

超环面聚焦镜压弯装置的优化设计

邓小国^{1,2} 周四忠¹ 熊仁生¹ 郭治理¹

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘 要 介绍了同步辐射光束线中,超环面聚焦镜四点压弯装置的机械压弯原理,建立了四点压弯装置的数学模型. 针对压弯柱面镜子午方向微小(最大挠度为 10^{-2} mm 级)弯曲变形,给出理论圆弧线与实际压弯挠曲线之间误差非线性函数,采用 CAE 技术对误差函数的求解,优化了压弯点力学参量 l ,使误差函数取值最小. 最后通过北京中能辐射光束线中超环面聚焦镜的工程实践,验证了优化设计的正确性.

关键词 弯曲变形;优化设计;超环面聚焦镜;柱面镜;同步辐射

中图分类号 TG580.233;TH123.1

文献标识码 A

0 引言

聚焦镜是同步辐射光束线中对同步辐射光进行聚焦的关键部件之一. 聚焦镜按成形方法可以分为磨制镜和压弯镜两类. 压弯镜是在一定的机械结构基础上用机械力把具有一定形状(如柱面状)的镜子压弯成所需形状(椭圆、圆、抛物线等),具有半径可调、面形准确度高和易于加工制造等优点,已在国外的多条同步辐射光束线上得到广泛应用^[1,2]. 超环面聚焦镜是压弯镜的一种,它是将弧矢方向为固定曲率的柱面镜用机械力在子午方向上压弯后成超环面聚焦镜,代替理论的椭球面镜. 采用超环面聚焦装置接收较宽的水平光束,实现水平和垂直两个方向光束的聚焦,为光束线上的实验站提供高耀度、高通量和高分辨率的聚焦光束. 本文从材料力学中梁的弯曲变形理论出发,提出超环面聚焦镜四点压弯机构的原理,建立压弯装置的数学模型. 运用 CAE 技术优化压弯受力点的力学参量,减小了压弯挠曲线与理想圆弧线之间的误差,提高聚焦镜的聚焦性能,并被运用于 BSRF-3B3 光束线上的超环面聚焦镜压弯装置. 工程实践证明了优化设计的正确性.

1 原理

1.1 柱面镜四点压弯原理

建立如图 1 的直角坐标系, Z 为晶面中心法线, XZ 面为子午面, YZ 面为弧矢面. 设镜子总长度为 L , 取镜面中心为坐标原点 O , A_1 、 C_1 、 A_2 、 C_2 为四个压弯受力点, B_1 、 B_2 为压弯装置的柔性轴, 在压弯过程中起简支点的作用, 只发生扭转变形而不产生支反力. A_1B_1 、 B_1C_1 和 A_2B_2 、 B_2C_2 间距长均为 l , 所

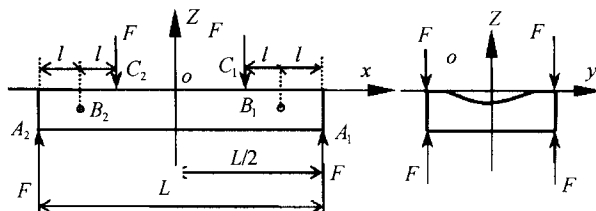


图 1 柱面镜压弯原理

Fig. 1 Schematic diagram of bending cylinder mirror

施加的力也均为 F . 考虑到镜子和所施加载荷的对称性, 现在只研究 x 正向 ($0 \leq x \leq L/2$) 的压弯情况. 根据材料力学梁的弯曲变形理论, 发生弯曲变形的柱面镜中性面上任意一点的曲率半径 $(d^2z/dx^2)^{-1}$ 由下面的挠曲线微分方程表示

$$EI(x) \frac{d^2z}{dx^2} = M(x) \quad (1)$$

式中 E 为镜体材料的杨氏模量, $I(x)$ 为柱面镜中性轴惯性矩, $M(x)$ 为施加在 x 点处的弯矩. 当 $x \in [0, L/2]$ 时, 由 x 点处截面力矩平衡得

$$EI(x) \frac{d^2z}{dx^2} = \begin{cases} 2Fl & x \in [0, \frac{L}{2} - 2l] \\ F(\frac{L}{2} - x) & x \in [\frac{L}{2} - 2l, \frac{L}{2}] \end{cases} \quad (2)$$

用积分法对上式求解, 并且由边界条件得到柱面镜弯曲时的挠曲线通用方程

$$z = \begin{cases} \frac{Fl}{EI_0} x^2 & x \in [0, \frac{L}{2} - 2l] \\ \frac{L}{4R_0 l} (\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3L}) & x \in [\frac{L}{2} - 2l, \frac{L}{2}] \end{cases} \quad (3)$$

式中 $I_0(x) = I(L/2 - 2l)$

$$R_0 = \frac{EI_0}{2Fl} \quad (4)$$

由式(2)知: 当 $x \in [0, L/2 - 2l]$, F 和 l 确定后弯矩 $M(x)$ 即为一个常量 $2Fl$, 此时若为等截面柱面镜, 则压弯后各点的曲率半径也相等; 当 $x \in [L/2 - 2l, L/2]$ 时, $M(x) = F(L/2 - x)$ 为 x 的线性函数. 为

了得到各点曲率相同的超环面聚焦镜,变截面柱面镜的中性轴惯性矩 I 也应为 x 的线性函数. 由式(2)和式(4)得到

$$I(x) = \frac{I_0}{2l} \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (5)$$

由以上可知:对于一个截面为矩形的平面镜,通过改变其宽度或者厚度,就可以相应地使中性轴惯性矩 I 随 x 发生改变,得到各点曲率半径相同的压弯聚焦镜. 文献[3]已对此做了详细的研究工作. 对于压弯柱面镜,从式(2)、(3)知:由柱面弧长、柱面镜截面的宽度和高度等参量决定的组合截面惯性矩 I 确定后,当 $x \in [0, L/2 - 2l]$,力学参量 l 和施加的力 F 一定时,由于是利用梁的微小弯曲变形理论,柱面镜压弯后的曲线,在实际允许的准确度范围内,可以认为是圆弧线,且各点曲率是相等的;当 $x \in [L/2 - 2l, L/2]$,用固定的弯矩压弯等截面柱面镜时,可以由式(3)中 X 的三次方项修正压弯挠曲线,使其与理想圆弧曲线之间的误差更小. 因此,在实际工程中,确定由物理参量决定的压弯柱面镜长度 L 和受力点间距 l 的工作就比较重要,使压弯柱面镜的有效照射长度尽量落在 $[-L/2 + 2l, L/2 - 2l]$ 区域.

1.2 柱面镜四点压弯模型

由压弯原理的式(1)知,当等截面压弯柱面镜截面参量 I 和长度 L 一定,施加在柱面镜上的弯矩不变时,压制出的聚焦镜子午方向上各点的曲率半径也就相等,即压制出的镜子理想的挠度曲线是:圆心坐标 (X_0, Z_0) 为 $(0, \sqrt{R_0^2 - (\frac{L}{2} - l)^2})$ 、半径为 R_0 、 $x \in [-L/2, L/2]$ 的一段圆弧,且圆弧与 x 轴有两个交点,即

$$z_0 = \sqrt{R_0^2 - (\frac{L}{2} - l)^2} - \sqrt{R_0^2 - x^2} \cdot \quad \left(-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \right) \quad (6)$$

式中 R_0 是根据光束线物理设计要求计算出的子午压弯半径,在超环面聚焦镜压弯装置中用积分法计算出压弯柱面镜的挠度曲线方程为

$$z = \begin{cases} \frac{1}{2R_0 l} \left[lx^2 + \left(-\frac{1}{4} L^2 l + \frac{5}{6} Ll^2 - \frac{1}{2} l^3 \right) \right] & (0 \leq x \leq \frac{L}{2} - 2l) \\ \frac{1}{2R_0 l} \left[\frac{1}{4} L^2 x - \frac{1}{6} x^3 + c_1 x + d_1 \right] & (\frac{L}{2} - 2l \leq x \leq \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $c_1 = -\frac{1}{2} (\frac{L}{2} - 2l)^2$, $d_1 = \frac{1}{48} L^3 - \frac{1}{2} L^2 l + \frac{11}{6} Ll^2 - \frac{13}{6} l^3$. 由式(7)可以看出,柱面镜压弯后的挠曲线为

抛物线,并且在 $x \in [L/2 - 2l, L/2]$ 时,包含一个负三次方项和正一次方项的附加力矩. 由前面的压弯原理和式(7)可知:力学参量 l 是影响柱面镜压弯为超环面聚焦镜的关键参量之一. 所以,超环面聚焦镜压弯装置的主要设计目标之一就是确定 l ,使这种误差 Δz 达到最小,即

$$\Delta z = \begin{cases} \frac{1}{2R_0 l} \left[lx^2 + \left(\frac{5}{6} l^2 L - \frac{1}{2} l^3 - \frac{1}{4} Ll^2 \right) \right] - z_0 & (0 \in [0, \frac{L}{2} - 2l]) \\ \frac{1}{2R_0 l} \left[\frac{1}{4} Lx^2 - \frac{1}{6} x^3 + c_1 x + d_1 \right] - z_0 & x \in [\frac{L}{2} - 2l, \frac{L}{2}] \end{cases} \quad (8)$$

1.3 模型的求解

由式(8)知, Δz 是关于 x, l 的非线性二元微量函数 (10^{-4} mm), 直接用多变量函数极值定理求解比较困难. 以下用符号积分消除变量 x , 使 Δz 转化为单变量 l 的函数 $f(l)$, 见

$$f(l) = \begin{cases} \int_0^{\frac{L}{2}-2l} |z| dx - \int_0^{\frac{L}{2}-2l} |z_0| dx & (0 \leq x \leq \frac{L}{2} - 2l) \\ \int_{\frac{L}{2}-2l}^{\frac{L}{2}} |z| dx - \int_{\frac{L}{2}-2l}^{\frac{L}{2}} |z_0| dx & (\frac{L}{2} - 2l \leq x \leq \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (9)$$

即

$$f(l) = \begin{cases} -\frac{1}{2R_0} \left(-\frac{L^3}{12} + \frac{5}{12} L^2 l + \frac{1}{12} Ll^2 - \frac{5}{3} l^3 \right) + d_2 - d_3 & (0 \leq x \leq \frac{L}{2} - 2l) \\ \frac{1}{2R_0} \left(-\frac{1}{8} L^2 l + \frac{1}{3} Ll^2 - \frac{15}{4} l^3 \right) + d_3 - d_4 + d_5 & (\frac{L}{2} - 2l \leq x \leq \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} d_2 &= \left(\frac{L}{2} - 2l \right) \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{L}{2} - 2l \right)^2} \\ d_3 &= \frac{1}{2} \left[R_0^2 \arcsin \frac{L-4l}{2R_0} + \left(\frac{L}{2} - 2l \right) \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{L}{2} - 2l \right)^2} \right] \\ d_4 &= R_0^2 \arcsin \frac{L-2l}{2R_0} + \left(\frac{L}{2} - l \right) \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{L}{2} - l \right)^2} \\ d_5 &= \frac{1}{2} \left[R_0^2 \arcsin \frac{L}{2R_0} + \frac{L}{2} \sqrt{R_0^2 - \frac{L^2}{4}} \right] \end{aligned}$$

由式(10)知,二元误差函数 Δz 转化为关于单变量 l 的非线性符号函数 $f(l)$, 用 CAE 软件分析后得到对应于 x 不同取值区间的 $f(l)$ 的变化趋势, 分别如图2、图3和图4. 由图2和图3知: 当 $x \in [0, 0.395 \text{ m}]$ 时, $f(l)$ 近似于正弦函数 $f_1(l)$; 当 $x \in [0.395, 0.425 \text{ m}]$

时, $f(l)$ 是一个幅值单调增函数, 记为 $f_2(l)$. 图 4 是 $x \in [0, 0.425 \text{ m}]$ 时 $f(l)$ 的合成曲线图. 综合分析可知: 为了使 Δz 最小, 就应该使两个区间上的 $f(l)$ 幅值同时取最小, 而 $f(l)$ 幅值趋于最小(零)时, l 也是趋于零. 由图 4 知, 当 $l \leq 0.025 \text{ m}$ 时 $f(l)$ 已经为 10^{-7} m 数量级. 因此, 根据压弯原理的有效照射长度尽量落在 $[-L/2 + 2l, L/2 - 2l]$ 区域原则, 确定出 l 的取值区间应为 $[0, 0.025 \text{ m}]$.

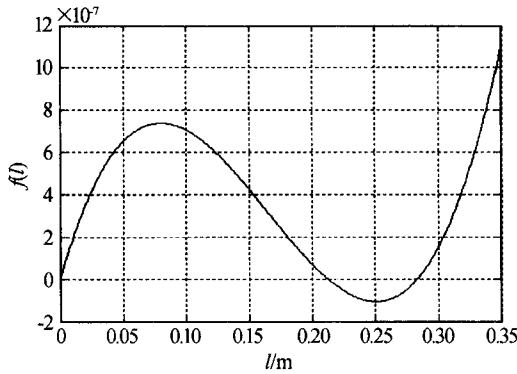


图 2 $x \in [0, 0.395 \text{ m}]$ 时的 $f(l)$ 曲线
Fig. 2 Curve of $f(l)$ when $x \in [0, 0.395 \text{ m}]$

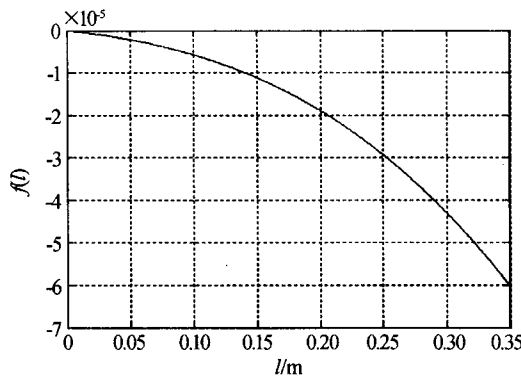


图 3 $x \in [0.395, 0.425 \text{ m}]$ 时的 $f(l)$ 曲线
Fig. 3 Curve of $f(l)$ when $x \in [0.395, 0.425 \text{ m}]$

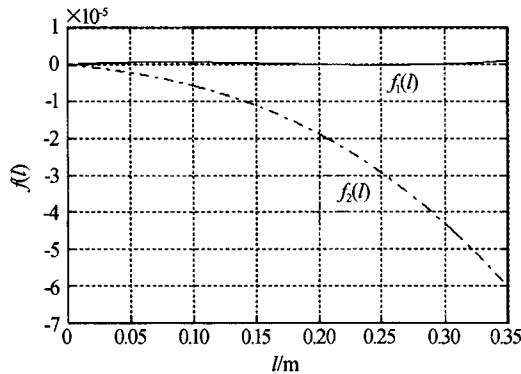


图 4 $x \in [0, 0.425 \text{ m}]$ 时的 $f(l)$ 曲线
Fig. 4 Curve of $f(l)$ when $x \in [0, 0.425 \text{ m}]$

2 工程设计实践

北京同步辐射装置中能 X 射线光束线(BSRF-3B3)中的超环面聚焦镜, 要求能够对水平和垂直两个方向发散度为 $6 \times 0.34 \text{ mrad}^2$ 的光束进行聚焦.

根据束线物理设计要求, 计算出样品点处的光斑大小为 $2 \times 1 \text{ mm}^2$, 用 SHADOW 程序对 Si(111) 晶体覆盖 $2.1 \sim 6.0 \text{ keV}$ 的光子能量范围进行了模拟, 结果显示 $\text{FWHM}_x = 1.6 \text{ mm}$, $\text{FWHM}_z = 0.65 \text{ mm}$ ^[5]. 在设计中, 采用上述优化设计的四点机械压弯柱面镜装置的方案, 接收较大水平发散度的光束, 实现双向聚焦的功能, 用样品点处的光斑尺寸和 FWHM 指标检验压弯装置的聚焦性能.

根据束线物理设计要求, 计算出超环面聚焦镜的压弯半径 R_0 为 1458.5 m , 压弯柱面镜有效照射长度为 $L_1 = 0.80 \text{ m}$, 总长度 $L = 0.85 \text{ m}$. 根据前面的 l 取值区间, 结合箱体结构参量、压弯所需力矩和真空度对设备的调试、维护影响等因素^[6,7], 实际取 l 为 0.015 m , 得到挠曲线 z 和 z_0 如图 5. 图 6 和图 7

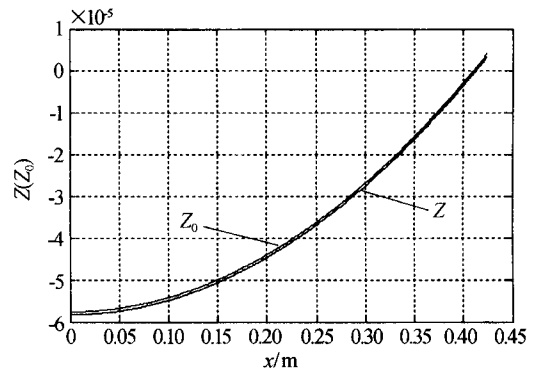


图 5 $l = 0.015 \text{ m}$ 时的压弯与理想挠曲线
Fig. 5 Curves of bending and ideal when $l = 0.015 \text{ m}$

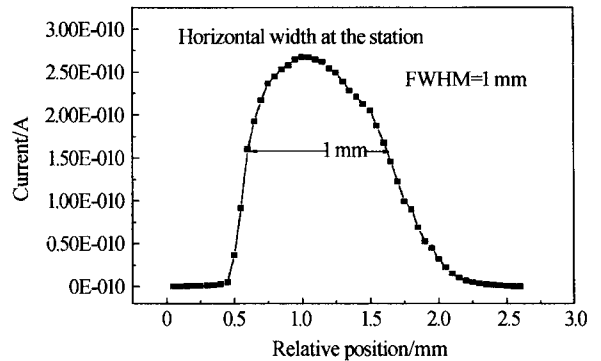


图 6 光斑水平尺寸
Fig. 6 Horizontal width at station

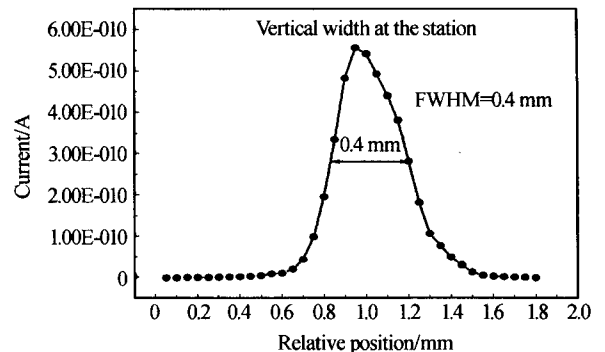


图 7 光斑垂直尺寸
Fig. 7 Vertical width at station

分别为 BSRF-3B3 光束线实验站处在线输出光斑尺寸特性的水平和垂直测试结果^[8]。

从测试结果可以看出,成功地运用四点压弯装置压弯柱面镜为超环面聚焦镜,实现了聚焦镜对发散光束的最小化聚焦,聚焦性能优于理论设计要求和仿真要求。

3 结论

超环面聚焦镜代替椭球面镜的误差对于聚焦性能影响较大,优化聚焦镜设计参量的工作也就比较重要。其中的压弯模型是形成误差的主要因素之一。文中根据梁弯曲变形理论,在柱面镜子午面内,与理论压弯曲线进行比较,成功建立了机械压弯模型,采用 CAE 技术优化设计了压弯受力点参量 l ,并且确定出其使压弯曲线与理论弧线误差最小的取值区间;同时根据 l 的取值区间设计出的压弯装置,成功运用在了北京同步辐射装置中能 X 射线光束线上的超环面聚焦镜中,证明了优化设计的 l 取值区间是成功的,提高了聚焦光斑的性能,满足了光束的高通量和高分辨率的要求。由此可以看出,压弯受力点参量 l 直接影响着压弯光斑尺寸,是设计中比较重要的一个参量。

参考文献

- 1 Jean Busnel. Design parameters for hard X-ray mirrors: the european synchrotron radiation facility case. *Optical Engineering*, 1995, **34**(2):361~375
- 2 Howells M R, Lunt D. *Optical Engineering*, 1993, **32**(8):1981~1988
- 3 李志怀,张映箕,徐洪杰. 同步辐射光束线聚焦镜压弯机制研究. *核技术*, 2001, **24**(1):57~62
Li Z H, Zhang Y J, Xu H J. *Nuclear Technique*, 2001, **24**(1):57~62
- 4 Noda H, Namioka T, Seya M. Geometric theory of the grating. *Optical Society of America*, 1974, **64**(8):1031~1036
- 5 傅翔,周仁魁,周泗忠. 弧矢聚焦双晶单色器性能的提高. *光子学报*, 2000, **29**(4):372~375
Fu X, Zhou R K, Zhou S Z. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(4):372~375
- 6 杨晓许,周泗忠,马健康. 压弯自重平衡的研究. *光子学报*, 2003, **32**(z1):135~138
Yang X X, Zhou S Z, Ma J K. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(z1):135~138
- 7 傅翔,周仁魁,周泗忠,等. 同步辐射弧矢聚焦晶体压弯原理. *光子学报*, 2001, **30**(4):492~495
Fu X, Zhou R K, Zhou S Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(4):492~495

A Optimize Design Bending Mechanism of Torodial Focusing Mirror

Deng Xiaoguo^{1,2}, Zhou Sizhong¹, Xiong Rensheng¹, Guo Zhili¹

1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date:2005-09-05

Abstract The bending theory of bending mechanism loaded at four point of torodial focusing mirror in synchrotron radiation is introduced, and a model of bending mechanism is established. A nonlinear error function between ideal arc and factual achieved, the optimized parameter l to minimize the error are given, based on the solution of error function using the technology of CAE. The practical application in torodial focusing mirror of BSRF-3B3 beamline shows that this system is successful.

Keywords Bending deformation; Optimize design; Torodial focusing mirror; Cylinder mirror; Synchrotron radiation



Deng Xiaoguo was born in 1977. He graduated from North of CHINA Institute of Technology University in 2001. Now he is studying for his Ph. D. degree in the Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences. His interesting fields include studying of technology and application for synchrotron radiation beamlines.