e^{-r_b t} [e^{2t\sqrt{(r^2 - |V_0|^2)}} + e^{2t\sqrt{(r^2 - |V_0|^2)}} - 2] / 4(r^2 - |V_0|^2) \quad (28)$$

## 2 原子在长时间辐射作用下的跃迁速率

式(28)在标量情况下则:  $V_0 = V_0^*$ ,  $|V_0|^2 = V_0^2$ , 原子起初处于  $a$  态, 其  $a$  态的衰减系数远小于  $r_b$ , 即  $r_a \ll r_b$ <sup>[13]</sup>, 此即

$$r_{ab} = r_b/2 \quad (29)$$

故可找到满足如下条件的  $t$ :  $1/r_a \gg t \ll 1/r_b$ , 将式(29)代入式(22)得:  $r = -r_b/4$ . 此时式(28)可化为

$$|b(t)|^2 = V_0^2 \exp(-\frac{r_b}{2}t) \{ \exp[2(\frac{r_b^2}{16} - V_0^2)^{1/2}t] + \exp[-2(\frac{r_b^2}{16} - V_0^2)^{1/2}t] - 2 \} / 4(\frac{r_b}{16} - V_0^2) \quad (30)$$

当  $r_b \gg V_0$  时式(30)化为

$$|b(t)|^2 = \frac{4V_0^2}{r_b^2} \exp(-\frac{r_b}{2}t) [ \exp(\frac{r_b}{2}t) + \exp(-\frac{V_b}{2}t) - 2 ] = \frac{4V_0^2}{r_b^2} [ 1 + \exp(-r_b t) - 2 \exp(-\frac{r_b}{2} \cdot t) ] \quad (31)$$

当  $t$  满足:  $\frac{1}{r_a} \gg t \gg \frac{1}{r_b}$  时, 式(31)化为<sup>[14]</sup>

$$|b(t)|^2 = 4V_0^2/r_b^2 \quad (32)$$

## 3 结论

由式(27)可看出, 系统处于低能级的几率是一个周期函数, 共振时其频率由原子和辐射场之间的相互作用强度决定, 单色辐射场与原子相互作用的有效带宽也由相互作用的强度决定, 辐射越强, 它与原子互相作用的带宽就越大. 在原子因辐射场的影响而变化的速率比能级的衰减速率大的情况下, 原子在两个能级之间振荡.

同时由式(18)还可看出, 在满足  $\frac{1}{r_a} \gg t \gg \frac{1}{r_b}$  的时间内, 即在相互作用时间较长时, 高、低能级之间的跃迁速率不随时间而变.

### 参考文献

- 程光煦, 杜朝玲. 光与物质作用的描述与表征. 物理学进展, 2005, 25(1): 6~10  
Cheng G X, Du C L. *Progress in Physics*, 2005, 25(1): 6~10

- 2 侯洵,杨志勇. 第 I 类两类叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究. 光子学报, 1998, **27**(10): 865~878  
Hou X, Yang Z Y. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(10): 865~878
- 3 杨志勇,侯洵. 再论时域的量子化及其物理本质. 光子学报, 1998, **27**(12): 1057~1064  
Yang Z Y, Hou X. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(12): 1057~1064
- 4 杨志勇,侯洵. 多模辐射场的广义非线性高阶差压缩的一般理论. 光子学报, 1999, **28**(5): 385~39  
Yang Z Y, Hou X. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(5): 385~39
- 5 赵玲慧,杨志勇,侯洵,等. 一种新型的两态叠加光场的广义非线性等阶 N 次方 Y 压缩. 光子学报, 2000, **29**(4): 293~307  
Zhao L H, Yang Z Y, Hou X, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(4): 293~307
- 6 赖振讲,陈霞,李庆武. Kerr 介质中非关联双模相干态光场与 V 型三能级原子的相互作用. 量子光学学报, 1999, **5**(1): 49~59  
Lai Z J, Chen X, Li Q W. *Acta Sinica Quantum Optica*, 1999, **5**(1): 49~59
- 7 赖云忠,梁九卿. Kerr 介质中双模 SU(1,1) 相干态光场与 V 型三能级原子的相互作用. 物理学报, 1997, **46**(9): 1710~1717  
Lai Y Z, Liang J Q. *Acta Physica Sinica*, 1997, **46**(9): 1710~1717
- 8 赖振讲,刘自信,孙金锋. 高 Kerr 介质中非关联双模相干态光场的等阶 Y 压缩效应. 光子学报, 2001, **30**(4): 391~396  
Lai Z J, Liu Z X, Sun J F. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(4): 391~396
- 9 韩蕊萍,朱小芹,边秋平. 处理原子辐射场相互作用系统的变分方法. 光子学报, 2002, **31**(2): 141~144  
Han R P, Zhu X Q, Bian Q P. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(2): 141~144
- 10 赖振讲,侯洵,杨志勇,等. 两模光场与原子相互作用中光场周期性和频率效应. 光子学报, 2002, **31**(12): 1426~1429  
Lai Z J, Hou X, Yang Z Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1426~1429
- 11 陈爱喜,金丽霞,詹志明. 与运动二能级原子作用的双模光场的量子特性. 光子学报, 2003, **32**(5): 580~583  
Chen A X, Jin L X, Zhan Z M. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(5): 580~583
- 12 陈爱喜,张增常. 高 Q Kerr 介质腔中二项式光场与原子相互作用. 光子学报, 2003, **32**(10): 1276~1277  
Chen A X, Zhang Z C. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(10): 1276~1277
- 13 谢芳林,陈明玉,刘小青. 双模压缩真空场与型三能级原子非共振作用. 光子学报, 2004, **33**(1): 118~121  
Xie F L, Chen M Y, Liu X Q. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(1): 118~121
- 14 田兆硕,陈卫东,胡企铨. 考虑激光下能级弛豫过程的 Q Nd: YAG, 速率方程理论分析. 光子学报, 2005, **34**(3): 325~328  
Tian Z S, Chen W D, Hu Q Q. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(3): 325~328

## Study on Atoms' Long-time Action in the Radiation of Monochromatic Light

Liu Yuexin

Department of Physic and Electric Information, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006

Received date: 2005-12-01

**Abstract** A model is built when atoms in the radiation of monochromatic light. By means of the perturbation method, the probability is obtained for atoms in two energy levels. Long-time action of atoms in the radiation of monochromatic light is discussed. On the condition of the speed of atoms on the influence of radioactive field is more than the decay speed of energy level, atoms oscillate between two energy levels. Atoms and radioactive field interact. Stronger, their frequency district is wider. It is concluded that the transition speed of different energy levels does not change with the time when atoms in the radiation of monochromatic light long time.

**Keywords** Atom; Monochromatic light; Act on; Perturbation theory; Transition rate



**Liu Yuexin** was born in November of 1947. He graduated from Hunan University of Science and Technology. He studied in Huazhong Normal University, Beijing Normal University and Beijing University. He is an associate professor in Physics department of Hunan Institute of Science and Technology. His research interest is Quantum Optics.