

# 二粒子部分纠缠未知态的量子受控传递

熊学仕<sup>1,2</sup> 付 洁<sup>1</sup> 沈 柯<sup>1</sup>

(1 长春理工大学物理系, 长春 130022)

(2 中国工程物理研究院流体物理研究所, 绵阳 621900)

**摘 要** 提出了二粒子部分纠缠态的量子隐形传递控制方案. 在该方案中, 以四个二能级粒子 GHZ 态作为量子通道, 把量子通道中的一个粒子作为控制粒子. 在传递者和控制者进行一系列的量子操作和测量之后, 根据他们的测量结果, 接收者再进行适当的变换就能得到待传递粒子的量子态.

**关键词** 量子信息; 量子态受控传递; 二粒子部分纠缠态; 贝尔基联合测量; H 操作

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A

## 0 引言

自 Bennett 等人<sup>[1]</sup>在 1993 年提出了具有深刻意义的未知量子态传递方案之后, 量子隐形传递成为量子信息学的一个重要方面. 量子隐形传递的发展吸引了许多研究者, 他们认识到量子隐形传递可以在许多方面解决一些难题, 例如: 量子计算机<sup>[2]</sup>, 量子纠错<sup>[3]</sup>及量子密码术<sup>[4]</sup>等方面. 近年来, 在量子隐形传递方面有了许多进展: M. Zukowski 等人<sup>[5]</sup>于 1993 年提出了量子纠缠交换方案. 在这个方案中传递了两个粒子的纠缠态; 1994 年 L. Vaidman<sup>[6]</sup>论证了通过非局域测量进行量子隐形传递方案; 1997 年, 郭光灿等人提出了腔场叠加态的传递方案<sup>[7]</sup>及未知原子态的传递方案<sup>[8]</sup>; 1998 年 S. L. Braunstein 提出连续变量的量子隐形传递方案<sup>[9]</sup>; 同年, M. S. Zubairy 在所提出的方案里进行了场态传递的论证<sup>[10]</sup>; 2001 年, S. F. Huelga 等论证了量子远距离控制方案<sup>[11]</sup>; 同年, 林秀等提出利用  $\Lambda$  型三能级原子与相干态腔场 Raman 相互作用传递未知原子态的方案<sup>[12]</sup>; 2002 年, 三粒子 W 型态的几率隐形传送方案<sup>[13]</sup>被论证; 2003 年, 李洪才等<sup>[14]</sup>利用 Raman 相互作用实现未知原子态的传输. 目前, 对于受控的量子隐形传递还没有研究. 本文论证一种受控的量子隐形传递方案: 二粒子部分纠缠未知态的量子受控传递.

## 1 二粒子部分纠缠未知态的量子受控传递方案

设传递者 Alice 拥有粒子 1 和粒子 2, 它们处于二粒子部分纠缠态

$$|\Phi\rangle_{12} = \alpha|00\rangle_{12} + \beta|11\rangle_{12} \quad (1)$$

式中, 除  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  外, 不能获得关于  $\alpha$  和  $\beta$  的

任何信息, 因此它们所处的态为一种未知量子态. 下面对该态的传递进行控制. 首先, 建立量子通道. 选粒子 3、4、5、6 的 GHZ 态作为量子通道

$$|\Phi\rangle_{3456} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle_{3456} + |1111\rangle_{3456}) \quad (2)$$

式中粒子 3 为传递者 Alice 所有, 粒子 4 和粒子 5 为接收者 Bob 所有, 粒子 6 为控制者 Charlie 所有. 进行传递之前, 整个系统的量子状态为

$$|\Phi\rangle_{123456} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|000000\rangle_{123456} + \alpha|001111\rangle_{123456} + \beta|110000\rangle_{123456} + \beta|111111\rangle_{123456}) \quad (3)$$

将粒子 2 和粒子 3 的量子态按照他们的 Bell 基展开得

$$|\Phi\rangle_{123456} = \frac{1}{2} [ |\Phi_{23}^{(+)}\rangle(\alpha|0000\rangle_{1456} + \beta|1111\rangle_{1456}) + |\Phi_{23}^{(-)}\rangle(\alpha|0000\rangle_{1456} - \beta|1111\rangle_{1456}) + |\Psi_{23}^{(+)}\rangle(\alpha|0111\rangle_{1456} + \beta|1000\rangle_{1456}) + |\Psi_{23}^{(-)}\rangle(\alpha|0111\rangle_{1456} - \beta|1000\rangle_{1456}) ] \quad (4)$$

若 Alice 对粒子 2 和粒子 3 作 Bell 基测量得到

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{23}^{(+)} | \Phi \rangle_{123456} &= \frac{1}{2} (\alpha|0000\rangle_{1456} + \beta|1111\rangle_{1456}) \\ \langle \Phi_{23}^{(-)} | \Phi \rangle_{123456} &= \frac{1}{2} (\alpha|0000\rangle_{1456} - \beta|1111\rangle_{1456}) \\ \langle \Psi_{23}^{(+)} | \Phi \rangle_{123456} &= \frac{1}{2} (\alpha|0111\rangle_{1456} + \beta|1000\rangle_{1456}) \\ \langle \Psi_{23}^{(-)} | \Phi \rangle_{123456} &= \frac{1}{2} (\alpha|0111\rangle_{1456} - \beta|1000\rangle_{1456}) \end{aligned} \quad (5)$$

然后 Alice 对粒子 1 作 H 操作, H 变换为

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

操作后得到

$$H_1 \langle \Phi_{23}^{(+)} | \Phi \rangle_{123456} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [ |0\rangle_1 (\alpha|000\rangle_{456} + \beta|111\rangle_{456}) + |1\rangle_1 (\alpha|000\rangle_{456} - \beta|111\rangle_{456}) ] \quad (6)$$

$$H_1 \langle \Phi_{23}^{(-)} | \Phi \rangle_{123456} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [ |0\rangle_1 (\alpha|000\rangle_{456} - \beta|111\rangle_{456}) + |1\rangle_1 (\alpha|000\rangle_{456} + \beta|111\rangle_{456}) ] \quad (7)$$

\* Tel: 0816-2492104 Email: Xiong xueshi@163.com

收稿日期: 2005-03-14

$$H_1 \langle \Psi_{23}^{(+)} | \Phi \rangle_{123456} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [ |0\rangle_1 (\alpha |111\rangle_{456} + \beta |000\rangle_{456}) + |1\rangle_1 (\alpha |111\rangle_{456} - \beta |000\rangle_{456}) ] \quad (8)$$

$$H_1 \langle \Psi_{23}^{(-)} | \Phi \rangle_{123456} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [ |0\rangle_1 (\alpha |111\rangle_{456} - \beta |000\rangle_{456}) + |1\rangle_1 (\alpha |111\rangle_{456} + \beta |000\rangle_{456}) ] \quad (9)$$

由式(6)到式(9)可以看出,当对粒子 1 的量子态进行  $H$  操作并对粒子 1 进行测量之后,粒子 4,5,6 处于纠缠态. 如果控制者不对粒子 6 进行一定的量子操作,那么接收者 Bob 无论对粒子 4,5 作任何操作,都无法获得待传量子态的全部信息. Charlie 在此起到了控制者的作用. 所以,要使传态成功, Charlie 必须对粒子 6 进行一定的操作. 在此 Charlie 对粒子 6 进行  $H$  操作

$$H_6 [\alpha |000\rangle_{456} + \beta |111\rangle_{456}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |0\rangle_6 (\alpha |00\rangle_{45} + \beta |11\rangle_{45}) + |1\rangle_6 (\alpha |00\rangle_{45} - \beta |11\rangle_{45}) ] \quad (10)$$

$$H_6 [\alpha |000\rangle_{456} - \beta |111\rangle_{456}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |0\rangle_6 (\alpha |00\rangle_{45} - \beta |11\rangle_{45}) + |1\rangle_6 (\alpha |00\rangle_{45} + \beta |11\rangle_{45}) ] \quad (11)$$

$$H_6 [\alpha |111\rangle_{456} + \beta |000\rangle_{456}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |0\rangle_6 (\alpha |11\rangle_{45} + \beta |00\rangle_{45}) + |1\rangle_6 (-\alpha |11\rangle_{45} + \beta |00\rangle_{45}) ] \quad (12)$$

$$H_6 [\alpha |111\rangle_{456} - \beta |000\rangle_{456}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |0\rangle_6 (\alpha |11\rangle_{45} - \beta |00\rangle_{45}) + |1\rangle_6 (\alpha |11\rangle_{45} + \beta |00\rangle_{45}) ] \quad (13)$$

Alice 再对粒子 6 在基  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  上进行测量,然后把他所测得的信息告诉 Bob, Bob 根据 Alice 和 Charlie 所给的信息,就知道他可以通过什么样的变换把他所拥有的粒子 4,5 的量子状态变为待传粒子的状态了. Bob 应该对粒子 4 和粒子 5 作什么样的么正变换由 Alice 和 Charlie 的测量结果共同决定. 具体操作如表 1.

表 1

Alice 的测量结果	Charlie 的测量结果	测后粒子 4 和粒子 5 的量子态	Bob 该作的变换
$ \Phi_{23}^{(+)}\rangle,  0\rangle_1$	$ 0\rangle_6$	$\alpha  00\rangle_{45} + \beta  11\rangle_{45}$	$I$
$ \Phi_{23}^{(+)}\rangle,  1\rangle_1$	$ 1\rangle_6$	$\alpha  00\rangle_{45} - \beta  11\rangle_{45}$	$U_1$
$ \Phi_{23}^{(-)}\rangle,  0\rangle_1$	$ 0\rangle_6$	$\alpha  00\rangle_{45} - \beta  11\rangle_{45}$	$U_1$
$ \Phi_{23}^{(-)}\rangle,  1\rangle_1$	$ 1\rangle_6$	$\alpha  00\rangle_{45} + \beta  11\rangle_{45}$	$I$
$ \Psi_{23}^{(+)}\rangle,  0\rangle_1$	$ 0\rangle_6$	$\alpha  11\rangle_{45} + \beta  00\rangle_{45}$	$U_2$
$ \Psi_{23}^{(+)}\rangle,  1\rangle_1$	$ 1\rangle_6$	$-\alpha  11\rangle_{45} + \beta  00\rangle_{45}$	$U_3$
$ \Psi_{23}^{(-)}\rangle,  0\rangle_1$	$ 0\rangle_6$	$-\alpha  11\rangle_{45} + \beta  00\rangle_{45}$	$U_3$
$ \Psi_{23}^{(-)}\rangle,  1\rangle_1$	$ 1\rangle_6$	$-\alpha  11\rangle_{45} - \beta  00\rangle_{45}$	$U_2$

表 1 中  $I$  为单位矩阵,  $U_1, U_2, U_3$  分别为<sup>[15]</sup>

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

到此完成了在 Charlie 控制下的二粒子部分纠缠未知态的量子态隐形传递.

## 2 结论

本文设计的方案为:利用四个二能级粒子 GHZ 态作为量子通道,实现了二粒子部分纠缠未知态的控制传递. 在发送者和控制者进行一系列操作、变换后,接收者接收到发送者传递的量子态. 需要指出的是:如果控制者不进行必要的操作,接收者不可能得到发送者所传送的量子态.

在实验上,由于制备四个粒子的 GHZ 态较为困难,可以用三粒子 GHZ 态和 EPR 态作为量子通道,其传递原理同本文所述.

### 参考文献

- Bennett C H, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys Rev Lett*, 1993, **70**(13):1895~1899
- Feynman R. Quantum mechanical computers. *Opt News*, 1985, **11**(2):11~20
- Steane A. Quantum computing. *Rep Prog Phys*, 1998, **61**(2):117~173
- Ekert A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem. *Phys Rev Lett*, 1991, **67**(6):661~663
- Zukowski M, Zeilinger A, Horne M A, *et al.* Event-ready-detectors Bell experiment via entanglement swapping. *Phys Rev Lett*, 1993, **71**(26):4287~4290
- Vaidman L. Teleportation of quantum states. *Phys Rev (A)*, 1994, **49**(2):1473~1476
- Zheng S B, Guo G C. Teleportation of superposition of macroscopic states of cavity field. *Phys Lett (A)*, 1997, **236**(1):180~182
- Zheng S B, Guo G C. Teleportation of unknown atomic state through the Raman atom-cavity-field interaction. *Phys Lett (A)*, 1997, **232**(1):171~175
- Braunstein S L, *et al.* Teleportation of continuous quantum variables. *Phys Rev Lett*, 1998, **80**(4):869~872
- Zubairy M S. Quantum teleportation of a field state. *Phys Rev (A)*, 1998, **58**(6):4368~4372
- Huelga S F, *et al.* Quantum remote control: Teleportation of unitary operation. *Phys Rev (A)*,

- 2001, **63**(4);042303(4)
- 12 林秀,李洪才. 传递未知原子态的一种方法. 光子学报, 2001, **30**(2);129~131  
Lin X, Li H C. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(2);129~131
- 13 Chen Libing. Probabilistic teleportation of a three-partical entangled W-type state. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(11);1308~1311
- 14 Li Hongcai, *et al.* A scheme for teleportation of an unknown atomic state via Raman interaction. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(7);876~878
- 15 Li M, Yao C M. Teleportation of an unknown two-particle partly entangled state. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(8);918~920

## Controlled Teleportation of an Unknown Two-particle Partly Entangled State

Xiong Xueshi<sup>1,2</sup>, Fu Jie<sup>1</sup>, Shen Ke<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022

<sup>2</sup> Institute of Fluid Physics, Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900

Received date: 2005-03-14

**Abstract** A scheme is presented to realize the controlled teleportation of an unknown two-particle partly entangled state using a four-particle GHZ state as the quantum channel, and one of the particles in the channel is used as the controlling particle. After a series of quantum operations and quantum measurements performed by sender and controller, the receiver will get the quantum state which the sender seek to send by doing a series of quantum transformations which according to the sender and controller's measurement results.

**Keywords** Quantum information; Controlled teleportation; Two-particle partly entangled state; Bell's joint measurement; H transformation



**Xiong Xueshi** was born in September, 1980. He graduated from Physics Department of Changchun University of Science and Technology (CUST) in 2002, and he got M. S. degree in March, 2005 in CUST. His research field is quantum information.